

TP3 : Notion d'aléatoire

Cecile.Amblard@imag.fr

L'objectif de ce TP est de vous aider à comprendre ce qu'est une **variable aléatoire**. Ce TP est basé sur la **simulation** d'un échantillon suivant une loi donnée (normale). Un échantillon simulé suivant une loi normale est un ensemble de réalisations de la variable aléatoire qui suit une loi normale.

1 Du modèle au données : simulation

Il n'existe pas sous OpenOffice Calc de fonction de simulation de données de loi normale. Pour pallier ce manque, on peut utiliser le résultat suivant : Etant données une fonction de répartition F et U une variable aléatoire de loi uniforme sur $[0, 1]$, alors $F^{-1}(U)$ est une variable aléatoire de loi de fonction de répartition F .

- Simulez 100 nombres aléatoires issus d'une loi normale de moyenne 2 et d'écart-type $\sqrt{2}$. *Simulez 100 nombres aléatoires entre 0 et 1 avec la fonction ALEA(). Considérez ces valeurs comme étant des valeurs de probabilités. Il suffit alors d'"inverser" ces valeurs avec la fonction LOI.NORMAL.INVERSE().*
- Observez ce qui se passe lorsque vous tapez une commande ou utilisez la touche F9.

2 Des données au modèle : estimation

- Construisez le tableau de distribution associé à ces données, avec des classes d'amplitude 1 s'étalant de -4 à +8.
- Calculez la moyenne de la distribution des valeurs de deux manières différentes : en utilisant le tableau de distribution et à partir des 100 valeurs simulées. Comparez avec la valeur théorique : 2.
- Même question pour la variance.
- Construisez un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ ($\alpha = 5\%$, 1% , 10% ,) autour de la moyenne observée. *en utilisant la formule vue en cours pour IC autour de la moyenne pour un échantillon gaussien* Répétez l'expérience 20 fois en utilisant la touche F9. *Utilisez la construction SI(;;) et faites un copier/coller du résultat en utilisant collage spécial afin que la valeur enregistrée ne varie plus avec le jeu de données.* Observez à chaque fois si la moyenne théorique est dans l'intervalle construit. Dénombrer le nombre de fois où la moyenne théorique est dans l'intervalle.
- Calculez la moyenne et la variance observées pour un sous échantillon de taille 20. Calculez l'intervalle de confiance autour de la moyenne.
- Observez comment l'intervalle de confiance varie avec le nombre d'observations et le niveau $1 - \alpha$.

3 Le modèle théorique : la loi normale

- Ajouter une colonne au tableau de distribution construit à partir de l'échantillon contenant les probabilités théoriques d'appartenance aux classes considérées. *Construisez tout d'abord la colonne des probabilités cumulées en utilisant `LOI.NORMALE(;;;1)`*
- Représentez graphiquement les fonctions de répartition théoriques et estimée en les superposant.
- Représentez sur un même graphique les histogrammes associés à ces 2 tableaux. Les rectangles doivent occuper toute la largeur des classes pour les 2 distributions ainsi que le tracé de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(2, 2)$. *Utilisez `Insérer Diagramme > Histogramme > Colonne et ligne`*