GRENOBLE 1

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

U.F.R. Informatique et Mathématiques Appliquées

Étayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri

❖❖❖

Thèse présentée par

Sophie Soury-Lavergne

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Joseph Fourier
Spécialité : Didactique des Mathématiques
soutenue publiquement le 27 octobre 1998 devant le jury composé de

Colette LABORDE, *Professeur à l'IUFM de Grenoble, Présidente*
André ROUCHIER, *Professeur à l'Université de Bordeaux, Rapporteur*
Rosamund SUTHERLAND, *Professeur à l'Université de Bristol, Rapporteur*
Nicolas BALACHEFF, *Directeur de Recherche au CNRS, Directeur de thèse*
Michael BAKER, *Chargé de Recherche au CNRS*
Annie BESSOT, *Maître de conférence à l'Université Joseph Fourier*
Claire MARGOLINAS, *Maître de conférence à l'IUFM d'Auvergne*

Thèse préparée au sein du Laboratoire Leibniz IMAG CNRS • UJF • INPG

Merci…

… à Nicolas Balacheff, mon directeur de thèse, pour avoir accepté de me guider dans mon apprentissage de la recherche et pour avoir mis dans cette tâche tout son savoir et ses idées sans jamais renoncer devant l'ampleur du travail, et ceci même quand je ne suivais pas les chemins qu'il m'indiquait. Ma contribution par cette thèse au projet TéléCabri lui doit tout.

… à Rosamund Sutherland et André Rouchier pour avoir accepté le travail de rapporteur avec toute la responsabilité que cela implique.

… à Michael Baker, Annie Bessot, Colette Laborde et Claire Margolinas qui ont bien voulu prendre part à mon jury de thèse et ainsi consacrer une partie de leur temps à l'examen de mon travail.

… à Laurence Thabaret, responsable du lycée-collège de l'hôpital Michallon de Grenoble, pour avoir compris tout l'intérêt du projet TéléCabri et avoir mis tout en œuvre pour sa réussite et à son équipe de professeurs bénévoles au service des enfants malades.

… à Cathie Becquaert, Bernard Capponi, Philippe Clarou, Christiane Guyon, Armand Leroy, Simone Nyer, Sylvie Pal, Christine Pelizzari, Renée Pinchinat et Isabelle Tardy, les professeurs de mathématiques qui ont accepté de participer à mes expérimentations et sont ainsi devenus des « précepteurs ».

… à Martine Désigaux, professeur de mathématique, pour avoir su motiver ses élèves afin qu'ils participent à mes expériences.

… aux élèves du lycée-collège de l'hôpital pour leur participation spontanée et à ceux du collège Jules Flandrin de Corenc pour la bonne volonté avec laquelle ils sont venus au laboratoire.

… à Nathalie Masseux a qui l'on doit le développement de la plate-forme d'enseignement à distance du lycée-collège de l'hôpital mais surtout pour son écoute attentive et son rôle dans l'évolution de mes idées.

… à Vanda Luengo en particulier pour avoir réalisé le programme nécessaire à l'utilisation de la première plate-forme expérimentale du projet TéléCabri.

… à Lucile Vadcard, Jean-François Bonneville et Éric Chamberod qui m'ont aidé dans la réalisation pratique de mes expérimentations.

… à tous les membres de l'équipe EIAH du laboratoire Leibniz pour leur soutien scientifique, amical… et même gastronomique grâce aux délicieux repas quotidiennement organisés pendant le dernier été !

… à mes amies Anne-Hélène et Juliette, à mon père Alain pour le temps et l'attention qu'ils ont consacré à relire un manuscrit bien imparfait et à Éric Bainville pour son aide dans les traductions de citations anglaises.

… à ma famille qui m'a entourée d'affection, et tout particulièrement à ma mère Solange et ma belle-mère Sylvie pour s'être tendrement occupées de Cléophée, me permettant ainsi de me concentrer pleinement à la rédaction de ce mémoire. À mes amis qui ont évité de me solliciter et m'ont écoutée et encouragée dans les moments difficiles.

… à ma fille Cléophée pour ses sourires et à mon époux, Stéphane, pour la qualité de sa présence tant intellectuelle qu'affective à mes côtés. C'est à eux que je dédie cette thèse.

Sommaire

Chapitre 3 59

L'explication dans le préceptorat

Chapitre 4 101

Réalisation expérimentale du préceptorat distant : le projet TéléCabri

Introduction

Si l'enseignant a toujours été considéré comme un pôle du triangle didactique, ce n'est que depuis le début de cette décennie que se dégage, au sein du paradigme français de la didactique des mathématiques, un ensemble de travaux qui placent au cœur de leurs analyses la question de la modélisation du rôle de l'enseignant. Le travail de recherche que nous présentons ici s'inscrit dans ce mouvement. Notre intention est d'élaborer des outils de modélisation afin de pouvoir décrire et comprendre la tâche de l'enseignant dans l'interaction didactique.

Les aspects de cette tâche que nous avons choisis d'étudier sont *les interventions de l'enseignant dans l'activité mathématique de l'élève.* Sans adopter déjà le point de vue du chercheur, nous pouvons dire que ces interventions ont pour but d'aider l'élève, de lui faciliter une tâche trop complexe ou encore de lui donner les explications qui lui permettront de dépasser un blocage et de poursuivre son travail. Ces interventions d'aide sont très fréquemment observées dans les situations réelles et font partie du rôle de l'enseignant.

Cette première constatation amène déjà une question : *quel est l'effet de ces aides de l'enseignant sur l'apprentissage des élèves ?* Quels que soient ces effets, c'est pour en obtenir certains que l'enseignant intervient auprès de l'élève. Vergnaud a d'ailleurs soulevé la question des raisons que doit nécessairement avoir l'enseignant pour intervenir auprès de l'élève :

> « *Qu'en est-il de l'enseignant ? La maman parle à son jeune bébé alors qu'il ne comprend rien : l'enseignant parle beaucoup, trop peut-être, c'est à voir ! En tout cas ce ne peut être gratuit.* » (Vergnaud 1994, p. 179).

Si nous voulons rendre compte de cette action de l'enseignant, nous avons besoin d'un cadre théorique approprié. Nous avons choisi la théorie des situations (Brousseau 1998). La théorie des situations permet de modéliser l'interaction de l'enseignant et de l'élève finalisée par l'apprentissage et de travailler sur les connaissances en jeu et sur la signification qu'a sa propre activité pour l'élève.

La théorie des situations modélise la situation didactique par l'interaction de trois sous-systèmes : l'enseignant, l'élève et le milieu. L'apprentissage est relié à la signification que l'élève peut construire dans l'interaction avec le milieu. Ce point de vue est issu des hypothèses constructivistes sur lesquelles est fondé l'apprentissage par adaptation. La théorie des situations propose de modéliser l'interaction entre les deux sous-systèmes « élève » et « enseignant » par le contrat didactique. La négociation de l'évolution du contrat didactique a pour objet de faire en sorte que les contraintes de la situation de l'élève soient telles qu'un apprentissage puisse avoir lieu (Brousseau 1986). Ce n'est pas tant le contrat didactique qui permet l'apprentissage que la négociation de son évolution. Le contrat didactique est ainsi associé simultanément aux contraintes de la situation qui empêchent l'apprentissage et à leur dépassement. Si l'on rattache toutes les interventions de l'enseignant qui ne relèvent pas de l'organisation et de la mise en place des séquences didactiques, à la dimension statique du contrat didactique alors on peut les percevoir négativement. Cela a conduit la plupart des didacticiens à considérer que les interventions de l'enseignant privent l'élève d'une interaction adidactique avec le milieu et conduisent à une dénaturation des apprentissages. Cependant, si la modélisation proposée dans la théorie rend effectivement compte des interventions de l'enseignant et de leurs effets néfastes, alors nous posons une deuxième question : *pourquoi l'enseignant intervient-il ?*

Cela nous conduit à interroger l'aptitude des outils théoriques utilisés à saisir toute la réalité de la situation de l'enseignant. En 1992, Margolinas constate que la prise en compte du rôle de l'enseignant dans une ingénierie didactique recèle des problèmes spécifiques qui sont dus en partie à l'absence de méthodologie. À propos de l'analyse d'une séquence didactique, elle remarque :

> *« Pour examiner la situation particulière étudiée de ce point de vue, on a besoin de déterminer les objectifs du maître. Je ne connais pas de méthode a priori pour cette détermination, dans la mesure où je ne sais pas décrire la situation où se trouve le maître. »* (Margolinas 1992, p. 191).

Cela lui permet de conclure que les outils didactiques prévus pour l'analyse de la situation de l'élève ne sont pas adaptés à celle de l'enseignant :

> *« La difficulté d'une analyse a priori du rôle du maître est ici méthodologique, et demande ici encore un découpage de la réalité différent de celui de l'élève. »* (Margolinas 1992, p. 200).

Ainsi, il n'y aurait pas encore d'outils didactiques tout à fait appropriés à l'analyse de la situation du maître. Or, nous en avons besoin pour penser l'activité de l'enseignant du point de vue de son intervention auprès de l'élève. Ils nous permettraient en effet de comprendre d'une part pourquoi l'enseignant décide d'intervenir dans l'activité mathématique de l'élève et d'autre part quelle est sa maîtrise des conséquences de son intervention sur la nature des apprentissages possibles.

Objet d'étude et problématique

Dans ce cadre théorique, l'objet de notre thèse est d'étudier *les interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu*, à propos desquelles nous formulons les questions suivantes : *l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu dénature-t-elle cette relation ? Est-elle automatiquement une entrave à l'apprentissage ?*

La modélisation de l'apprentissage comme une construction de connaissances résultant de l'interaction élève-milieu ne laisse-t-elle pas une place à l'intervention de l'enseignant dans cette relation ? N'existe-t-il pas une marge de manœuvre pour l'enseignant, à l'intérieur de laquelle il puisse intervenir sans hypothéquer tous les apprentissages ? Sachant que l'apprentissage dépend du sens qu'a la situation pour l'élève, la question devient : l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu ne peut-elle pas préserver, jusqu'à un certain point, le sens de la situation pour l'élève ?

Nous voyons deux angles d'attaque complémentaires pour répondre à ces questions. D'une part, il faut pouvoir caractériser la situation de l'enseignant et les éléments de cette situation qui le conduisent à décider d'intervenir. Cette caractérisation passe par l'identification des contraintes de la situation qui déterminent les alternatives possibles pour l'intervention de l'enseignant. D'autre part, bien que ce ne soit pas indépendant, il faut que nous puissions évaluer les conséquences de l'intervention de l'enseignant sur l'apprentissage de l'élève et dans quelle mesure ces conséquences sont et peuvent être gérées par l'enseignant au moment où il intervient. Ce projet de prise en compte des interventions de l'enseignant dans le cadre de la théorie des situations nécessite aussi que nous les situions relativement au contrat didactique.

Étayage et explication

Dans un premier temps, nous avons construit des outils théoriques qui rendent compte de l'intervention de l'enseignant. Cette élaboration s'accompagne d'un examen de la théorie au sein de laquelle s'effectue notre travail, afin de voir comment les outils que nous proposons peuvent s'y insérer de façon cohérente. Cela constituera un premier critère, interne, de la pertinence de nos propositions. C'est ce que nous faisons au **chapitre 1** avec le concept d'étayage emprunté à Bruner (1983). Nous faisons également appel au concept d'explication pour rendre compte de l'intervention de l'enseignant dans l'activité de l'élève. L'explication est une notion utilisée naturellement pour parler des interventions de l'enseignant auprès de l'élève. Il existe à ce propos de nombreux travaux dans des domaines connexes au nôtre. Cependant, ce concept est quasiment absent des problématiques didactiques, le seul travail existant sur le sujet à notre connaissance étant celui de Mopondi (1996). Nous développons, au **chapitre 3**, une caractérisation de l'explication dans l'interaction didactique qui nous donnera une approche théorique complémentaire sur les interventions de l'enseignant.

Par ailleurs, la pertinence de la modélisation des interventions de l'enseignant que nous nous attachons à mettre en place peut être aussi attestée par le fait qu'elle permet une bonne articulation entre d'une part l'identification et l'élaboration d'outils au niveau théorique et d'autre part la mise en œuvre d'une analyse du réel de la pratique de l'enseignant dont nous prétendons rendre compte. À cette fin, nous avons choisi d'utiliser une situation expérimentale originale : le préceptorat distant assisté par un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH).

Le préceptorat, outil et objet

La notion de préceptorat est d'abord un outil pour caractériser la position de l'enseignant dans les situations expérimentales à travers lesquelles nous avons choisi d'observer son intervention. Il s'agit de l'interaction entre un enseignant et un unique élève. Or, ces situations peuvent changer les conditions de travail de l'enseignant, notamment les contraintes de sa situation. Il s'avère alors nécessaire de considérer le préceptorat également comme un objet d'analyse. Cela nous permettra de contrôler la pertinence du choix du préceptorat pour l'observation et l'analyse des interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu. Au **chapitre 2**, dans la continuité de notre première élaboration théorique sur l'étayage, nous tenterons de théoriser et problématiser le préceptorat afin de savoir en quoi la situation du précepteur est véritablement changée par rapport à celle de l’enseignant dans sa classe.

Ce déplacement de point de vue vis-à-vis du préceptorat que constitue le passage de l’outil à l’objet devrait permettre de mieux contrôler la pertinence de son utilisation dans nos situations expérimentales. Le préceptorat offre en fait un moyen de problématiser la pratique de l’enseignant. Il donne ainsi au chercheur la possibilité de contrôler la situation de l’enseignant.

La situation expérimentale dans le contexte de l’enseignement à distance et des Environnements Informatiques pour l’Apprentissage Humain (EIAH) : TéléCabri

Nous avons réalisé nos situations expérimentales dans le cadre du projet *TéléCabri*. La pratique de l’enseignant que nous avons instaurée, en vue de l’observer et d’analyser étayage et explication, est celle de l’assistance au travail de résolution de problèmes de l’élève dans le cadre d’interactions médiatisées par ordinateur.

L’enseignant et l’élève travaillent ensemble à distance grâce à un dispositif informatique de visiocommunication. Le partage de l’espace de travail associé à la visiocommunication donne aux deux interlocuteurs le sentiment d’être ensemble pour respectivement enseigner et apprendre les mathématiques. Le sentiment de téléprésence est le résultat non seulement des possibilités de communication mais surtout celui de la pertinence du partage de l’espace de travail vis-à-vis de la tâche à accomplir. Cette pertinence lui est conféré par *Cabri-géomètre,* micromonde de géométrie, qui donne du sens au partage d’application.

Au **chapitre 4**, nous exposons les enjeux du projet TéléCabri ainsi que les réalisations expérimentales auxquelles il a donné lieu. Nous avons d’abord mis en place un dispositif ad hoc au laboratoire permettant de créer la fiction d'une rencontre distante. En dépit de la singularité du dispositif, enseignants et élèves s'impliquent totalement dans leur tâche respective. Cependant, la question de la finalité de leur présence dans les murs du laboratoire se pose. En effet, une telle situation artificielle ne nous permet pas de contrôler l’enjeu didactique de l’interaction. Nous avons donc réalisé une seconde campagne expérimentale dans le but d'inscrire nos expérimentations dans le déroulement normal de la scolarité des élèves et du travail des enseignants. Pour cela, nous avons utilisé la plate-forme informatique du projet TéléCabri mise en place au lycée-collège du CHU de Grenoble. Ainsi, les élèves et les professeurs impliqués dans nos expériences l'étaient dans le cadre de leur activité régulière.

Les analyses de l'intervention de l'enseignant dans le cadre de TéléCabri

Les pratiques enseignantes que nous avons eu l'occasion d'observer grâce au dispositif expérimental adopté sont à la fois authentiques et suffisamment inhabituelles pour donner accès à certains aspects qui restent parfois cachés dans le travail de l'enseignant. Notre processus de modélisation des interventions de l'enseignant se développe ainsi simultanément à partir d'un travail théorique et d'une analyse des pratiques, la prise en compte des pratiques étant un point central, comme le souligne da Ponte :

> *« Si l'on veut reconnaître pleinement la pratique professionnelle, nous devons la prendre comme point de départ pour la recherche et pas seulement un endroit pour appliquer la théorie. »*[1] (da Ponte 1994, p. 204).

Les observations recueillies sont analysées en deux volets. Au **chapitre 5**, nous avons pour but de déterminer plus précisément le rôle de l'environnement Cabri-géomètre — constituant du milieu avec lequel interagit l'élève (Laborde et Capponi 1994) — qui donne leur sens aux interventions de l'enseignant. Au **chapitre 6**, nous proposons des analyses qui montrent comment étayage et explication permettent de décrire certaines interventions de l'enseignant.

---

[1] *« If we want to regognize professional practice on its own right, we need to take it as the starting point for research and not just the place for application of theory. »* (da Ponte 1994, p. 204).

Plan de la thèse

♦

Chapitre 1

L'étayage, une intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu

Notre objet d'étude est l'enseignant. Nous avons choisi d'analyser son rôle dans le cadre spécial des interactions didactiques individualisées à distance. Nous proposons de reprendre la théorie des situations pour examiner la modélisation du rôle de l'enseignant qui est y proposée. Un élément central de la prise en compte de l'enseignant dans ce modèle est celui de la négociation du contrat didactique. Nous le reprenons en mettant l'accent sur la négociation comme processus nécessaire de la relation didactique (première section du chapitre). Nous proposons alors d'utiliser la négociation pour expliquer et rendre compte d'un certain type d'interventions de l'enseignant dans la situation de l'élève, dimension encore peu prise en compte dans la théorie des situations (seconde section du chapitre).

I. LA PLACE DE LA NEGOCIATION DANS LA SITUATION D'ENSEIGNEMENT

Lors d'une rencontre entre deux interlocuteurs où l'un a le devoir de faire apprendre quelque chose de prédéfini à l'autre se noue une relation didactique qui, pour être fructueuse, doit donner une place à la négociation. Nous allons montrer pourquoi la négociation est nécessaire à la réussite et à la pérennité de la relation didactique et donc de justifier cette première affirmation. Dans ce but, nous utilisons comme point de départ les concepts didactiques de dévolution et de contrat didactique qui correspondent justement à une négociation entre l'enseignant et l'élève (Brousseau 1986 ; 1988a). Nous montrerons ensuite comment la négociation n'est pas toujours rattachée à ces deux concepts, ce qui nous permettra de réexaminer le phénomène didactique d'effet Topaze à la lumière d'une négociation qui n'est pas uniquement celle du contrat didactique.

I.1. À l'origine de la négociation, le paradoxe de la relation didactique

Dans ses travaux, Brousseau (1986 ; 1988a) a mis en évidence un paradoxe dans la relation didactique. Ce paradoxe a pour origine le fait que l'apprentissage est un phénomène essentiellement individuel, qui correspond à une construction personnelle de connaissance, mais qui ne peut avoir lieu que dans un contexte social, au moins en ce qui concerne les connaissances scientifiques et en particulier les mathématiques (Vygotski 1934). D'où l'importance du rôle de l'enseignant.

L'enseignant a pour projet d'enseigner à l'élève des savoirs prédéfinis. Pour cela il va intervenir auprès de l'élève, donc s'impliquer dans son environnement. Or, l'apprentissage est le résultat d'une construction de connaissances consécutive à l'adaptation de l'élève aux situations qui lui sont proposées. Les connaissances qui résulteront de l'adaptation de l'élève aux situations proposées par l'enseignant seront donc dépendantes de l'enseignant. En conséquence, elles n'auront pas forcément un sens correct car elles ne seront pas toujours réinvestissables dans d'autres contextes en particulier ceux dépourvus d'intentions didactiques, ce qui est pourtant la finalité de l'enseignement. De son côté l'élève doit apprendre en s'adaptant à des situations pour lesquelles il n'a pas initialement les connaissances requises. De plus, il sait que ces situations ont été spécialement conçues par l'enseignant pour faire en sorte qu'il apprenne quelque chose. Il doit tenter de maîtriser des situations sans en avoir les moyens au début et sans tenir compte du fait qu'elles ont été spécialement prévues pour cela. Il est donc nécessaire que sa relation avec l'enseignant lui permette d'avoir confiance dans le fait que s'il se risque à s'investir dans les situations proposées, il finira bien par apprendre.

En résumé, toute action de l'enseignant pour accomplir son devoir pourra être interprétée comme telle par l'élève et donc contrer le projet de l'enseignant. Plus l'enseignant fera des efforts visibles pour obtenir un apprentissage donné, plus l'élève aura les moyens de résoudre le problème en détectant l'intention de l'enseignant et moins il le fera en y investissant les connaissances voulues (Brousseau 1986, p. 66).

Ce paradoxe pèse sur la relation didactique et la ferait disparaître si d'une part il n'y avait pas de contraintes institutionnelles solides qui la font perdurer et d'autre part si les protagonistes ne mettaient rien en œuvre pour en atténuer les effets.

Une étape nécessaire à la réussite du projet d'enseignement apparaît : la *dévolution* de la situation à l'élève. Cela signifie que l'élève doit prendre la responsabilité d'investir ses propres connaissances, qu'il sait être insuffisantes, pour résoudre le problème posé par l'enseignant.

> *« La dévolution était un acte par lequel le roi — de droit divin — se départissait du pouvoir pour le remettre à une chambre. La « dévolution » signifie que « ce n'est plus moi qui veux, c'est vous qui devez vouloir mais je vous donne ce droit parce que vous ne pouvez pas le prendre tout seul » »* (Brousseau 1988b, p. 15).

Mais la dévolution du problème à l'élève ne peut pas être simplement un droit « donné » par l'enseignant à l'élève. En effet, l'exercice de ce droit est risqué pour l'élève. Le droit de mettre en œuvre ses propres connaissances n'est d'aucune utilité du point de vue de l'élève, s'il n'est pas accompagné simultanément d'une garantie qui lui assure qu'il apprendra ainsi les connaissances visées et que cet apprentissage sera reconnu par l'enseignant. Du coup, même si l'enseignant et l'élève ont un projet final commun, les moyens d'y arriver ne sont pas directement compatibles.

On comprend alors pourquoi une négociation entre l'enseignant et l'élève est nécessaire.

I.2. La dévolution et la négociation de l'évolution du contrat didactique

On peut envisager, de façon fructueuse, le contrat didactique comme étant l'objet qui est négocié et la négociation du contrat didactique comme le processus qui permet d'obtenir la dévolution. Les conséquences de cette négociation sont l'efficacité des situations pour l'apprentissage, c'est-à-dire l'établissement d'un rapport de l'élève à un milieu efficace relativement aux connaissances visées et plus généralement la stabilité de la relation didactique. Nous allons voir comment ce point de vue sur le contrat et la dévolution entraîne que le contrat didactique n'est en fait jamais fixé, toujours en négociation et donc en évolution, et finalement que la négociation est une composante nécessaire de la relation didactique.

Brousseau présente bien le contrat didactique comme une conséquence du paradoxe exposé brièvement ci-dessus.

> « *Ces paradoxes entraînent deux conséquences : nécessité d'une résolution temporelle, et afin de permettre l'avancement de la relation, nécessité d'un blocage temporaire de certaines conditions de la situation par des conventions provisoires, implicites ou explicites. Ces conventions deviennent l'objet et l'enjeu de la relation didactique. La forme générale de ces conventions est le contrat didactique.* » (Brousseau 1988a, p. 322).

Regardons plus précisément le mécanisme de l'instauration d'un contrat didactique. Le contrat didactique doit être cohérent avec le milieu nécessaire à l'apprentissage visé. En fait, il doit permettre à ce milieu d'exister. Or le milieu dépend essentiellement des connaissances de celui qui interagit avec lui. Donc il dépend des connaissances de l'élève. Cependant, les connaissances de l'élève sont toujours en évolution puisqu'il est en train d'apprendre, ainsi le milieu va constamment bouger et le contrat didactique également.

> « *Dans le jeu du maître avec le système élève-milieu le contrat didactique est le moyen d'établir les règles et stratégies de base puis de les adapter aux changements de jeux de l'élève.* » (Brousseau 1986, p. 65).

Finalement on comprend ainsi comment le contrat didactique est lié aux connaissances de l'élève et pourquoi il est toujours en évolution. Ce qui est négocié entre l'enseignant et l'élève, ce n'est pas tant un certain contrat didactique mais plutôt une évolution de ce contrat : « *le processus de recherche d'un contrat hypothétique* » (Brousseau 1986, p. 53). Un contrat didactique fixe ne permettrait pas la progression des apprentissages et contribuerait à l'échec de la relation didactique.

I.3. Les phénomènes didactiques

Identifiés par Brousseau (1981 ; 1986), les phénomènes didactiques, tel que l'effet Topaze, sont présentés à partir d'exemples prototypiques comme des conséquences malheureuses et presque toujours évitables de l'activité de l'enseignant. D'un point de vue didactique, ils sont les effets néfastes et observables du contrat didactique.

> « *Envisager l'enseignement comme la dévolution par le professeur à l'élève d'une situation d'apprentissage a permis de repérer certains phénomènes. La tentative de modéliser cette dévolution comme la négociation d'un contrat permet de les expliquer en grande partie [...].* » (Brousseau 1988, p. 65).

Le principe sous-jacent est que lorsque l'enseignant intervient dans la situation d'apprentissage de l'élève et que ce dernier en tient compte, le travail de l'élève n'a plus la signification voulue. C'est une destruction de la situation d'apprentissage causée par l'enseignant. La conclusion pourrait être qu'il vaut mieux que l'enseignant s'abstienne de toute intervention et que toutes les possibilités d'apprentissage soient contenues dans la situation.

C'est l'effet Topaze qui correspond à une intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu. Les autres effets, tels que Jourdain ou le glissement métacognitif, concernent plutôt l'interprétation mathématique abusive et après coup d'une activité de l'élève que l'enseignant n'essaye pas directement de transformer. Nous souhaitons mettre en évidence que, si effectivement l'effet Topaze correspond à une perte complète du sens de l'activité de l'élève, il est le résultat ultime de tout un processus de négociation qui peut avoir une issue plus favorable en terme d'apprentissage. En particulier, la négociation à la baisse du sens de l'activité de l'élève, qui débute après un échec de l'apprentissage, protège dans un premier temps la relation didactique et permet que plus tard les apprentissages voulus puissent avoir lieu.

I.3.1. L'exemple de Topaze analysé par Brousseau

L'histoire de Topaze (Pagnol 1928) [1], prise en exemple par Brousseau pour illustrer un certain dérapage de la situation d'enseignement, ne donne pas un beau rôle à l'enseignant.

Lors d'une dictée, l'enseignant Topaze remarque qu'un élève échoue au problème de grammaire qui lui est posé, à savoir, mettre un « s » au pluriel de mouton dans la phrase « Des moutons étaient dans un parc ». Il suggère la bonne réponse en prononçant « des moutons... moutonss » tout en appuyant sur le s terminal. L'élève ne comprenant toujours pas, Topaze lui dit de faire attention et répète : « Je dis moutonss. Étaient... étai-eent. C'est à dire qu'il n'y avait pas qu'un moutonne. Il y avaient plusieurs moutonsse. »

Dans cet extrait, Topaze, après un constat d'échec de son élève, transforme le problème à résoudre afin d'obtenir le comportement voulu, c'est-à-dire que l'élève mette un « s » à mouton. Mais si finalement l'élève le fait, ce n'est pas parce qu'il a reconnu qu'il fallait appliquer la règle de grammaire et l'applique correctement mais parce qu'il a bien décrypté phonétiquement le message du professeur. C'est *« le professeur [qui] a pris à sa charge l'essentiel du travail »* (Brousseau 1986, p. 41).

L'effet Topaze désigne ainsi la destruction par l'enseignant de la situation d'apprentissage : la bonne réponse de l'élève, c’est-à-dire un comportement observable, est obtenue par une dénaturation de la situation qui doit provoquer la réponse. La manipulation consiste à proposer une suite de situations qui induisent la même réponse mais pour des raisons qui peuvent être très différentes et n'avoir plus rien à voir avec le problème initial. Comme c'est la situation qui garantit la signification de la réponse, il y a à terme une disparition de la signification initiale de la réponse.

C'est l'enseignant qui est l'acteur de cet effondrement de la situation d'enseignement et on peut se demander pourquoi il s'y résout. Est-ce volontaire et inévitable ? La gestion des situations d'apprentissage est laissée au bon sens des professeurs. Topaze aurait-il perdu tout bon sens ?

---

[1] Cette pièce de théatre de Marcel Pagnol a donné lieu à cinq films, dont un, tourné par l'auteur en 1951 avec Fernandel dans le rôle de Topaze.

Le rôle de Topaze est décrit de façon très négative par Brousseau. Il parle à son propos d'une *« pauvre ruse »* du professeur qui échoue et qui le contraint à se justifier et d'un *« adulte dérisoire »* et *« infantilisé face à son élève absent »* (Brousseau 1981, pp. 232-233). *« Topaze mendie une marque d'adhésion et négocie à la baisse les conditions dans lesquelles l'élève finira par mettre ce « s » »* (Brousseau 1986, p. 41, c'est nous qui soulignons). On peut ainsi conclure que Topaze a perdu son bon sens, qu'il déchoit de son rôle et abdique sa responsabilité d'enseignant.

Pourtant, ce comportement de la part de l'enseignant n'est pas aussi aberrant qu'il y paraît. Pour s'en rendre compte il faut comprendre quelles sont les conditions qui provoquent un tel phénomène, savoir si l'enseignant a d'autres alternatives et s'il connaît dès le départ l'issue du processus qu'il met en œuvre :

Finalement ce comportement n'est-il pas un moindre mal étant donnée la situation ?

I.3.2. La négociation comme processus nécessaire qui aboutit parfois à l'effet Topaze

Topaze, le maître, n'arrive pas délibérément et instantanément à la conclusion que l'on connaît, mais à la suite d'un processus de négociation entre lui et l'élève.

> *« Ainsi nous voyons comment Topaze propose une suite de situations qui toutes tendent à produire le même comportement mais qui lui donnent des significations complètement différentes, de moins en moins riches ou coûteuses en investissement et en connaissances, pour l'élève. Il y a là une sorte de négociation : Topaze essaie d'obtenir le comportement de l'élève « au meilleur prix » c'est-à-dire avec la situation qui lui donnera la meilleure signification... »* (Brousseau 1981, p. 233).

Nous proposons de reconsidérer le processus mis en œuvre par l'enseignant comme une solution, a priori raisonnable, au problème qui se pose, c'est-à-dire l'échec de l'apprentissage. La situation est celle d'un élève qui n'a pas produit le comportement voulu, qui n'arrive pas à fournir la réponse attendue par l'enseignant. Ce dernier peut donc conclure que la situation qui devait permettre à l'élève de produire cette réponse et de lui associer un sens correct n'a pas fonctionné. Quelles sont les alternatives possibles à l'activité de l'enseignant quand la situation prévue et préparée dans un but d'apprentissage n'a pas correctement fonctionné ? Margolinas (1992) a montré sur un exemple que les choix de l'enseignant, face à une situation qui ne se déroule pas comme prévu, ne sont pas nombreux. Notamment, s'il est évidement impossible de faire rejouer exactement la même situation, une simple évolution de cette situation n'est pas non plus faisable car elle n'aboutirait pas aux apprentissages souhaités.

> « *En fait, dans la situation réelle, avec les contraintes telles que nous les connaissons, le maître ne peut pas faire rejouer le jeu.* » (Margolinas 1992, p. 198).

Dans ces conditions, ou bien l'enseignant abandonne, et là effectivement il renonce à son rôle d'enseignant, ou bien il transforme la situation. Il entre alors dans un processus de négociation qui vise à faire produire la bonne réponse à l'élève par l'intermédiaire d'un jeu sur les situations.

La question devient pour nous de montrer comment un tel processus est déclenché, quelles en sont les étapes et pourquoi il aboutit parfois à l'effet Topaze.

La négociation sur le sens de la situation proposée à l'élève débute par un échec de la situation initiale, c'est-à-dire que l'élève n'a pas appris ce qui était prévu et ne peut donc pas produire le comportement qui résulte de cet apprentissage. À ce point là, il y a deux contraintes qui pèsent sur la relation pour l'enseignant : faire en sorte que l'apprentissage ait lieu et/ou faire en sorte que la relation didactique dure pour que d'autres apprentissages puissent avoir lieu. Il est donc nécessaire que l'enseignant agisse. D'abord parce que cela relève de sa responsabilité d'enseignant de gérer les situations afin d'obtenir l'apprentissage voulu et que s'il ne fait rien le problème ne sera pas résolu. Ensuite, lorsqu'il intervient dans la situation, son action n'est pas forcément immédiatement et irrémédiablement négative. En effet, et c'est ce que nous proposons, la négociation, c'est-à-dire la manipulation de la situation par l'enseignant, a des chances non négligeables de s'arrêter avant la dénaturation complète de la situation. En développant, dans la seconde section de ce chapitre, ce que peut être une intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève, quand cette intervention ne se solde pas par un effet Topaze, nous montrons qu'il existe une distance suffisante entre les différents types d'interventions pour que l'enseignant ait une marge de négociation.

Les conditions dans lesquelles l'enseignant entame la négociation sur le sens des situations de l'élève sont ainsi un peu éclaircies. L'enseignant y est contraint et les risques de conclusion inappropriée pesant sur le déroulement de la négociation ne sont pas immédiats. Brousseau ouvre lui-même la voie de la relativisation de la responsabilité de l'enseignant sous-entendue dans l'effet Topaze :

> *« La mise en évidence de divers effets et phénomènes (Topaze, Jourdain, abus de l'analogie etc...) comme échecs évitables, de régulations inévitables, (l'erreur ne consiste pas à commettre à l'occasion un effet Topaze mais à ne pas savoir l'éviter la plupart du temps) montre que les indices de dérapage ne sont pas toujours visibles, et surtout pas immédiatement. »* (Brousseau 1995, p. 30).

Ainsi cette négociation, qui passe par une manipulation de la situation de l'élève par l'enseignant peut déboucher, mais pas obligatoirement, sur un effet Topaze. Avant de proposer un outil qui permette de prendre en compte l'intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève, lorsque cette intervention ne dénature pas complètement la situation de l'élève (cf. §II.), nous proposons de regarder comment d'autres auteurs expliquent et prennent en compte la négociation dans l'enseignement.

I.4. La négociation des connaissances mathématiques

Certains auteurs ont abordé la question de la négociation dans les situations d'enseignement sans adopter le point de vue exposé ci-dessus, c'est-à-dire sans la relier directement au paradoxe fondamental de la relation didactique. Cela n'empêche pas les deux analyses que nous allons considérer maintenant de conclure également que la négociation est une dimension nécessaire à l'apprentissage, en particulier des mathématiques. Voigt (1994) relie la négociation à la dimension sociale de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Il montre que le processus de mathématisation d'une situation concrète, parce qu'il est ambigu et donne lieu à différentes modélisations, passe par une négociation. Baker analyse la négociation essentiellement dans le cadre de l'apprentissage collaboratif (Baker 1994a ;1995). Quand deux sujets connaissants collaborent pour la résolution d'un problème, la négociation est nécessaire pour construire conjointement une solution au problème.

I.4.1. La négociation d'une modélisation mathématique

Voigt introduit la négociation dans la classe de mathématiques pour expliquer comment une signification mathématique commune à l'ensemble des membres de la classe peut être construite à partir d'une situation concrète.

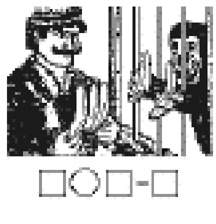
La négociation est dans un premier temps présentée comme le fruit du caractère fondamentalement social de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques :

> *« L'hypothèse fondamentale est que les dimensions sociales ne sont pas les conditions périphériques de l'apprentissage des mathématiques mais sont intrinsèques à l'apprentissage des mathématiques. [...] Dans la discussion qui suit, le développement de la signification mathématique est étudié d'un point de vue sociologique. La signification mathématique est considérée comme le produit de processus sociaux, en particulier comme un produit d'interactions sociales. »*[2] (Voigt 1994, pp. 275-276).

Dans un second temps, Voigt ajoute que la négociation est due à une ambiguïté fondamentale liée à la situation de mathématisation[3]. La situation analysée est celle de l'apprentissage des opérations élémentaires. La tâche proposée aux élèves est la production d'une écriture symbolique à propos d'une situation de la vie commune (accessible par une image, un texte ou un autre support) ou inversement, la contextualisation par des images d'une écriture symbolique. Le sens des opérations en tant qu'écriture symbolique peut ainsi être construit, par les élèves, en référence à des situations concrètes. Lors de ce processus de mathématisation, l'enseignant est confronté à une double ambiguïté. L'ambiguïté est liée aux multiples interprétations possibles, d'une part des écritures symboliques et d'autre part des situations concrètes. L'ambiguïté de la signification des écritures symboliques est levée pour le mathématicien par le recours à la théorie et à la définition formelle. Les élèves n'ayant pas encore accès à la théorie, notamment dans l'enseignement élémentaire, l'enseignant ne peut pas y faire appel pour établir la signification des écritures symboliques. Il lui reste donc la possibilité de faire passer la signification des signes mathématiques par leur mise en relation avec des situations concrètes. Mais une situation concrète n'est pas en soi une représentation de l'écriture symbolique. L'enseignant se heurte ainsi à la

[2] *« The basic assumption is that social dimensions are not peripheral conditions of learning mathematics but are intrinsic to learning mathematics. [...] In the following discussion, the development of mathematical meaning is studied from a sociological perspective. Mathematical meaning is taken as a product of social processes, in particular as a product of social interactions. »* (Voigt 1994, p. 275).

[3] Voigt définit la situation de mathématisation par la transformation de phénomènes empiriques en propositions mathématiques et vice et versa. Par exemple, dans l'exercice ci-contre il est demandé aux élèves de compléter correctement l'écriture avec des nombres.



seconde source d'ambiguïté. Voigt analyse ces ambiguïtés comme une dimension nécessaire de l'apprentissage de l'enseignement des mathématiques et comme étant à l'origine de la négociation :

> « *Si l'enseignant prend des phénomènes concrets comme point de départ afin de rendre les élèves familiers avec certains concepts mathématiques spécifiques et si un élève mathématise les phénomènes concrets différemment de ce qui était attendu par l'enseignant, alors un conflit est possible et il ne peut pas être résolu par de pures inférences. C'est une raison qui fait que les significations mathématiques à l'école font nécessairement l'objet d'une négociation.* »[4] (Voigt 1994, p. 280).

Voigt pose ainsi la question de la gestion par l'enseignant de la non-unicité de la modélisation mathématique d'une situation concrète. En particulier, une fois qu'une écriture est établie, c'est-à-dire que cette écriture est choisie comme mathématisation d'une situation concrète donnée, la question des raisons qui font que cette mathématisation est acceptable peut être abordée par la classe. La négociation porte alors sur la validation de l'écriture adoptée. Les raisons évoquées sont d'ordre empirique mais également théorique et sont susceptibles d'être l'objet d'un débat. L'apprentissage des élèves passe, d'une part, par la construction de mathématisations pour certaines situations concrètes, mathématisations communes à la classe et reconnues par l'enseignant et, d'autre part, par la maîtrise des raisons qui font que ces mathématisations sont acceptables.

À propos de cette analyse, pour comprendre d'où vient la nécessité de négocier il nous faut approfondir certains aspects abordés par Voigt. Premièrement, l'incertitude qui entoure la solution visée par l'enseignant est une condition de l'exercice des connaissances des élèves et donc de l'apprentissage. Dans le cas des situations de mathématisation observées par Voigt, les différentes interprétations mathématiques possibles donnent l'occasion aux élèves de faire des choix et d'investir des connaissances. C'est donc une dimension inhérente à tout recours à une contextualisation concrète et

---

[4] « *If the teacher takes empirical phenomena as starting-point in order to make the student familiar with specific mathematical concepts and if a student mathematizes the empirical phenomena differently than expected by the teacher, a conflict is possible that can not be solved by pure inferences. This is one reason why mathematical meanings in school are necessarily a matter under negociation.* » (Voigt 1994, p. 280).

plus généralement à toute situation d'apprentissage. La négociation qui découle de cette incertitude est inévitable.

Deuxièmement, un des problèmes qui surgit dans le déroulement de ce type d'activités de modélisation en mathématiques est celui de la validation des solutions proposées. La validation ne peut pas se réduire à la vérification de la conformité de la solution proposée par l'élève avec celle prévue par l'enseignant. La question de la cohérence interne du modèle proposé par un élève et celle de l'identification des questions auxquelles la modélisation choisie permet de répondre doit également faire l'objet d'un traitement en classe. Là encore la négociation permet, sinon d'établir, au moins de faire émerger différents types de validation et de ne pas en rester à une confrontation empirique.

Troisièmement, si l'enseignant veut que les élèves aboutissent à une modélisation identifiée a priori et pas à une autre, ce qui est légitime, il doit exercer un contrôle sur le jeu des contraintes qu'il met en place avec la situation. Cette étude préalable de la situation proposée aux élèves a pour but d'assurer que le milieu voulu leur est accessible et qu'il réagit conformément à la modélisation visée, c'est-à-dire en validant cette modélisation et en disqualifiant les modélisations concurrentes. Or comme nous le disions précédemment, aucune situation concrète ne peut donner lieu à une seule modélisation. De plus le sens d'une modélisation construite à partir d'une situation concrète est lié au sens des autres modélisations possibles à partir de la même situation de référence. L'apprentissage pour les élèves passe ainsi également par la maîtrise des modélisations concurrentes et leur distinction relativement à la modélisation visée. Par conséquent là encore, l'enseignant ne peut pas éviter l'apparition de différentes modélisations concurrentes et la négociation qui en résulte, en ayant uniquement recours à une caractérisation stricte et contrôlée de la situation concrète. Afin d'éviter d'avoir à étudier toutes les interprétations possibles (ce qui crée un risque de détournement de l'objectif d'apprentissage initial), l'enseignant peut être tenté de diriger fortement l'élaboration de la solution au moyen d'un jeu de questions et réponses très serré avec les élèves. Voigt nomme cette stratégie « scénario de mathématisation directe »[5]. Nous reviendrons sur l'analyse de ce type d'interaction, des contraintes qui en

[5] *« Pattern of direct mathematisation »* (Voigt 1994, p. 288).

…/…

sont à l'origine, des problèmes qu'il permet de résoudre et de ses conséquences sur l'apprentissage. Mais on peut d'ores et déjà dire qu'en empêchant les diverses modélisations concurrentes d'apparaître et en évacuant le débat sur les raisons du choix de telle ou telle mathématisation, l'enseignant ne permet pas à tous les apprentissages d'avoir lieu. Dans ces circonstances, le sens des connaissances construites par les élèves s'en trouve fortement réduit.

Enfin plus généralement, les modélisations obtenues par les élèves, même si elles sont acceptées par l'enseignant, sont nécessairement imparfaites relativement à d'autres systèmes de connaissances. Cela est évident par rapport au savoir savant mais l'est également par rapport aux savoirs de ces mêmes élèves dans le futur. La négociation entre l'enseignant et les élèves a alors pour but d'établir provisoirement une modélisation qui permette de rendre compte du travail mathématique accompli et d'un certain niveau de cohérence, qui soit réinvestissable dans d'autres situations et qui ne soit pas un obstacle à de futurs apprentissages.

Au total, ce travail nous montre que la négociation est nécessaire dans la classe pas uniquement à cause du caractère social de l'interaction d'enseignement mais également à cause des caractéristiques propres des connaissances qui doivent être enseignées, les mathématiques dans le cas qui nous occupe.

I.4.2. La négociation dans la collaboration[6] pour la résolution de problèmes

I.4.2.1. UNE NEGOCIATION DUE A DES CONNAISSANCES IMPARFAITES

Dans le domaine de l'intelligence artificielle pour l'éducation, Baker travaille sur l'analyse du dialogue et ses applications aux EIAH. Il s'intéresse à la négociation dans le cadre des interactions enseignantes et dans celui de la résolution collaborative de problèmes (Baker 1994a ; 1995). Il montre comment la nécessité de négocier dans une

[6] La collaboration pour résoudre une tâche est définie comme la construction commune d'une solution accompagnée d'un effort des collaborateurs pour maintenir une compréhension mutuelle du raisonnement tout au long de la résolution. En revanche, la coopération correspond à une division des responsabilités et un partage des tâches dans lequel chaque participant adopte a priori les buts et les résultats des autres (cf. Baker 1992).

situation d'enseignement est issue d'un ensemble d'hypothèses sur la connaissance. Il part essentiellement du principe que personne ne peut être le détenteur infaillible de la connaissance correcte pour montrer qu'un enseignant, qu'il soit humain ou artificiel, doit négocier :

> *« Dans beaucoup de domaines, quoi qu'il en soit, la reconnaissance des limites dans différentes dimensions des connaissances d'un enseignant devrait conduire à une forme d'interaction enseignante négociée. »*[7] (Baker 1994, p. 211).

Pour Baker, l'adoption de cette position épistémologique a des conséquences sur ce que doit être l'interaction enseignante. Plus précisément, ce point de vue interdit d'envisager l'enseignement comme une transmission directe des connaissances avec un contrôle de l'interaction entièrement du côté de l'enseignant, qu'il soit humain ou artificiel. Il rend également nécessaire une construction conjointe des solutions aux problèmes abordés et une négociation de l'interaction (cf. Figure 1) (Baker 1994a, p. 209).

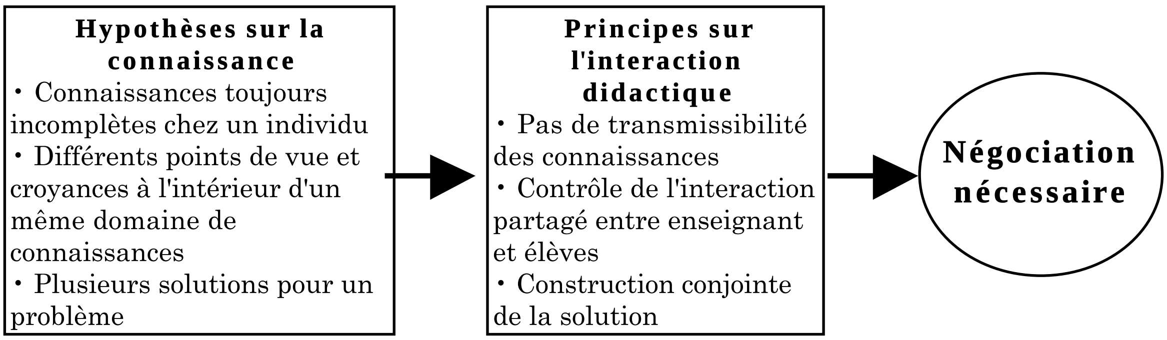


Figure 1 : L'origine de la négociation dans l'interaction didactique (Baker 1994a).

À partir de ces principes qui justifient la négociation dans l'interaction enseignante, Baker construit un modèle de la négociation pour analyser les interactions. Ce modèle de la négociation, que nous exposons plus bas, est une tentative pour comprendre ce que peut être le processus de négociation entre deux individus dont l'un veut apprendre et l'autre enseigner. Le même modèle permet également d'analyser de façon fructueuse la collaboration de deux élèves pour la résolution de problèmes (Baker 1995). Les questions relatives à la collaboration, qu'il traite à partir de la négociation, sont celles du

7 *« For many domains, however, recognition of the limits of a teacher's knowledge along different dimensions should lead to some form of negociative teaching interaction »* (Baker 1994, p. 211).

processus de construction conjointe de la solution du problème et de l'obtention d'un accord sur la solution construite. Le modèle proposé permet d'avancer sur ces deux questions.

Le modèle de la négociation proposé par Baker se décompose en quatre éléments (Baker 1994a ; 1995) : (i) ce qui est à négocier, le negotia, par exemple un ensemble de propositions, un point de vue sur la connaissance, la signification d'une phrase ou même le fait qu'il y ait quelque chose à négocier ; (ii) la position initiale des négociateurs relativement au negotia ; (iii) la position finale des négociateurs, par exemple la coopération ou l'acceptation d'une proposition et, enfin, (iv) le processus de négociation. Le processus de négociation est construit au fil des propositions des interlocuteurs. Baker relève deux conditions d'existence d'une négociation. La première est que chaque négociateur doit avoir des droits équivalents, reconnus par l'autre négociateur, pour agir dans la négociation :

> *« Les négociateurs doivent être relativement égaux (ou au moins se croire égaux) en terme de droit à faire des propositions »*[8] (Baker 1994a, p. 215).

Il insiste[9] sur cet aspect mais précise en outre que :

> *« ... ça* ne *signifie* pas *que ces droits seront toujours pleinement exercés, que chaque agent contribuera dans la même mesure ou que la négociation requiert des participants d'égale compétence et connaissance. »*[10] (Baker 1994a, p. 222).

La seconde condition à remplir pour qu'une négociation soit possible est que les agents soient capables de renoncer à leur point de vue, c'est-à-dire qu'ils aient une marge de manœuvre autour de la position qu'ils doivent défendre dans la négociation, qu'ils puissent renoncer à certaines de leurs exigences.

> *« Pour que la négociation soit une stratégie appropriée, il est nécessaire qu'il y ait une grande latitude dans le domaine (tel que des croyances justifiables et discutables) et que les agents*

---

8 *« Negociators need to be relative équals (or at least to believe themselves to be) in terms of rights to make proposals. »* (Baker 1994a, p. 215).

9 Dans l'article de 1994a, Baker revient à quatre reprises sur la symétrie des droits des négociateurs (pages 207, 215, 222 et 245).

10 Souligné par l'auteur : *« Note that this does* not *say that these rights will be always exercised fully, that each agent will contribute to the same extent or that negotiation requires participants with equal competence and knowledge. »* (Baker 1994a, p. 222).

> *puissent être capables de relâcher leur contraintes. [...] En d'autres termes, tout dépend de la latitude dont dispose chaque agent selon plusieurs dimensions différentes. »*[11] (Baker 1994a, pp. 213 et 248).

Cela introduit le problème des contraintes qui pèsent sur la négociation. Baker ne développe pas cet aspect là. Mais il nous paraît évident qu'une négociation ne peut avoir lieu que si les négociateurs peuvent faire des concessions. Ce qui détermine les concessions possibles ce sont les contraintes de la situation. Dans le cas des situations d'enseignement, l'identification des contraintes pesant sur les négociateurs, enseignant ou élève, est une question essentielle si l'on veut comprendre le fonctionnement de la négociation. La nature de la connaissance est une contrainte importante dans l'interaction d'enseignement et donc dans la négociation. L'hypothèse faite par Baker est que dans certains domaines de connaissances, l'existence de connaissances incomplètes et incertaines crée l'espace nécessaire à la négociation. La zone de flexibilité requise pour permettre la négociation serait dans le cas des interactions didactiques, le résultat d'une position affaiblie de l'enseignant relativement aux connaissances. Nous discutons cette hypothèse au point suivant (cf. §I.4.3.).

Le processus de négociation est analysé par Baker à partir de la théorie des actes de communication. Mais il n'est pas nécessaire dans le cadre de ce travail d'exposer tout ce développement théorique. En revanche, pour la compréhension du rôle de la négociation dans la construction collaborative de la solution d'un problème une présentation rapide est utile.

Le rôle joué dans la négociation par chaque proposition d'un négociateur dépend essentiellement du contexte créé par les propositions précédentes. Chaque nouvelle proposition est en relation avec une ou plusieurs des propositions antérieures.

Ces relations se regroupent en quatre classes :

- les relations relatives à l'élaboration de la solution du problème qui sont dépendantes du domaine de la tâche telles que la raison, l'inférence, la

[11] *« For negotiation to be an appropriate strategy, there needs to be wide latitude in the domain (such as justifiable and arguable beliefs), and agents need to be able to relax their constraints. In other words, it all depends on the latitude that each agent has on a number of different dimensions. »* (Baker 1994a, pp. 213 et 248).

catégorisation, la généralisation, l'instanciation etc... elles permettent de retracer, dans un dialogue, l'élaboration de la solution d'un problème.

- les relations relatives à la gestion de l'interaction telles que la répétition l'interruption ou la poursuite d'une proposition précédente ;
- les relations de liaison hiérarchique entre propositions comme la réponse à une question ;
- les relations d'argumentation telles que la défense ou l'attaque d'une proposition (Baker 1995).

Sur un extrait de dialogue, Baker reconstruit les enchaînements entre propositions en déterminant pour chaque nouvelle contribution à partir de quelles propositions précédentes elle est élaborée et par quelles fonctions. L'analyse plus particulière des relations dépendant du domaine de la tâche permet d'évaluer d'une part les contributions respectives des deux intervenants à la résolution du problème et d'autre part, à quel point les contributions sont collaboratives plutôt que développées en parallèle (Baker 1995). Ainsi le modèle de la négociation permet à Baker de montrer le mécanisme de co-construction d'une solution dans la résolution de problèmes.

Baker aborde également la question de l'obtention d'un accord dans l'interaction. Il montre que l'accord final visé par la collaboration pour la résolution de problèmes est l'acceptation commune d'une proposition de solution plutôt qu'une croyance mutuelle. En d'autres termes, l'enseignant peut en venir à se contenter d'une acceptation de l'élève plutôt que d'une signification partagée.

I.4.2.2. CRITIQUE DE LA JUSTIFICATION DE LA NEGOCIATION PROPOSEE PAR BAKER : UN POINT DE VUE NON DIDACTIQUE

Baker part d'hypothèses sur la nature de la connaissance, en particulier sur les connaissances d'un individu, pour montrer que dans une situation d'enseignement, l'enseignant devrait négocier les connaissances en jeu. Il nous faut expliquer pourquoi nous n'adoptons pas les principes sur l'interaction enseignant-élève que Baker tire de ses hypothèses sur la connaissance. En particulier il ne nous paraît pas indispensable de supposer une possible remise en cause des connaissances de l'enseignant pour justifier

other words, it all depends on the latitude that each agent has on a number of different dimensions. » (Baker 1994a, pp. 213 et 248).

l'existence de la négociation dans la relation didactique. Nous montrons ici qu'il n'est pas nécessaire d'adopter ce point de vue pour analyser de façon pertinente et productive l'interaction didactique et la négociation qui en résulte. À l'instant, nous argumenterons sur deux points. D'abord dans toute situation didactique il existe, ou du moins on fait « comme si » il existait une référence en terme de connaissance qui constitue l'objectif d'apprentissage. Ensuite, dans l'interaction didactique, c'est par l'enseignant que cette connaissance est accessible. Pourtant, et nous allons développer nos arguments ci-dessous, la négociation reste nécessaire.

L'existence d'un objectif d'apprentissage est caractéristique de l'interaction didactique

S'il est entendu que pour le savoir savant, comme pour le savoir enseigné issu de la transposition didactique, aucune connaissance n'est absolue, universelle, irréfutable et valable indépendamment de tout contexte (les travaux des épistémologues modernes l'attestent (Fourez 1988)), cela n'entraîne pas qu'il n'existe au sein de la relation didactique aucun savoir de référence. Même si toute connaissance peut être remise en question, pour les besoins spécifiques de l'enseignement et de l'avancée de l'apprentissage, les connaissances sont fixées artificiellement dans un certain état. La désignation d'un ensemble de connaissances, ensemble qui constituera une finalité provisoire d'apprentissage, est nécessaire pour pouvoir organiser et repérer les apprentissages. Même si certains apprentissages peuvent avoir lieu sans qu'aucun objectif soit fixé, ils ne sont pas prévisibles et ne seront pas forcément identifiés. Dans la relation didactique, tous les apprentissages ne se valent pas. Certains sont reconnus, validés et institutionnalisés car conformes aux objectifs d'apprentissage et à un état de la transposition didactique. D'autres sont ignorés et restent au niveau du vécu personnel de l'élève. Ce choix d'un ensemble défini de connaissances comme finalité de l'interaction caractérise la relation didactique : c'est l'existence a priori d'un objectif d'apprentissage qui fait qu'une interaction entre deux personnes est une interaction *didactique*. Les états de la connaissance, adoptés comme objectifs d'apprentissage, sont choisis explicitement par les institutions scolaires (la noosphère) ou bien ponctuellement et implicitement au moment où se noue une relation didactique. Ce choix de connaissances de référence agit simultanément comme moteur et comme contrainte sur l'interaction. Du reste, la détermination des conséquences de ces choix de connaissance sur la situation d'apprentissage et d'enseignement est l'essence même des analyses didactiques.

Le savoir de l'enseignant est d'une autre nature que celui des élèves et il est une référence par rapport à laquelle est élaboré localement l'objectif d'apprentissage dans l'interaction didactique

Bien que les connaissances de l'enseignant relatives à l'objet d'enseignement ne soient ni universelles ni absolues, elles représentent dans l'interaction la connaissance institutionnellement visée. Elles sont, au moins localement, la référence. En effet, si des connaissances sont désignées comme objectif d'apprentissage, elles doivent être accessibles d'une façon ou d'une autre dans la situation didactique. C'est le rôle de l'enseignant d'être le dépositaire de cet objectif d'apprentissage. Cette fonction d'enseignant peut être remplie par un individu, l'enseignant. Mais il peut arriver que l'enseignant partage cette responsabilité avec d'autres agents dans la relation didactique par exemple avec un environnement informatique d'apprentissage. Mais même si ce rôle est partagé entre plusieurs agents, c'est l'enseignant qui a le contrôle sur la connaissance et qui doit repérer les apprentissages.

Ce point de vue sur les connaissances de l'enseignant est important car c'est ce qui légitime son rôle. La nature de ses connaissances est différente de celles de l'élève, *même quand il ne connaît pas la solution du problème posé à l'élève.* Pour comparer le rapport à la connaissance de l'enseignant et de l'élève, Chevallard distingue leur place respective par rapport au temps (Chevallard 1985, p.72). L'enseignant sait avant, il sait déjà ce que l'élève va apprendre après. Il a également un point de vue différent par rapport au savoir en construction. Une remise en cause simple des connaissances de l'enseignant aurait pour conséquence une remise en cause des apprentissages possibles et de la fonction de l'enseignant.

Une négociation néanmoins nécessaire

Admettre que certaines connaissances sont, à un moment donné, la référence indiscutable visée par l'apprentissage et que l'enseignant est le dépositaire de ce savoir, n'empêche ni de reconnaître que les élèves ont déjà des connaissances qui sont très efficaces dans certaines conditions, ni qu'il faille quand même négocier quelque chose dans la relation didactique entre l'enseignant et l'élève. Et c'est à ce point que nous voulions arriver. Il n'est pas obligatoire que l'enseignant puisse remettre en cause ses connaissances pour qu'une négociation mettant en jeu ce savoir soit possible.

Nous avons déjà montré, dans cette même section de chapitre (cf. §I.1. et §I.2.), que ce qui est à négocier n'est pas en premier lieu la relativité des enjeux d'apprentissage, mais les moyens et l'attitude de l'élève et de l'enseignant pour que cet apprentissage ait lieu. Ainsi, la nécessité de la négociation n'est pas essentiellement due au caractère faillible et aux limites des connaissances de l'enseignant, qu'il soit humain ou artificiel. C'est la situation d'enseignement qui porte en elle-même l'exigence d'une négociation. Par exemple, le fait d'avoir fixé momentanément une connaissance comme étant la référence nécessite déjà une négociation. En effet, comme au cours de l'apprentissage, les objectifs évoluent, une nouvelle connaissance apprise vient relativiser une connaissance précédente ou peut même la remettre en cause. La négociation a lieu entre l'enseignant et l'élève pour permettre aux objectifs d'apprentissage d'évoluer. D'une certaine façon cette négociation de l'évolution des connaissances entraîne une remise en cause des apprentissages précédents. Ce ne sont pas les connaissances de l'enseignant qui sont ainsi en jeu mais les objectifs d'apprentissage qui se succèdent.

Cependant, le fait qu'il existe, pour toute connaissance, un domaine de validité et des systèmes de représentations (nous parlons de domaine de validité pour préciser la notion de point de vue et pour exprimer qu'une connaissance est opérationnelle pour certains problèmes dans un certain système de représentations et pas dans d'autres), rejaillit sur la relation didactique. L'enseignant doit gérer les différents aspects de la connaissance visée. Même si un savoir de référence est établi et que l'enseignant en est le garant, les élèves, s'ils apprennent, finiront par être confrontés aux limites de ce savoir. Il reste que pour tout apprenant, prendre la mesure de la diversité et de la relativité de la connaissance est un apprentissage en soi qui passe nécessairement par une phase d'ignorance des différents points de vue possibles et l'adoption momentanée et aveugle d'un point de vue. Voigt montre ainsi dans son analyse des situations de mathématisation (cf. §I.4.1 de ce chapitre), comment l'enseignant gère les caractéristiques de la connaissance mathématique par la négociation sans toutefois remettre en cause les objectifs d'apprentissage.

I.5. Conclusion : la négociation, une dimension inévitable de la relation didactique

Dans les deux analyses précédentes, celle de Voigt et celle de Baker, la négociation est d'abord lue comme une dimension de l'interaction sociale entre agents connaissants. De plus, les deux auteurs la relient également aux savoirs en jeu dans la relation didactique. Voigt introduit la négociation pour rendre compte de l'interaction entre l'enseignant et les élèves à propos de situations de mathématisation ambiguës. Il montre que l'ambiguïté de ces situations réside dans la relation non bijective entre les écritures mathématiques et les situations concrètes qui peuvent leur donner du sens. L'origine de la négociation est donc pour Voigt inscrite profondément dans le savoir dont l'apprentissage est visé. Elle est alors inévitable pour l'enseignant. Pour Baker, l'origine de la négociation est à rechercher également dans les caractéristiques du savoir. Ces caractéristiques sont telles qu'aucun individu ne peut prétendre détenir la connaissance absolue et universelle. Cela permet à cet auteur de conclure que l'enseignant devrait ainsi être amené à négocier. La négociation dans ces conditions n'a pas de caractère de nécessité. Elle est seulement possible, et même conseillée par l'auteur. Les caractéristiques de la connaissance permettent de créer des conditions d'existence de la négociation en dégageant une zone d'incertitude sur les connaissances en jeu et donc une marge de manœuvre pour l'enseignant. Et Baker reconnaît que dans certains domaines suffisamment bien délimités, les réponses aux problèmes sont connues, ce qui entraîne que, pour les faire apprendre, la négociation est inutile (Baker 1994a, p. 202). L'origine de la négociation est donc bien également dans les caractéristiques du savoir mais pas en tant que dimension automatiquement nécessaire de la relation didactique. C'est plutôt une question de possibilité. Les possibilités de négocier sont déterminées par les contraintes qui pèsent sur la situation. La situation de collaboration de deux élèves pour la résolution de problèmes, utilisée par Baker pour développer son analyse, est une situation dans laquelle les contraintes sont telles que la négociation est possible. En effet, les deux collaborateurs étant des élèves, leur rapport au savoir est suffisamment incertain pour qu'il existe chez eux une possibilité de renoncement. Mais si la situation de collaboration est une situation d'apprentissage, elle n'est pas une situation d'enseignement. Il reste donc à déterminer quelles sont les contraintes, ou plus généralement les caractéristiques d'une situation d'enseignement, qui permettent, rendent nécessaire ou provoquent inévitablement une négociation. Cette question des contraintes d'origine épistémologique, c'est-à-dire des aspects de la situation imposés par la connaissance en jeu, est une question centrale dans les recherches en didactique.

Le point de vue exprimé par Brousseau met en avant le caractère incontournable de la négociation dans l'enseignement des mathématiques (cf. §I.1 et §I.2.). Les caractéristiques du savoir mathématique sont telles qu'il ne peut pas y avoir enseignement volontaire, durabilité de la relation didactique et résultat en terme d'apprentissage sans négociation. Le problème devient alors d'identifier les conditions d'exercice de cette négociation, le ou les objets de la négociation et son processus. La formalisation de cette négociation inévitable passe par le concept de contrat didactique. Les phénomènes didactiques, tels que l'effet Topaze (cf. §I.3.), sont les produits de cette négociation et donc des signes observables de l'existence d'une négociation du contrat didactique. Mais jusqu'à présent, les analyses ont eu pour objectif essentiellement la description de deux pôles opposés et extrêmes de l'activité de l'enseignant : l'absence d'intervention dans la relation élève-milieu ou l'intervention. Les deux conséquences de l'attitude de l'enseignant sont elles aussi extrêmes : il y a dans le premier cas apprentissage, c'est-à-dire construction d'une signification correcte pour les connaissances et dans le second cas pas d'apprentissage.

L'enjeu est maintenant pour nous de construire des outils qui permettent de rendre compte de l'intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève, intervention comprise entre ces deux pôles que sont soit l'inaction soit la destruction de la situation.

II. LA NEGOCIATION, DE L'ETAYAGE A L'EFFET TOPAZE

> *« On doit [...] s'attendre à ce que l'élève reçoive toutes les indications du professeur sur le même mode : comme des moyens « efficaces » de résoudre les problèmes (tels que des algorithmes) et ceci même si le professeur les choisit de façon à ce qu'elles relancent la recherche de l'élève, l'encouragent, l'aident sans toucher à l'essentiel de ce qui doit rester à sa charge. »* (Brousseau 1986, p. 61, souligné par l'auteur).

Dans cette citation, Brousseau ouvre une voie pour la prise en compte de l'intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève. Il signale d'abord que l'enseignant donne des indications, qu'il ne reste pas inactif pendant le travail de l'élève. Le fait que ce dernier interprète ces indications d'une autre façon qu'il ne le faudrait est déjà pris en compte par la théorie didactique à travers les concepts d'adidactique et de dévolution qui justement décrivent le fait que l'élève peut et doit arriver à faire abstraction de ces indications. Le contrat didactique décrit, lui, la réaction conjuguée de l'élève et de l'enseignant à cette distorsion des interprétations de l'élève par rapport à l'intention de l'enseignant. Cette modélisation a parfois conduit à faire l'hypothèse qu'il fallait que l'enseignant n'intervienne pas pour que son intervention ne puisse pas être mal interprétée. Mais dans les faits, on est forcé de reconnaître que l'enseignant intervient dans la relation élève-milieu. Alors se pose la question de sa prise en compte dans le modèle.

Dans cette même citation, Brousseau caractérise l'intervention de l'enseignant en soulignant qu'elle ne touche pas à l'essentiel. Il propose ainsi implicitement de différencier « l'essentiel d'une situation » du reste. Cela passe par l'identification de cet « essentiel d'une situation » d'une façon opératoire. Cette identification découpe dans la situation de l'élève un espace qui n'est justement pas l'essentiel et dans lequel l'enseignant peut agir.

Pour la prise en compte théorique de cette intervention de l'enseignant, nous proposons de faire appel aux travaux de Bruner qui, à la suite de ceux de Vygotski, conceptualisent l'activité de tutelle et l'étayage de l'action d'un enfant par un adulte (Bruner 1983).

II.1. L'étayage dans le développement de l'enfant

Bruner analyse l'activité de tutelle à partir de la théorie de l'apprentissage et du développement proposée par Vygotski.

II.1.1. La zone proximale de développement de Vygotski

Des travaux de Vygotski, nous utilisons ici trois résultats concernant l'apprentissage des concepts scientifiques par l'enfant et le rôle fondamental que joue l'adulte dans cet apprentissage. Ces résultats sont relatifs d'une part à la collaboration entre adulte et enfant, d'autre part à l'explicitation du rapport entre apprentissage et développement des concepts scientifiques et enfin, à la distinction entre savoir-faire techniques et développement de l'enfant. La « zone proximale de développement » est le concept construit par Vygotski qui permet de rendre compte, entre autres, de ces trois résultats.

Vygotski fait l'hypothèse, à partir de sa théorie de la formation du langage chez l'enfant, d'une distinction entre concepts quotidiens et concepts scientifiques, chacun ayant un mode particulier de développement et un rapport différent avec l'expérience de l'enfant. Sommairement, la différence tient au fait que la rencontre initiale de l'enfant avec les concepts a lieu au cours de l'action pour les concepts quotidiens alors qu'elle est verbale par l'intermédiaire de leur définition pour les concepts scientifiques (Vygotski 1934, p. 209). Il s'ensuit une trajectoire de développement différente chez l'enfant pour les deux types de concepts et des caractéristiques distinctes, la force des uns correspondant à la faiblesse des autres (*ibid*. p. 223).

Vygotski introduit alors le rôle de la collaboration spécifique entre l'adulte et l'enfant pour la formation des concepts scientifiques. Il s'appuie sur la reconnaissance commune du fait que l'enfant peut réaliser des tâches plus complexes avec l'aide de l'adulte que lorsqu'il ne bénéficie pas de cette aide, pour construire son explication du développement chez l'enfant.

> *« La possibilité plus ou moins grande qu'a l'enfant de passer de ce qu'il sait faire tout seul à ce qu'il sait faire en collaboration avec quelqu'un est précisément le symptôme le plus notable qui caractérise la dynamique de son développement et de la réussite de son activité intellectuelle. Elle coïncide entièrement avec sa zone de proche développement. »* (Vygotski 1934, p. 271).

La zone proximale de développement est déterminée de la façon suivante :

> « *Cette disparité entre l'âge mental, ou niveau de développement présent, qui est déterminé à l'aide des problèmes résolus de manière autonome, et le niveau qu'atteint l'enfant lorsqu'il résout des problèmes non plus tout seul mais en collaboration détermine précisément la zone de proche développement.* » (Vygotski 1934, p. 270).

Vygotski montre qu'à un moment donné, les possibilités d'apprentissage de l'enfant dépendent plus de la zone proximale de développement que du niveau effectif de développement. Cette zone proximale de développement est en quelque sorte une promesse de développement et un terrain pour l'apprentissage, l'apprentissage scolaire et le développement relevant d'un même processus chez l'enfant (*ibid.* p. 258). L'apprentissage scolaire précède et amorce le développement des concepts scientifiques (sur l'apprentissage du système décimal, *ibid*. pp. 267-268). Une maturation des concepts scientifiques crée en retour une « zone de possibilités immédiates » qui permet aux concepts quotidiens de se développer à leur tour.

> « *L'apprentissage n'est valable que s'il devance le développement. Il suscite alors, fait naître toute une série de fonctions qui se trouvent au stade de la maturation, qui sont dans la zone de proche développement* » (Vygotski 1934, p. 275).

L'enseignement scolaire doit viser cette zone proximale de développement.

Enfin, Vygotski signale la différence qu'il y a entre l'apprentissage et l'acquisition de savoir-faire. L'apprentissage vise le développement harmonieux et intégral de l'enfant alors que l'acquisition de savoir-faire, tels que monter à bicyclette ou taper à la machine, n'a pas d'influence essentielle sur le développement de l'enfant.

Vygotski nous permet ainsi de prendre en compte, dans nos hypothèses théoriques, le rôle essentiel et pas seulement anecdotique de l'adulte dans le développement des concepts scientifiques chez un enfant. Ce point de vue redonne une place centrale à l'enseignement scolaire et au rôle de l'enseignant dans l'apprentissage.

II.1.2. L'étayage chez Bruner

Bruner part des travaux de Vygotski pour analyser la façon dont l'adulte organise le monde de l'enfant pour assurer son apprentissage (Bruner 1983).

> « *Ce système de support fourni par l'adulte à travers le discours, ou la communication plus généralement, est un peu comme un « étayage » à travers lequel l'adulte restreint la complexité de la*

> *tâche permettant à l'enfant de résoudre des problèmes qu'il ne peut accomplir tout seul.* » (Bruner 1983, p. 288).

À partir de l'analyse d'une séance de tutelle, Bruner identifie six fonctions de l'étayage caractérisant ce soutien provisoire de l'activité de l'enfant par l'adulte (Bruner 1983, pp. 277-279) :

(i) « *L'enrôlement* » consiste à engager l'adhésion de l'enfant aux exigences de la tâche et l'amène à prendre en compte la nature et les contraintes du problème qu'il a à résoudre.

(ii) « *La réduction des degrés de liberté* » consiste à faciliter la tâche en réduisant la complexité du processus de résolution. Cette simplification de la tâche permet à l'enfant de manipuler moins de paramètres et donc d'associer plus sûrement un feed-back à une manipulation particulière.

(iii) « *Le maintien de l'orientation* » consiste d'une part, à éviter que l'enfant ne change d'objectif au cours de la tâche et perde de vue le but final initialement visé. D'autre part, il s'agit aussi de faire en sorte que l'enfant continue à avancer dans la recherche de sa solution.

(iv) « *La signalisation des caractéristiques déterminantes* » correspond à la validation des sous-tâches correctement effectuées. Cela donne une information à l'enfant sur la distance qu'il y a entre ce qu'il produit et ce qu'il voudrait produire c'est-à-dire ce que lui-même considère comme correct.

(v) « *Le contrôle de la frustration* » vise à maintenir l'intérêt et la motivation de l'enfant. Tous les moyens sont bons (sauver la face en cas d'erreurs, exploiter le souhait de faire plaisir) mais s'accompagnent du risque de créer une trop grande dépendance de l'enfant envers le tuteur.

(vi) « *La présentation de modèles de solutions* » consiste à styliser le début de réalisation de l'enfant, voire à la terminer et la justifier. L'idée est qu'il puisse tenter en retour d'imiter l'imitation du tuteur.

Ce sixième point nous amène à revenir sur les caractéristiques de la tâche des enfants, âgés de trois à cinq ans, que le tuteur était chargé d'encadrer et qui a fait l'objet de l'analyse de Bruner. La tâche consistait en la construction d'une pyramide à partir de blocs s'emboîtant. C'est une tâche perceptivo-gestuelle. Or, Bruner déclare que ses résultats ont un caractère généralisable au delà de la tâche choisie (Bruner 1983, p. 261). Ceci suggère qu'il n'a pas problématisé la question du rapport entre un comportement observé et les connaissances qui en sont à l'origine.

Nous proposons d'utiliser le concept d'étayage de Bruner en tenant compte des caractéristiques spécifiques des situations prévues pour l'apprentissage des mathématiques.

II.2. Proposition : vers une prise en compte du sens de l'activité de l'élève

Dans le cas qui nous concerne, celui de l'apprentissage des mathématiques, le savoir en jeu dans la situation de l'élève est un savoir conceptuel et institutionnel. Cela entraîne que dans les situations dans lesquelles il est appelé à fonctionner, sa mise en œuvre produit des comportements qui ne peuvent pas lui être identifiés, c'est-à-dire qui ne peuvent pas être considérés comme étant le savoir lui-même. Ce n'est pas le cas des savoir-faire psychomoteurs. Pour reprendre l'exemple donné par Vygotski, le savoir-faire « monter à bicyclette » est identifiable à la production du comportement. En revanche, pour les mathématiques, il y a non seulement une distance entre le comportement observable, par exemple donner un résultat, et les connaissances qui l'ont engendré, mais en plus il n'y a pas de bijection entre les deux. Parmi toutes les connaissances qui permettent d'obtenir un résultat mathématique, certaines seulement relèvent du savoir mathématique. Par exemple, reconnaître un cercle peut être le résultat d'un investissement de connaissances géométriques sur le cercle, mais aussi le résultat d'une reconnaissance perceptive par exemple (Artigue et Robinet 1982). Il se peut même aussi qu'on ne sache pas encore quels comportements attestent d'une connaissance des mathématiques alors qu'on peut le savoir pour la bicyclette.

Pour revenir à l'activité de l'enseignant, celui-ci maîtrise cet aspect là essentiellement par l'intermédiaire des situations. C'est la prise en compte de la situation dans laquelle les connaissances sont mobilisées qui permet de leur donner un sens et de les relier à un comportement. Ainsi, l'enseignant manipule les situations et donc le sens des connaissances qui s'y construisent.

L'étayage de l'activité de l'élève par l'enseignant

Nous proposons de distinguer, à l'aide de l'étayage, un type particulier de manipulations de la relation élève-milieu. Il s'agit de celles qui, principalement, simplifient sa tâche sans pour autant toucher à « l'essentiel » de ce qui justifie la situation. Cette simplification est provisoire. Les interventions étayantes de l'enseignant prennent la forme d'une structuration de la tâche de l'élève en indiquant les caractéristiques pertinentes, en validant la réalisation d'une étape intermédiaire et en rappelant l'objectif à atteindre. Cela permet momentanément à l'élève de mieux lire et exploiter les feed-back de la situation.

D'une façon plus générale, le concept d'étayage modélise des interactions de tutelle qui préservent la signification de la situation pour l'apprenant et donc des connaissances construites.

Finalement, en réservant le concept d'étayage aux interactions enseignant-élève qui préservent la situation pour l'élève et donc la signification des connaissances, nous identifions une catégorie d'interventions qui est à l'intersection de l'activité de tutelle à la manière de Bruner et de l'interaction enseignant-élève qui ne touche pas à l'essentiel, telle que la suggère Brousseau.

De l'étayage... à l'effet Topaze

L'intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève est modélisée d'une part par l'étayage lorsqu'elle ne prive pas la situation de sens et d'autre part par l'effet Topaze lorsque justement la situation a perdu toute signification mathématique.

Nous proposons de réunir dans un même processus ces deux pôles de l'intervention de l'enseignant. Lorsqu'il constate que l'élève n'arrive pas seul aux résultats et apprentissages attendus, l'enseignant intervient et, par cette intervention, modifie la situation de l'élève. Si certaines des connaissances essentielles, initialement visées dans la situation de départ, sont encore nécessaires dans la situation modifiée, alors l'intervention de l'enseignant rend possibles certains apprentissages et préserve leur signification. Cependant, l'intervention de l'enseignant peut également se solder par un échec. Une nouvelle tentative de modification de la situation peut avoir lieu, avec un nouveau changement dans la situation de l'élève aboutissant parfois à un effet Topaze.

Figure 2 : De l'étayage à l'effet Topaze, un processus de négociation du sens des situations didactiques.

La suite des interventions de l'enseignant et des modifications de la situation de l'élève qui en résultent ne se solde pas à chaque fois par un effet Topaze. C'est pour cela que l'enseignant peut légitimement débuter le processus. En revanche, chacune de ses interventions peut le faire basculer facilement dans l'effet Topaze.

CONCLUSION

Nous avons identifié la nécessité, d'un point de vue théorique comme d'un point de vue pratique, de prendre en compte l'intervention de l'enseignant dans la situation de l'élève. Nous proposons de qualifier « d'étayage » certaines de ces interventions qui ne dénaturent pas complètement la situation de l'élève et qui préservent ainsi sa signification. Cela nous a permis de réinterpréter le rôle joué par l'enseignant dans l'apparition du phénomène didactique « effet Topaze ». L'effet Topaze est le résultat ultime d'un processus de négociation sur la signification des situations proposées à l'élève. Lorsque l'enseignant initie ce processus, il n'a non seulement pas toujours d'autres choix mais a de plus toutes les raisons de croire que l'issue de la négociation sera positive. En effet, il suffit que l'élève réagisse positivement, c'est-à-dire montre qu'il peut reprendre en main la situation, pour que le processus s'arrête.

Ce processus de négociation qui correspond à une manipulation par l'enseignant de la situation de l'élève doit pouvoir être observé dans les interactions didactiques. Nous proposons de commencer par l'étudier dans les interactions où l'enseignant doit gérer l'apprentissage d'un seul élève. Mais pour cela nous avons besoin de mieux maîtriser les caractéristiques de cette relation didactique qui réunit un enseignant et un élève.

Chapitre 2

Un enseignant et un élève, le préceptorat

Dans ce deuxième chapitre nous abordons la question de la situation didactique à partir de laquelle nous allons observer et analyser la négociation, l'étayage et plus largement le travail de l'enseignant. Si nous voulons étudier l'interaction didactique sous l'angle de l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu telle que nous l'avons identifiée au chapitre 1, alors la relation didactique élémentaire constituée par un enseignant et un élève est suffisante. Tous les éléments théoriques que nous avons utilisés jusqu'à présent sont « naturellement » relatifs à la situation d'enseignement individualisé, le problème habituellement abordé étant celui de leur généralisation aux situations impliquant plusieurs apprenants. C'est ce qui conduit Brousseau à faire la remarque suivante à propos des effets Topaze et autres phénomènes d'enseignement :

> « *Ces différents phénomènes peuvent être observés aussi bien dans les relations particulières entre deux personnes que dans les relations beaucoup plus complexes impliquant des organismes et des centaines de personnes* » (Brousseau 1986, p. 47).

Ainsi, nous pouvons prévoir que les phénomènes que nous voulons observer vont apparaître dans la relation entre un élève et un enseignant. Nous pourrions néanmoins choisir d'observer ces phénomènes en situation de classe impliquant un enseignant et plusieurs élèves. Notre point de vue est que cela introduirait une complexité qui n'est pas nécessaire à notre projet.

Nous proposons d'appeler préceptorat cette relation didactique entre un enseignant et un *unique* élève au sein de laquelle nous allons étudier les interventions de l'enseignant. Mais pour autant, le choix du préceptorat n'est pas une solution de facilité. En effet, à cause de son évidence théorique, la situation de préceptorat n'est pas problématisée, ni du point de vue de l'élève et encore moins du point de vue de l'enseignant. L'essentiel des travaux existants sur l'enseignant concerne son activité dans la classe. S'il existe des exemples d'analyses d'interactions individualisées, elles concernent l'élève plutôt que l'enseignant comme par exemple *« le cas de Gaël »* (Brousseau 1981). Notre choix d'utiliser le préceptorat comme outil d'investigation de l'intervention de l'enseignant nous oblige ainsi à remettre en question l'évidence théorique et expérimentale de l'enseignement individualisé.

Pour cela, nous analysons dans ce chapitre quelques études sur l'enseignant dans sa classe dans le but de voir quels aspects des problématiques seraient applicables au préceptorat. Ces études ont pris comme objet soit les connaissances de l'enseignant, soit ses stratégies, soit les contraintes pesant sur ses décisions.

Le choix d'inscrire l'observation et l'analyse du préceptorat dans un dispositif d'enseignement à distance assisté par des EIAH relève de la même logique. Ce dispositif est d'abord suffisant pour permettre l'observation des phénomènes attendus et permet aussi d'élaborer un questionnement relatif au préceptorat. Il a en outre les avantages suivants. D'une part c'est un objet d'analyse suffisamment neuf pour la didactique. D'autre part, l'essor des situations d'enseignement individualisé à distance est récent et est lié au développement des nouvelles technologies de communication.

L'objectif de ce chapitre est donc de caractériser le préceptorat afin de justifier notre choix de l'utiliser comme moyen d'observation des actions de l'enseignant.

I. QUELQUES ELEMENTS DETERMINANTS DE L'ACTION DE L'ENSEIGNANT DANS SA CLASSE

L'objectif de cette section est double. Il s'agit d'une part de déterminer à partir de travaux existants sur le travail de l'enseignant dans sa classe, quels sont les aspects qu'il est pertinent de prendre en compte pour l'élaboration de ce que serait une problématique du préceptorat. D'autre part, il s'agit de valider notre choix d'analyser les interventions de l'enseignant dans le préceptorat distant.

Les études sur l'action de l'enseignant que nous rapportons se regroupent autour de trois éléments : ses connaissances, ses stratégies et les contraintes pesant sur ses décisions.

I.1. Les connaissances de l'enseignant

Les travaux existants sur les connaissances de l'enseignant s'attachent à montrer le lien entre les connaissances — ou croyances ou conceptions — de l'enseignant d'une part et d'autre part sa pratique en classe. L'action de l'enseignant dans sa classe est directement liée à ses connaissances parce que celles-ci déterminent l'ensemble de ses possibilités d'action ainsi que les choix qu'il peut faire parmi ces possibilités. Ces travaux nous intéressent donc, d'abord parce qu'ils nous montrerons peut-être que certaines connaissances sont liées au nombre d'élèves mais surtout parce qu'ils nous permettrons de savoir ce qui détermine, dans la pratique, les interventions de l'enseignant auprès des élèves.

Dans une problématique de comparaison de l'enseignant expérimenté et du novice, indépendante de la discipline enseignée, Shulman (1986 et 1987) propose une classification des connaissances de l'enseignant. Il part d'un questionnement relatif à l'évaluation des différentes compétences requises chez un enseignant pour établir une typologie de connaissances. Il met l'accent spécialement sur les connaissances pédagogiques du contenu qu'il caractérise comme :

> *« … cet amalgame spécial de contenu et de pédagogie qui est l'apanage des enseignants, leur forme spécifique et personnelle de compréhension professionnelle »*[1] (Shulman 1987, p. 8).

Son point de vue est que ces connaissances sont centrales pour distinguer la compréhension que peut avoir un expert du domaine, un enseignant expert et un novice. Shulman met en évidence, à partir d'un cas particulier, le lien entre les connaissances qu'a l'enseignant dans un domaine et la façon dont il agit en tant qu'enseignant.

> *« Nous avons d'irrésistibles raisons de croire qu'il y a des relations puissantes entre la compréhension d'un nouvel enseignant et les styles d'enseignement employés. »*[2] (Shulman 1987, p. 17).

Il illustre ce point de vue à partir de l'exemple d'un enseignant novice mais ne fournit pas d'autres moyens de vérification de cette hypothèse. Finalement, le travail de Shulman présente la nature des connaissances de l'enseignant comme une explication de son niveau d'expertise et reste à un niveau assez macroscopique de description des connaissances et de la pratique en classe. Cela ne nous permet pas de conclure sur les connaissances nécessaires à la gestion de l'apprentissage d'un seul élève mais nous montre qu'un niveau d'analyse plus fin est nécessaire pour pouvoir relier les connaissances de l'enseignant et sa pratique.

Da Ponte (1994) poursuit l'analyse de la relation entre les connaissances de l'enseignant et ses pratiques de classe, en prenant en compte un contenu de connaissances, particulier et caractéristique des mathématiques, la résolution de problèmes. Il analyse le rapport qu'il y a entre la pratique personnelle d'un enseignant de mathématiques à propos de la résolution de problèmes et sa pratique en classe. À partir de l'étude de trois cas, il montre comment chez chacun de ces enseignants, il existe une distance notable entre ce qui est considéré comme central dans l'activité mathématique et donc à mettre en œuvre avec les élèves et ce qui est fait effectivement, soit par l'enseignant d'un point de vue personnel soit dans sa pratique de classe. L'exemple de Júlia illustre cet écart :

---

[1] *« Pedagogical content knowledge, that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding »* (Shulman 1987, p. 8).

> *« Le faible engagement personnel de Júlia dans la pratique de l'investigation mathématique et de la résolution de problèmes est quelque peu inquiétant, suggérant une dissonance déroutante entre ce qu'elle considère comme étant une expérience précieuse pour ses élèves et ce qu'elle valorise dans sa vie personnelle. Cependant, cette enseignante a la capacité de faire en sorte que le contenu mathématique apparaisse assez naturellement d'une manière problématique. [...] Júlia fournit certainement l'exemple d'un excellent enseignement des mathématiques, offrant de nombreuses opportunités pour les élèves de raisonner et communiquer mathématiquement. Bien que pas tout à fait conforme à toutes les exigences des nouvelles orientations du programme, elle nous donne un superbe exemple de connaissance professionnelle. »*[3] (da Ponte 1994, p. 204).

À partir de ces exemples, da Ponte explicite les liens qu'il y a entre d'une part le vécu mathématique personnel de l'enseignant relativement à la résolution de problèmes, d'autre part ce qu'il pense être nécessaire pour les élèves et enfin sa pratique observable. C'est la mise en rapport des trois pôles qui permet de redonner cohérence à l'ensemble. Il montre ainsi la nécessité d'avoir recours à un modèle des connaissances professionnelles de l'enseignant qui permette de rendre compte de ces apparentes contradictions. Son idée est que les connaissances professionnelles de l'enseignant sont le fruit d'expériences vécues dans des situations pratiques d'une rare complexité (*ibid*. p. 203), expériences très influencées par le contexte dans lequel elles se déroulent (*ibid*. p. 207). Il conclut sur le fait que :

> *« Les enseignants travaillent à l'intérieur de nombreuses contraintes (que nous avons besoin de mieux comprendre) mais créent toujours des solutions assez judicieuses dans les situations pratiques. »*[4] (da Ponte 1994, p. 208).

---

2 *« We have compelling reasons to believe that there are powerful relationships between the comprehension of a new teacher and the styles of teaching employed. »* (Shulman 1987, p. 17).

3 *« Somehow disturbing is Júlia little involvement in the practice of mathematics investigations and problem solving, suggesting a perplexing dissonance between what she considers a valuable learning experience for her students and what she values in her personal life. However, this teacher has the ability to make the mathematical content appear quite naturally in a problematic way. [...] Júlia certainly provides an example of great mathematics teaching, with plenty of opportunities for students to reason and communicate mathematically. Although not quite adjusted to all requirements of the new curriculum orientations, she gives us a superb case of professional knowledge. »* (da Ponte 1994, p. 204).

4 *« Teachers work within many constraints (of which we need a better understanding) but still create quite sensibles solutions for their practical situations. »* (da Ponte 1994, p. 208)

Le travail de da Ponte ne permet pas d'avancer directement dans notre recherche d'un questionnement sur le préceptorat. Mais da Ponte indique l'importance de la prise en compte de la pratique de l'enseignant et des contraintes de sa situation. Or, le préceptorat correspond certainement à une pratique et des contraintes particulières.

Chez Hoyles et Noss, nous trouvons une confirmation du point de vue de da Ponte (Hoyles et Noss 1996). D'une façon analogue, ils établissent une typologie d'enseignants. Ils interrogent leur rôle dans le cas de l'introduction du micromonde LOGO en classe de mathématiques. Dans leur analyse de cette innovation du point de vue des enseignants, leur but est d'identifier comment ces derniers adaptent le micromonde à leurs propres objectifs et dans quelle mesure cet environnement joue le rôle d'une « fenêtre » sur leurs croyances mathématiques et pédagogiques (*ibid*. p. 187). Dans ce but, Hoyles et Noss construisent une série de cinq caricatures, sortes d'études de cas synthétisées à partir d'un groupe d'individus. Ces caricatures rendent compte des différentes vues, attitudes et pratiques des enseignants de mathématiques. Elles illustrent la complexité des considérations prises en compte par les enseignants lors de l'introduction des micromondes (*ibid.* p. 195) et permettent de comprendre l'impact qu'a cette innovation dans leur pratique d'enseignant. En fait, l'intégration de l'environnement informatique agit comme un révélateur de leurs conceptions de l'enseignement des mathématiques. Les changements provoqués chez les enseignants relèvent d'une construction de signification à propos de la place des mathématiques à l'école, du rôle de l'innovation et de leur pédagogie. Hoyles et Noss pointent ainsi l'intérêt du dispositif que nous avons choisi en tant que révélateur des pratiques.

Tous ces travaux mettent en évidence la complexité des pratiques enseignantes et concluent sur la nécessité de disposer d'un modèle des connaissances de l'enseignant qui rende compte de cette complexité. Cependant, ce modèle ne peut pas s'élaborer indépendamment d'une analyse de la pratique. Da Ponte précise que cette pratique des enseignants doit être le point de départ pour les chercheurs (da Ponte 1994, p. 204). Hoyles et Noss soulignent que la compréhension de cette complexité passe par l'analyse de l'interaction en classe, au cours de laquelle enseignant et élèves construisent réciproquement une signification de leur tâche (Hoyles et Noss 1996, p. 201). Mais tous comparent la pratique personnelle des mathématiques ou de la discipline à la pratique de la classe. Ils n'envisagent pas un autre type de pratique qui serait celle du préceptorat.

En proposant d'analyser les interactions enseignantes individualisées et à distance, nous nous donnons les moyens à la fois d'observer une pratique authentique des enseignants mais simultanément nous les plaçons dans une situation inédite qui peut agir comme révélatrice des conceptions sous-jacentes dans leurs pratiques habituelles.

I.2. Les stratégies d'action de l'enseignant

Les travaux de Leinhardt et Greeno (1986) ou de Schœnfeld *et al.* (1996) partent de l'analyse des pratiques effectives en classe pour construire un modèle d'action de l'enseignant qui rende compte de ses décisions à un niveau plus fin de l'interaction avec les élèves que celui atteint par les auteurs précédents. Dans ces études des stratégies des enseignants, nous allons chercher si les modèles proposés sont applicables au préceptorat, c'est-à-dire si les stratégies identifiées seraient différentes avec un seul élève et dans quelle mesure elles sont adaptables à un unique élève. Il s'agit également de valider notre choix du préceptorat pour analyser l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu.

Leinhardt et Greeno (1986) décrivent les connaissances de l'enseignant comme une structure organisée de schémas d'actions (*schemata*). Un enseignant compétent met en œuvre un large répertoire d'activités automatisées (*routines*), pour lesquelles la charge cognitive est faible. Ces auteurs présentent les routines de vérification des devoirs à la maison qui permettent dans un temps plus ou moins long de savoir quel élève est en difficulté et a le plus besoin d'aide. Le résultat de l'analyse de Leinhardt et Greeno est une description des comportements de l'enseignant lors des différents types d'activité dans la classe. Pour eux, sa tâche consiste généralement à présenter et réviser l'information nécessaire en faisant intervenir les élèves de différentes manières au cours de la discussion puis à résoudre en commun des problèmes, et enfin à faire faire des exercices de manière plus ou moins interactive.

La question des choix de stratégie que peut faire l'enseignant au cours de son activité est abordée indirectement par Leinhardt et Greeno à partir d'un exemple dans lequel l'enseignant doit rappeler une définition. Il a le choix entre « poser la définition » ou « faire appel aux élèves » qui savent probablement la réponse. Dans le premier cas l'objectif est atteint rapidement. Dans le second cas, les élèves mobilisent leur attention mais la probabilité de réussite, c'est-à-dire que la bonne définition soit obtenue, dépend de l'élève qui est interrogé. Dans l'exemple utilisé par les auteurs, l'enseignant choisit de faire appel aux élèves et il obtient la bonne réponse avec le quatrième élève interrogé. Les auteurs ne concluent pas sur les conséquences des deux types de fonctionnement pour les élèves. Les contraintes pesant sur le choix de l'enseignant sont également évoquées : assurer l'avancée de la leçon, achever les tâches dans le temps imparti, faire appel à différents élèves, être attentif aux plus lents et les aider, maintenir l'intérêt et l'action, ne pas gêner les élèves.

Les stratégies identifiées par Leinhardt et Greeno sont caractéristiques de l'activité de l'enseignant dans sa classe. Elles sont dépendantes de ce contexte. Il apparaît clairement que l'utilisation du même type d'analyse descriptive à propos du préceptorat produirait des schémas d'action et les routines très différents de celles observées dans la classe.

Schœnfeld (1996) propose également un modèle descriptif du processus d'enseignement mis en œuvre par un professeur lors d'une leçon. Il se donne explicitement l'objectif que son modèle soit utilisable à propos de tout type de leçon :

> *« Nous espérons construire et justifier une structure descriptive/analytique pour modéliser l'enseignement qui :*
> *- s'applique à tout enseignement dans son architecture ;*
> *- fonctionne à tous les niveaux de détail, depuis la planification de programmes ou de cours à l'interaction phrase par phrase ;*
> *- et explique la genèse de la connaissance utilisée pour enseigner ainsi que son accès. »*[5] (Schœnfeld 1996).

Le modèle qu'il va construire devrait donc être utilisable pour caractériser le préceptorat. Pour décrire le fonctionnement de l'enseignant, Schœnfeld fait l'hypothèse de l'existence d'une « image de la leçon » qui :

> *« … décrit la représentation complète qu'a le professeur du déroulement pratique de la leçon avant d'enseigner. »*[6] (Schœnfeld 1996).

L'analyse de la réalisation effective de la leçon consiste en un découpage de l'activité en « objectifs » *(goals)* à atteindre, « plans d'action » *(action plans)* qui correspondent aux

[5] *« We hope to construct and elaborate a descriptive/analytic structure for modeling teaching that: accommodates all teaching in its architecture; works at all levels of grain size, from planning curricula to planning lessons to utterance-by-utterance interactions; and explains the genesis of, and access to, knowledge used in teaching.* » (Schœnfeld 1996).

[6] *« to denote the teacher's full envisioning, before instruction, of how the lesson will play out in practice.* » (Schœnfeld 1996)

moyens envisagés pour leur réalisation et séquences d'actions *(action sequences)*, les tentatives effectives de réalisation des objectifs. Ce sont les séquences d'actions qui sont observées dans la classe. Elles sont reliées entre elles parce qu'elles correspondent à un objectif au minimum et que les objectifs sont imbriqués. Ces séquences d'actions prennent différentes formes : routines, scripts, mini-cours *(mini-lecture)*, dialogue simple *(simple talk)*. L'identification des objectifs poursuivis par l'enseignant permet un découpage de l'action en morceaux correspondant aux objectifs et à leur réalisation. D'après Schœnfeld, ceci rend compréhensible le déroulement global de la séquence d'enseignement.

Le résultat de cette analyse est l'identification de stratégies d'interaction de l'enseignant avec les élèves. L'explicitation interactive *(interactive elicitation)* est une stratégie de dialogue menée par l'enseignant. Celui-ci amène le problème en jeu dans la leçon du jour en posant une question ouverte. Il traite alors chaque proposition des élèves dans leur ordre d'apparition en les reformulant puis les renvoyant aux élèves *(reflective tosses)*. Dans cette stratégie d'explicitation interactive, les contributions au développement de la proposition viennent alors des élèves eux-mêmes et pas de l'enseignant. Après épuisement des idées des élèves, l'enseignant propose les éléments du problème qui n'auraient pas été abordés au cours de la discussion. Schœnfeld *et al.* (1996) font remarquer que les élèves ont la liberté de s'exprimer mais que cette liberté ne peut s'exercer que dans un champ délimité par leurs connaissances. En conséquence, la stratégie de l'enseignant est à la fois flexible car elle suit les propositions des élèves mais elle est également contrainte, car l'enseignant connaît les propositions susceptibles d'apparaître et doit finalement rester dans le cadre des connaissances institutionnellement visées. Dans le cas où la proposition d'un élève aborde un sujet imprévu, c'est-à-dire qui n'appartient pas à l'image de la leçon, l'enseignant, après avoir évalué l'intérêt de la proposition (sa complexité, sa richesse du point de vue des mathématiques, sa validité et son rapport avec la leçon en cours) peut également utiliser le lancer réflectif.

Une autre stratégie d'interaction est l'explicitation socratique (*socratic elicitation ou interactive lecture*). Il y a, comme dans la stratégie précédente, engagement des élèves et interaction entre élèves et enseignant. Mais, le contenu et l'orientation du dialogue restent sous le contrôle de l'enseignant par l'intermédiaire de questions dont les réponses sont beaucoup plus prévisibles. Une contrainte de la situation identifiée comme provoquant un changement de stratégie d'interaction est la contrainte du temps. Nous y reviendrons à propos du travail de Arsac *et al.* (1992).

Le travail de Schœnfeld *et al.* suscite deux observations.

La première est que la question de l'impact du changement de stratégie d'interaction sur l'apprentissage des élèves n'est pas abordée dans l'analyse. Les deux stratégies — l'explicitation interactive ou l'explicitation socratique — sont distinguées par la nature du contrôle de l'enseignant sur le contenu et le déroulement du dialogue mais pas par leur conséquence auprès des élèves. Or, la seconde stratégie est choisie lorsque l'enseignant doit s'adapter pour faire la leçon dans le temps prévu. La question est alors de savoir ce que sacrifie l'enseignant en abandonnant la stratégie qui avait initialement sa préférence pour s'adapter aux contraintes de temps. Nous pensons que la réponse est à chercher du côté des élèves et du sens des connaissances construites suivant la stratégie utilisée. Cela nous amène à la deuxième remarque.

Dans le cas de l'explicitation interactive, même si les élèves participent activement à l'élaboration des propositions, leur rôle est réduit. En effet, la décision de relever la proposition d'un élève revient à l'enseignant puisque c'est lui qui la renvoie aux élèves. Le protocole proposé par les auteurs en annexe de l'analyse reproduit le discours des élèves soit en retranscrivant la proposition d'un élève soit en résumant l'idée dominante exprimée par les élèves. Cela ne permet pas de savoir si l'enseignant accorde la même attention à *toutes* les propositions des élèves. De plus, si tous les aspects du problème envisagés par l'enseignant ne sont pas abordés spontanément par les élèves au cours de l'interaction, l'enseignant se charge de les rajouter. Il apparaît ainsi nettement que l'ensemble des propositions des élèves ne correspond pas a priori à l'ensemble des propositions visées par la leçon. Le travail de l'enseignant consiste dans ce cas là à rajouter les propositions manquantes, ce qui est dit explicitement dans l'analyse de Schœnfeld *et al.* Mais il nous paraît très probable que l'enseignant néglige aussi les propositions qui n'apportent rien au débat (Arsac *et al.* 1992). Dans ce cas là, la stratégie d'interaction n'amène-t-elle pas les élèves à trier déjà parmi leurs propositions et à ne divulguer dans la classe que celles susceptibles d'être retenues par l'enseignant ? Quel est le résultat en terme d'apprentissage ? Il peut apparaître une dépendance des élèves envers l'enseignant pour valider les propositions : une proposition est validée parce qu'elle est reprise par l'enseignant et pas directement pour sa validité mathématique. Les critères utilisés par l'enseignant pour retenir une proposition et pas une autre peuvent également devenir l'objet de l'apprentissage et remplacer l'objectif initial. Ainsi, nous avons des raisons de vouloir analyser plus finement les résultats d'une stratégie d'interaction sur les apprentissages des élèves. La part du contrôle effectivement laissé aux élèves dans la stratégie d'explicitation interactive n'est peut-être pas aussi importante qu'elle paraît l'être dans l'analyse de Schœnfeld *et al.* En conséquence, du point de vue des élèves, cette stratégie semble finalement moins divergente du dialogue socratique.

Pour revenir à nos questions sur les stratégies d'interaction et le préceptorat, le travail de Schœnfeld *et al.* nous apprend les choses suivantes. La stratégie d'explicitation interactive est dépendante du nombre d'élèves. En effet, son fonctionnement basé sur la diversité des propositions spontanées des élèves ne va pas être aussi efficace avec un seul élève. De plus, dans l'analyse que Schœnfeld *et al.* en font, l'enseignant paraît prendre en compte les propositions de chaque élève individuellement, ce qui devrait donc permettre à l'enseignant de transférer cette stratégie dans le préceptorat. Mais, comme ils le signalent, chaque proposition fait l'objet d'une évaluation par l'enseignant avant d'être reformulée et renvoyée aux élèves. Les critères d'évaluation sont notamment relatifs à l'intérêt de la proposition pour la classe dans son ensemble.

Donc finalement, les stratégies mises en œuvre dans la classe seront nécessairement modifiées pour être adaptées au préceptorat. De plus, l'analyse de Schœnfeld *et al.* est basée sur l'existence chez l'enseignant d'une image de la leçon en référence à laquelle il décide des objectifs et des stratégies. Dans le cas du préceptorat, la question de cette image de la leçon devient particulièrement intéressante. Nous y reviendrons.

Ces deux analyses de l'interaction fournissent des éléments descriptifs de l'organisation de la classe. Leur résultat est la structuration d'une leçon en objectifs choisis par l'enseignant et moyens de réaliser ces objectifs. Ces types de modèles ne permettent pas de savoir pourquoi tel but a été choisi plutôt qu'un autre, ni de connaître le résultat, en termes d'apprentissage des élèves, de la stratégie mise en œuvre par l'enseignant pour la réalisation d'un objectif. La question du sens des connaissances construites par les élèves au cours de leur travail n'y est pas traitée explicitement. Chez Schœnfeld *et al.*, elle apparaît implicitement lorsqu'ils comparent deux stratégies de gestion par l'enseignant de l'interaction avec les élèves. Une stratégie est jugée plus efficace parce qu'elle est mise en œuvre par un enseignant qui, soit est expérimenté, soit obtient de bons résultats, ou encore parce qu'elle est privilégiée par un enseignant lorsqu'il en a le temps et abandonnée lorsqu'il lui faut conclure rapidement. Il y a donc bien un choix fait par l'enseignant entre deux stratégies, choix que relèvent les auteurs. Mais ils ne concluent pas sur la signification de ce choix pour l'enseignant, ni sur ses conséquences pour les élèves.

Dans le contexte des recherches françaises en didactique des mathématiques, Robert étudie également les stratégies de l'enseignant. Elle les analyse à travers les caractéristiques de leurs discours non strictement mathématiques (Robert 1995 ; Robert et Hache 1997). L'hypothèse de départ est que le discours non strictement mathématique de l'enseignant est révélateur de sa stratégie pour faire fréquenter les mathématiques aux élèves. L'analyse proposée s'attache, au contraire de celles des autres auteurs, à faire le lien entre la nature du discours de l'enseignant et son effet sur les élèves. Dans cette optique, Robert identifie trois fonctions du discours, dont celle de réflexion qui devrait permettre, par une mobilisation du niveau métamathématique, d'inciter les élèves à avoir une réflexion sur leur activité mathématique. Cependant, les résultats obtenus ont essentiellement pour objet de décrire le rapport du discours enseignant avec les contenus ou les caractéristiques personnelles de l'enseignant, voire la place de la tâche à propos duquel il a lieu dans le cursus plus global.

> *« La lecture globale de nos résultats sur les discours des quatre enseignants amène aux pistes de réflexion suivantes. Les fonctions du discours seraient imposées par les contenus (d'où les régularités), la teneur du discours serait très individuelle (d'où les diversités) et l'objet du discours traduirait plus des choix de gestion locale (d'où des regroupements). [...] une donnée importante pour interpréter les variations du discours de l'enseignant selon les différentes tâches semblerait être par-delà les stricts contenus en jeu, la place des épisodes concernés dans le déroulement prévu a priori de la séance. »* (Robert et Hache 1997, p. 137).

Aucun résultat ne concerne la mise en relation de la nature du discours de l'enseignant avec les caractéristiques des élèves auquel il est adressé. C'est la conclusion à laquelle arrivent également les auteurs :

> *« Les adaptations du discours de l'enseignant aux tâches et aux élèves seraient donc peut-être plus du domaine de l'a priori que de l'improvisation en classe. »* (Robert et Hache 1997, p. 137).

Ainsi, l'analyse est à nouveau adaptable au préceptorat mais ne permet pas de le problématiser. Cependant, l'hypothèse de départ sur l'importance du discours de l'enseignant nous concerne directement. Dans le cas du préceptorat, nous allons recueillir un dialogue entre l'enseignant et l'élève. Les hypothèses faites par Robert nous permettent de dire que par cette interaction verbale, l'enseignant agit sur l'apprentissage de l'élève.

I.3. Les contraintes liées au rôle de l'enseignant

Schœnfeld *et al.* ont indiqué que le changement de stratégie d'interaction de l'enseignant était dû à la contrainte du temps. Voigt (1995) montre également comment certaines stratégies utilisées par l'enseignant lui permettent de satisfaire aux nombreuses contraintes inhérentes à sa situation, en particulier les contraintes institutionnelles. Le recours à des routines d'interaction telles que le patron d'explicitation (*elicitation pattern*) est une façon d'y répondre. Peut-être existe-t-il des contraintes liées aux élèves. En tous cas, l'identification de certaines contraintes pesant sur le préceptorat nous permettrait de savoir si notre choix d'analyser les interventions de l'enseignant dans ce contexte là reste pertinent.

Arsac *et al.* (1992) abordent cette question avec l'étude de la reproductibilité de situations didactiques. Ils identifient des contraintes pesant sur les décisions de l'enseignant en commençant par celle du temps. Ils mettent l'accent sur le fait que des comportements d'élèves identiques à l'observation peuvent recouvrir des réalités diverses relativement aux significations associées à l'activité par les élèves. Leur objectif est d'essayer de :

> « *… décrire les choix fait par les enseignants et leur effet sur l'apprentissage des élèves et […] de rechercher les origines de ces choix à la fois dans les croyances personnelles des enseignants sur l'enseignement et l'apprentissage et dans les contraintes de l'Enseignement des Mathématiques en tant qu'institution.* »[7] (Arsac *et al.* 1992, p. 5).

Les auteurs identifient deux contraintes qui pèsent sur la situation vécue par l'enseignant : le temps et la responsabilité épistémologique.

[7] *« … describe the choices made by teachers and their effect on student learning and […] look for the origin of these choices in both teachers' personal beliefs about teaching and learning and the contraints of Mathematics Education as an institutionalized system »* (Arsac *et al.* 1992, p. 5).

Les décisions de l'enseignant qui tiennent compte de la contrainte de temps sont susceptibles d'être interprétées par les élèves comme une indication du type de connaissances à mettre en œuvre et par conséquent s'opposent à la dévolution. Par exemple, une activité présentée par le professeur comme devant être rapidement exécutée nécessite vraisemblablement l'application simple de connaissances récentes. Les élèves peuvent ainsi choisir et utiliser une connaissance lors d'une activité en s'appuyant sur des signes didactiques indépendants de la tâche mathématique à résoudre. La dévolution correspond au processus qui fait que l'élève choisit de ne pas tenir compte, pour résoudre le problème mathématique, de ces indices didactiques toujours présents (cf. chapitre 1 §I.2.). Même si l'enseignant ne donne pas d'indications directes concernant le temps alloué à une tâche, ses décisions et interventions dans le travail des élèves tiennent, elles, compte du temps scolaire et ne sont pas sans conséquence sur l'apprentissage des élèves.

La seconde contrainte est celle de la responsabilité épistémologique de l'enseignant. Elle désigne la responsabilité qu'a l'enseignant, en tant que mathématicien, vis-à-vis des productions mathématiques des élèves. Ces productions sont les seuls éléments accessibles et significatifs de l'apprentissage. Il est donc du devoir de l'enseignant de s'assurer que finalement, pour une activité donnée, une solution mathématiquement acceptable est obtenue par les élèves. La gestion par l'enseignant d'une trop grande incertitude sur le débouché de l'activité des élèves vers une telle solution peut produire un effet Topaze (Balacheff 1988, p. 526). En effet, en tentant de réduire cette incertitude, ce qui correspond effectivement à son rôle, l'enseignant peut transformer profondément la situation des élèves et donc l'apprentissage qui en résulte. En particulier, cette gestion de l'incertitude, associée à la contrainte temporelle, amène l'enseignant à prendre des décisions relatives à l'intérêt des débats susceptibles d'émerger à partir de la proposition d'un élève.

Les auteurs identifient deux autres éléments à prendre en compte dans l'analyse du comportement de l'enseignant : les connaissances mathématiques de l'enseignant et celles à propos de l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Ces connaissances peuvent intervenir y compris comme un obstacle lorsque la situation à mettre en œuvre est contradictoire avec l'épistémologie propre de l'enseignant.

Les contraintes identifiées par Arsac *et al.* sont valables pour le préceptorat. Mais en plus de leurs résultats, c'est leur questionnement relatif aux choix de l'enseignant et à leurs effets sur l'apprentissage que nous pouvons reprendre. Ils nous concernent à la fois à propos du préceptorat et pour l'analyse des interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu.

I.4. Conclusion : de la classe au préceptorat

Les travaux sur les connaissances de l'enseignant nous ont appris comment celles-ci étaient intimement liées à leur pratique. Mais rien ne permet d'affirmer que l'expertise acquise par la pratique de l'enseignement en classe se traduira par une expertise en préceptorat. Notre objet de recherche n'est pas directement les connaissances de l'enseignant mais plutôt ses pratiques relatives à ses interventions auprès de l'élève. De ce point de vue, Hoyles et Noss valident notre décision d'avoir recours au préceptorat distant assisté par un EIAH pour avoir accès aux pratiques des enseignants et à leurs conceptions sous-jacentes.

Les travaux sur les stratégies nous ont montré que le niveau d'analyse pertinent pour notre questionnement est celui qui prend en compte le rapport entre stratégie de l'enseignant et effet sur l'apprentissage. Les analyses restant à un niveau trop descriptif nous permettent uniquement de conclure que les stratégies mises en œuvre dans la classe seront nécessairement modifiées pour être adaptées dans le cas du préceptorat. La prise en compte de l'hypothèse d'une image de la leçon précédant et guidant l'action de l'enseignant (Schœnfeld 1996) peut être un moyen de décrire en quoi consiste a priori la situation du précepteur et de contraster cette situation avec celle de l'enseignant dans sa classe. L'hypothèse de Robert sur l'importance du discours de l'enseignant dans sa stratégie est également à utiliser comme moyen d'analyse des stratégies d'intervention du précepteur.

Les contraintes de temps et les contraintes épistémologiques mises en évidence par Arsac *et al.* (1992) sont indépendantes du nombre d'apprenants. Elles opéreront donc également dans le préceptorat. Cependant, elles conduiront peut-être à d'autres décisions que celles prises par l'enseignant dans sa classe. Le temps ne se déroule-t-il de la même façon lorsque l'enseignant ne gère qu'un élève ? Une production considérée comme mathématiquement inintéressante pour une classe entière peut-elle avoir un autre statut pour un élève particulier ?

Mais finalement, ce que suggère cette sélection de travaux sur l'enseignant, c'est que ses connaissances, ses stratégies et les contraintes de sa situation ne sont quasiment pas déterminées par les caractéristiques propres des élèves. Cela rejoint la conclusion énoncée par Robert et Hache (1997) et suscite une question : est-ce les analyses et les méthodes choisies qui ne permettent pas d'avoir accès à ce lien particulier ou bien est-ce effectivement ce qui se passe dans la classe ?

II. LE PRECEPTORAT

Les travaux sur l'enseignant que nous avons examinés ne problématisent pas la relation avec un ou plusieurs élèves.

II.1. Une définition du préceptorat

Nous appelons *préceptorat* la situation d'enseignement et d'apprentissage qui réunit un professeur et un *unique* élève pour une interaction didactique individualisée. Le précepteur travaillant avec un seul élève a la possibilité, inédite en situation de classe, de suivre et soutenir le processus d'apprentissage propre à cet élève (Balacheff 1994, p. 21).

Distinguer le préceptorat des autres interactions didactiques va nous permettre d'une part de mettre en évidence la complexité spécifique du rôle du précepteur et d'autre part d'avoir un nouveau regard sur la complexité des pratiques enseignantes déjà signalée par les travaux portant sur l'enseignant.

L'hypothèse que nous faisons et qui nous conduit à introduire cette distinction est que les contraintes qui pèsent sur l'enseignant dans la situation de classe ne sont pas les mêmes que celles agissant dans le préceptorat. Ceci a pour conséquence que l'enseignant ne peut pas conduire l'interaction didactique en classe de la même façon qu'avec un seul élève. Par exemple, il ne peut pas compter que la réponse qu'il souhaite voir apparaître soit proposée par son unique l'élève avec la même probabilité qu'elle aurait d'apparaître chez l'un des vingt élèves d'une classe. Il ne peut pas non plus avoir recours à un autre élève pour faire surgir une solution qui n'est pas encore apparue. Autre exemple, il ne peut plus gérer de la même façon l'échec d'un élève. En effet, il ne peut pas l'ignorer, même momentanément ; il est obligé de trouver une explication et de lui proposer une solution.

En revanche, il peut, alors qu'il ne le pouvait pas avec vingt élèves, gérer l'interaction de façon beaucoup plus flexible pour mieux s'adapter aux besoins de l'élève, plus vite et de façon plus approfondie. Il peut donc soutenir et accompagner l'élève au cours d'un processus d'apprentissage qui lui est propre et dans une direction qui se construit au fur et à mesure. Cela serait impossible si l'enseignant devait tenir compte des contraintes imposées par la présence d'autres apprenants.

Dans ces conditions, le préceptorat nous paraît être particulièrement favorable à l'analyse de l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu. Notamment, la négociation qui doit avoir lieu sera plus directement observable.

II.2. La discontinuité, un effet de la distance

Nous allons analyser le préceptorat dans le cadre particulier de l'enseignement à distance. Réunir un enseignant et un seul élève sur une durée discontinue a des conséquences sur la gestion par l'enseignant de l'interaction. Cela introduit d'autres éléments à prendre en compte dans la caractérisation de la situation du précepteur et de son élève, que nous allons maintenant expliciter.

Nous caractérisons a priori la situation du précepteur distant par le fait qu'il n'a connaissance au début de l'interaction :

(i) ni du problème mathématique que résout l'élève ;
(ii) ni de la solution de ce problème ;
(iii) ni du niveau mathématique de l'élève, en particulier des connaissances visées par le problème ;
(iv) ni du problème rencontré par l'élève dans la résolution de ce problème.

Son action va donc avoir pour objet, entre autres, de résoudre à la fois le problème mathématique et le « problème de l'élève », et de délimiter la tâche d'enseignement.

Cette caractérisation relève de l'image de la leçon proposée par Schœnfeld (1996) et permet de voir immédiatement en quoi le préceptorat distant est une situation inédite. Le préceptorat distant est tout à fait original comme situation d'enseignement car, au moment où se noue la relation didactique entre l'élève et le précepteur, l'enjeu de connaissance n'est pas identifié. Il est en fait construit au fur et à mesure de l'interaction. Cela a comme conséquence de donner à l'enseignant la liberté de définir un objectif d'apprentissage propre à l'élève auprès duquel il intervient et de faire évoluer cet objectif si cela s'avère nécessaire. Dans un tel contexte, un objectif défini a priori aurait de grande chance de se révéler inadapté puisque l'enseignant ne connaît pas l'élève. Mais cela a d'autres conséquences sur l'interaction. L'enseignant est obligé de conclure car il ne sait pas s'il reverra l'élève sur le même sujet. On peut relier ces éléments observables dans l'interaction à des contraintes qui pèsent sur la situation. Le précepteur et l'élève sont soumis, comme dans toute situation d'enseignement, à un ensemble de contraintes qui définissent ce qu'il est possible et légitime de faire et ce qui ne l'est pas. On peut d'ores et déjà identifier les contraintes suivantes qui sont relatives au savoir :

· Les contraintes dues à l'institution scolaire : quels sont les savoirs reconnus par l'institution, combien de temps peut être passé avec tel élève sur tel contenu de connaissance.

· Les contraintes dues au dispositif informatique distant. La communication entre le précepteur et l'élève passe par le dispositif informatique. Cette nécessaire médiatisation n'est pas transparente. Elle transforme l'activité du précepteur et de l'élève. En particulier, si une communication orale est possible (ce qui n'est pas le cas de tous les dispositif d'enseignement à distance) le reste de l'activité passe par la transcription informatique (l'écriture, les schémas, les expériences etc...). Le contenu et le sens de l'activité seront donc inévitablement dépendants des logiciels utilisés et plus particulièrement du rapport qui existe entre le fonctionnement de ces logiciels et les connaissances en jeu dans l'interaction.

· Les contraintes imposées par la discontinuité de l'interaction distante entre l'élève et le précepteur. L'élève peut travailler de façon autonome ou avec un précepteur présent ou encore avec un précepteur distant. Pendant chacune de ces phases, la fonction enseignante est remplie de différentes façons et par différentes personnes. Lorsque le précepteur distant intervient, il doit tenir compte des exigences des enseignants qui l'ont précédé et qui lui succéderont très rapidement.

· Les contraintes imposées par l'élève lui-même. L'état de connaissance de l'élève définit un ensemble d'apprentissages possibles en dehors duquel les tentatives du précepteur seront vaines. Le travail dans lequel est engagé l'élève et le type de difficulté qu'il rencontre au moment où il appelle le précepteur, contraint également l'interaction qui débute.

CONCLUSION

Les particularités du préceptorat, notamment du préceptorat tel que nous allons le mettre en place dans le cadre de l'enseignement à distance médiatisé par ordinateur, n'empêchent pas que l'on puisse espérer répondre à nos questions de recherche relatives à l'interaction enseignante. C'est même un dispositif qui devrait agir comme révélateur de certains fonctionnements des enseignants. Si pour eux la situation est plutôt inédite, pour le chercheur elle a l'avantage de simplifier certaines données. En effet, les interventions de l'enseignant sont relatives à un unique élève. Elles doivent passer par le canal informatique et sont relatives à ce que l'élève voudra bien lui laisser voir de sa situation. Finalement, dans cette situation nous avons limité les éléments disponibles pour que le précepteur prenne sa décision. Cela lui permet de mieux contrôler la situation.

Dans le préceptorat, tout recours à un tiers pour produire ce que l'élève n'arrive pas à produire lui-même, est impossible. Cette situation force le précepteur à sortir de sa neutralité et à intervenir. Le préceptorat est une situation qui provoque l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu et donc la négociation, les étayages et les effets Topaze qui en résultent éventuellement.

Chapitre 3

L'explication dans le préceptorat

Dans le préceptorat en mathématiques, qui rassemble un enseignant et un élève, le rôle de l'enseignant est de prendre en charge les requêtes et les difficultés de l'élève. Nous avons vu au chapitre 1, que l'étayage, intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu, constituait une réponse de l'enseignant. Une autre réponse est l'explication. Si, à première vue, l'explication constitue une part notable de l'activité de l'enseignant, elle est une clef pour comprendre l'interaction de préceptorat. L'objet de ce chapitre est donc de préciser ce que peut être l'explication dans la situation de préceptorat pour, d'une part éclairer en quoi consiste l'activité du précepteur, mais aussi pour comprendre en retour certains aspects de l'explication.

Une première caractéristique de l'explication est donnée par ce « quelque chose » qui est expliqué, un résultat, un phénomène, un sentiment… (Balacheff 1990a). C'est une évidence, cependant l'explication n'est pas définie uniquement en relation avec ce qu'elle explique. En effet, pour un même objet, plusieurs significations sont possibles selon les fonctions qui sont assignées à l'explication. Une première fonction est *d'expliquer le monde*. Schank montre comment chacun produit pour lui-même des explications aux phénomènes qu'il rencontre quotidiennement (Schank 1986). Dans ce même ordre d'idée, expliquer c'est produire des connaissances pour comprendre l'univers qui nous entoure. Cela correspond par exemple au travail des scientifiques. La production d'explications scientifiques d'un phénomène s'identifie à une recherche de causes et de raisons pour comprendre. Avec Piaget et les participants au colloque « l'explication dans les sciences », nous dirons que :

> *« expliquer c'est répondre à la question du « pourquoi », c'est comprendre et non pas seulement constater, autrement dit dégager la « raison » sur le terrain des sciences déductives et la « causalité »… »* (Piaget *et al.* 1970, p. 7).

En produisant une explication, son auteur peut également avoir pour but de *s'expliquer* c'est-à-dire de *se justifier* vis-à-vis d'autrui pour faire accepter un point de vue, un résultat, un raisonnement ou la validité d'un énoncé. C'est le cas de certaines démonstrations en mathématiques dont le caractère explicatif est lié à la nature de la validation. C'est le cas aussi des explications fournies par les systèmes experts qui doivent convaincre l'utilisateur que les conclusions obtenues sont raisonnables (Chandrasekaran 1989).

La troisième fonction de l'explication est de *faire comprendre*. Ce sont les explications de l'enseignant dont la finalité est de permettre l'apprentissage. Cela correspond aussi aux explications des systèmes experts, produites dans le but d'une meilleure compréhension du fonctionnement du système par ses utilisateurs (travaux du PRC-IA, Bouri *et al.* 1990a). Ces trois fonctions de l'explication ne sont pas indépendantes et sont souvent simultanément réunies. Par exemple, on justifie rarement un résultat sans le faire comprendre et quand il s'agit de faire comprendre à quelqu'un la nature de certains phénomènes, l'explication scientifique peut intervenir. Mais, en plus d'être simultanément à l'œuvre, les deux dernières fonctions, se justifier et faire comprendre, ont en commun de prendre tout leur sens dans le cadre d'une interaction entre deux interlocuteurs.

Ainsi, la troisième caractéristique de l'explication que nous prendrons en compte est le contexte dans lequel a lieu l'explication. S'il s'agit d'une explication pour soi-même, alors l'explication est plutôt un objet de la pensée, un raisonnement et un processus cognitif. S'il s'agit d'expliquer à quelqu'un d'autre, alors l'explication est constitutive du dialogue. Dans le cadre d'une interaction telle que le préceptorat, la question de la nature du rapport entre explication et dialogue se pose et nous y reviendrons.

Au delà de la diversité des objets susceptibles d'être expliqués, les trois fonctions de l'explication qui ne sont pas indépendantes des deux contextes dans lesquels elle apparaît (expliquer pour soi-même ou à quelqu'un d'autre) indiquent que la question de l'explication et de ses problématiques recouvre une certaine complexité.

Objet, fonction et contexte sont les trois caractéristiques qui nous sont apparues pertinentes pour positionner globalement notre approche de l'explication dans le préceptorat. Dans la situation d'enseignement que nous étudions, ces trois caractéristiques ont les valeurs suivantes (cf. Tableau 1). L'explication du professeur est une explication relative à des notions mathématiques (constructions géométriques, démonstrations). Elle a pour fonction essentielle de les faire comprendre à l'élève. Enfin, puisqu'elle est produite par l'enseignant pour l'élève, elle a lieu au cours d'une interaction verbale.

Tableau 1 : Caractéristiques de l'explication dans l'enseignement des mathématiques.

Trois caractéristiques de l'explication		Caractéristiques de l'explication dans l'enseignement des mathématiques
Objet	- résultat, phénomène etc...	Relatif aux mathématiques
Fonction	- comprendre - justifier - faire comprendre	Faire comprendre
Contexte	- interne à la personne - interaction entre personnes	Interaction entre enseignant et élève

Peu de travaux existent qui prennent en compte les trois caractéristiques de l'explication dans l'interaction didactique telles que nous les identifions. Nous devons donc élargir notre champ de recherche. Ces mêmes trois caractéristiques vont ainsi nous être utiles d'abord pour sélectionner les travaux relatifs à l'explication qu'il est pertinent de prendre en compte dans notre travail, ensuite pour situer les travaux les uns par rapport aux autres et enfin pour les situer relativement à l'explication dans le préceptorat. Tous les travaux que nous avons retenus, et dont l'exposé constitue la première section de ce chapitre, questionnent l'explication selon au moins une, quelques fois plusieurs, des caractéristiques citées précédemment : l'explication en mathématiques, dans un contexte de communication et avec le but de faire comprendre quelque chose à quelqu'un.

Ce travail nous permettra, dans la seconde section du chapitre, de rechercher les spécificités de l'explication dans la situation didactique. Il s'agira alors d'avoir les moyens de repérer les explications dans l'activité du précepteur et de savoir quel est leur rôle dans la situation de préceptorat.

I. L'EMERGENCE DE L'EXPLICATION DANS LE DIALOGUE

Notre objectif pour cette première section de chapitre est de déterminer, dans différentes problématiques existant sur l'explication, les hypothèses et les résultats qui concernent au moins une caractéristique de l'explication dans l'enseignement. Nous aborderons l'explication dans les domaines suivants. En mathématiques, elle y est traitée soit comme une propriété entre énoncés mathématiques (Piaget *et al.* 1970), soit comme un texte mathématique ayant des propriétés particulières (cf. les points de vue de Fishbein et Halbwachs rapportés dans (Balacheff 1990a)) soit par son rapport avec la démonstration (Duval 1992 ; Balacheff 1988). En intelligence artificielle (Clancey 1983 ; Chandrasekaran *et al.* 1989 ; Moore et Swartout 1989 ; Bouri *et al.* 1990a et 1990b), l'explication est un enjeu de communication entre un système et son utilisateur avec pour fonction de faire comprendre et de justifier. Dans le domaine de la psychologie cognitive (O'Malley 1987 ; Baker 1992), l'explication est analysée sous l'angle des systèmes cognitifs en interaction. En psychologie sociale, Grize propose justement une analyse prenant en compte l'explication selon la double dimension de la communication et de l'activité cognitive qu'elle suscite (Grize 1996a et 1996b). Nous faisons alors appel aux travaux en pragmatique pour approfondir la prise en compte de la situation de communication (Ghiglione et Trognon 1993 ; Kohler-Chesny 1981).

I.1. L'explication en mathématiques, limites d'une caractérisation intrinsèque

Nous allons présenter ici certains travaux existants sur l'explication en mathématiques. Les problématiques abordées par les mathématiciens sont centrées sur le rapport entre l'objet mathématique expliqué et l'explication (Piaget *et al.* 1970). C'est Balacheff, en didactique, qui introduit la référence au sujet cognitif et à l'interaction, nous faisant ainsi passer à une problématique mettant en évidence d'une part une fonction de l'explication qui est de faire comprendre et d'autre part l'importance du locuteur. À propos de l'explication en mathématiques et dans une perspective didactique, les travaux de Balacheff (1988 ; 1990a) et de Duval (1992) permettent de distinguer le raisonnement explicatif d'autres types de raisonnements que sont l'argumentation, la preuve et la démonstration. Ce point de vue est validé par Grize qui montre que les démarches d'expliquer et de justifier sont très proches, voire se confondent, dans la logique naturelle et que c'est par leur finalité que l'on peut les différencier (Grize 1996b).

I.1.1. Le principe de l'explication en mathématiques

Les points de vue des mathématiciens Ladrière et Desanti exprimés dans le colloque « l'explication dans les sciences » (Piaget *et al.* 1970) relèvent de l'explication du monde. Contrairement aux autres domaines scientifiques pour lesquels existe un champ de phénomènes à expliquer (Desanti 1970, p. 57), dans le cas des mathématiques, l'explication est un mécanisme interne au domaine des mathématiques, c'est l'explication des mathématiques par les mathématiques. D'où la proposition de Desanti de rechercher l'explication en mathématiques comme un rapport entre systèmes d'énoncés mathématiques :

> *« Il s'agit de faire porter l'examen sur des corps de propositions de statut mathématique et de rechercher si, parmi ces propositions, il en est qui exercent, par rapport à d'autres, une fonction « explicative ». »* (Desanti 1970, p. 57).

Ainsi, l'explication en mathématiques est un rapport particulier entre certaines propositions. Ladrière propose la formalisation comme relation productrice de sens :

> *« L'intelligibilité est donc dans le sens de la formalisation croissante. [...] L'explication éclaire dans la mesure où elle est mise en œuvre de cet horizon, c'est-à-dire mise en mouvement de la démarche formalisante. »* (Ladrière 1970, p. 56).

Bien que l'explication en tant que relation productrice de sens entre différents corps d'énoncés mathématiques soit une conception non seulement pertinente mais fréquente en mathématiques, elle n'est pas la plus appropriée pour analyser l'explication dans l'interaction didactique. En effet, si l'enseignant ne peut avoir recours qu'aux mathématiques pour expliquer, donc faire comprendre, donc faire apprendre les mathématiques, il se trouve dans un cercle vicieux. Cependant, prendre en compte le fait que l'explication en mathématiques n'est peut-être pas du même ordre que les autres explications scientifiques nous sera utile dans une perspective didactique.

I.1.2. Les travaux de Balacheff, l'importance du sujet

C'est dans une problématique de la preuve en mathématiques et de son apprentissage que Balacheff aborde la question de l'explication (Balacheff 1988). Il la reprend ensuite pour la caractériser en référence, d'une part au sujet, d'autre part aux connaissances (Balacheff 1990a ; 1990b). Nous rapportons ici son travail car il donne les bases d'une prise en compte des deux sujets cognitifs que sont l'enseignant et l'élève pour la compréhension de l'explication dans l'interaction didactique.

Balacheff (1988) décrit la différence entre la démarche d'expliquer et celle de démontrer un théorème de la façon suivante :

> *« [L'explication] fait appel à ce que les mathématiciens nomment le plus souvent « intuition » ; elle renvoie aux significations, c'est-à-dire à la compréhension de la validité d'une assertion, non au sens de la logique, mais au sens de ses relations avec le corps des connaissances mathématiques.* » (Balacheff 1988, p. 28).

Mais c'est par son rapport avec l'individu que cette différence est utile pour l'analyse de la preuve. L'explication garantit la validité d'une proposition pour un individu. C'est relativement à un système de connaissance représenté par cet individu qu'un énoncé peut être l'explication d'une proposition.

> *« À la suite des linguistes, nous situons l'explication au niveau du sujet locuteur. C'est d'abord pour lui qu'elle établit et garantit la validité d'une proposition, elle prend racines dans ses connaissances et ce qui constitue sa rationalité, c'est-à-dire ses propres règles de décision du vrai.* » (Balacheff 1988, p. 28).

Le terme de preuve qualifie le même objet une fois qu'il a acquis un caractère public. C'est la reconnaissance par un groupe social qui permet à une explication d'atteindre le statut de preuve. Une démonstration est une preuve ayant une forme particulière et reconnue comme telle par une communauté de mathématiciens. Balacheff met ainsi l'accent sur l'aspect social de la preuve et de la démonstration et sur l'aspect privé de l'explication. L'explication est liée à la personne. C'est une personne qui peut attester du caractère explicatif qu'a pour elle un énoncé et en faire ainsi une explication. Un énoncé explicatif pour quelqu'un peut ne pas l'être du tout pour un autre. Le caractère explicatif n'est pas une propriété intrinsèque de l'énoncé, mais le résultat de l'adéquation de cet énoncé à un système de connaissance.

Balacheff poursuit cette démonstration à partir de l'examen de deux propositions d'explication du théorème de la somme des angles d'un triangle. Il montre sur ces exemples comment la prise en compte des connaissances du sujet permet de rendre compte du caractère explicatif d'un énoncé (Balacheff 1990a).

La première explication analysée par Balacheff (*ibid*. p. 151) est une preuve proposée par Fishbein[1], un psychologue en mathématiques. Ce dernier considère que sa preuve rend compte des origines profondes de la validité du théorème en question.

> *« Traçons maintenant un segment AB et les perpendiculaires MA et NB au segment. Les angles MAB et NBA sont des angles droits. On peut « créer » un triangle en « inclinant » MA et NB. Ainsi, on peut voir que l'angle APB « récupère » ce qui est « perdu » par les angles MAB et NBA lors de « l'inclinaison » de MA et NB. Bien sûr ce n'est pas du langage mathématique.*
> *C'est plutôt une histoire de droites et d'angles, mais une histoire qui saisit l'esprit, qui s'impose elle-même comme intrinsèquement vraie. La même histoire peut être traduite sous la forme d'une preuve mathématique. Par conséquent, la nécessité formelle et la nécessité intrinsèque vont coïncider. »*[2]

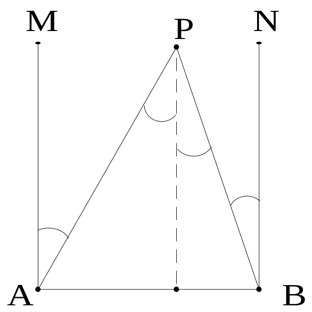


Figure 1 : Illustration de l'explication de Fishbein.

La seconde explication est donnée par Halbwachs, physicien et épistémologue, qui considère que la démonstration d'Euclide donnée dans l'enseignement laisse échapper la raison d'être de la propriété. Il propose la démonstration suivante :

[1] Balacheff précise qu'il s'agit en fait de l'explication proposée en 1753 par le mathématicien Clairaut dans ses « Éléments de géométrie ».

[2] Fishbein E., 1982, Intuition and proof, *For the learning of mathematics*, 3(2), pp. 9-24 : *« Let us now draw a segment AB and the perpendiculars MA and NB to the segment. The angles MAB and NBA are right angles. We can « create » a triangle by « inclining » MA and NB. So, it can be seen that the angle APB « accumulates » what is « lost » by the angle MAB and NBA when « inclining » MA and NB. Of course this is not a mathematical language. It is rather a story about lines and angles, but a story which can catch the spirit, which can impose itself as intrinsically true. The same story can be translated into the form of a mathematical proof. Consequently the formal necessity and the intrinsic necessity will coincide. »*

> *« On part de la demi-droite ABD, on pivote de l'angle A autour du point A (counter-clockwise) et on vient en ACH. Puis on pivote d'un angle C autour du point C (counter-clockwise) et on vient en BCJ. Enfin on pivote d'un angle B autour du point B (counter-clockwise) et on vient en BAK.*
> *On a donc additionné les trois angles pris dans le même sens, et au total on est passé de la demi-droite ABD à la demi-droite BAK, c'est-à-dire que l'on arrive sur la droite de départ, mais avec un changement de sens, ce qui représente l'angle plat. Ici contrairement à la démonstration d'Euclide, le passage de la donnée à la conclusion s'est opéré en faisant « fonctionner » la définition dynamique de l'angle [...] Il n'y a plus seulement enchaînement logique de propositions (ou comme on dit « transfert de vérité »), mais en même temps et parallèlement transfert de signification. »*[3]

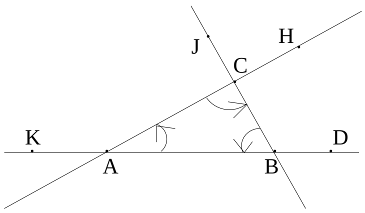


Figure 2 : Illustration de l'explication de Halbwachs.

Balacheff analyse ces deux textes en questionnant les conceptions de l'angle qu'ils mettent en œuvre. Chaque texte révèle une conception de l'angle différente, soit l'angle comme inclinaison d'une droite sur une autre, soit l'angle comme rotation. À partir de là, Balacheff montre comment le caractère explicatif de chacun des textes tient plus au rapport qu'ils entretiennent avec les connaissances de leur auteur, et ici en particulier avec leur conception de l'angle, qu'à leur rapport avec le théorème qu'ils « expliquent ». Cela entraîne que leur caractère explicatif n'est pas le même suivant la personne à laquelle ils s'adressent.

Dans ce travail de Balacheff, nous retenons deux points que nous considérons comme incontournables dans une problématique didactique de l'explication : l'individu et la connaissance.

[3] Halbwachs F., 1981, Significations et raisons dans la pensée scientifique, *Archives de Psychologie,* XLIX(190), pp. 199-229.

I.1.3. L'explication, l'argumentation et la démonstration

Duval aborde l'explication en mathématiques à travers la question des divergences entre argumentation et démonstration dans le discours et le processus cognitif qui en est à l'origine (Duval 1992). Balacheff a déjà indiqué que, chez les élèves, l'argumentation pouvait être un obstacle au passage à la preuve mathématique (1988, p. 560). Avec ce même objectif de comparaison entre argumentation et démonstration, Duval introduit l'explication de la façon suivante :

> « *Étant donné que l'argumentation trouve ses racines dans l'exigence de justification et qu'il n'est pas possible de convaincre sans donner à comprendre, nous allons également élargir la perspective de notre comparaison à l'explication.* » (Duval 1992, p. 38).

L'explication correspond à la nécessité de faire comprendre, aspect complémentaire mais distinct, des formes de raisonnement que sont l'argumentation et la démonstration. Duval propose la définition suivante :

> « *Une explication donne une ou plusieurs raisons pour rendre compréhensible une donnée (un phénomène, un résultat, un comportement, ...). Or ces raisons avancées ont en réalité une fonction quasi descriptive : elles contribuent à présenter le système de relations (mécaniques, théoriques, téléologiques*[4]*, ...) au sein duquel la donnée à expliquer se produit ou trouve sa place. Et comme dans toute description, la valeur épistémique des raisons énoncées ne joue aucun rôle.* » (Duval 1992, p. 40).

La valeur épistémique d'un énoncé correspond au caractère de nécessité ou de certitude plus ou moins grand associé à cet énoncé. L'examen de la *force* des énoncés doit provoquer un changement de la valeur épistémique associée à la proposition cible. L'argumentation d'une proposition, qui a pour but d'emporter la conviction d'autrui ou de soi-même, consiste à modifier la valeur épistémique de la proposition par une manipulation de son contenu sémantique. Dans le cas de la démonstration, qui a pour but d'assurer la validité d'une proposition, la valeur épistémique est modifiée par un jeu sur le statut opératoire des énoncés (Duval 1991, p. 235). L'explication, elle, n'implique

[4] Note de l'auteur : « *La téléologie est l'étude de la finalité en tant que notion permettant d'analyser l'organisation et le fonctionnement d'un système. Ce terme a été introduit par Kant pour l'étude des êtres vivants et de la nature (Critique du jugement II, §68). L'explication* .../...

aucun examen de la force des raisons qu'elle produit. Ce jeu sur la valeur épistémique (donc la force) des énoncés permet à Duval de différencier explication, argumentation et démonstration. Mais comme il considère que ce jeu est caractéristique du fonctionnement cognitif propre au raisonnement, il conclut que l'explication n'est pas un raisonnement (*ibid*. p. 40 puis 52). Ce dernier point de vue est discutable. Balacheff (1990b) propose de parler de raisonnement explicatif et nous allons voir, après avoir exposé la relation particulière que Duval voit entre explication et argumentation, pourquoi nous privilégions ce second choix pour notre travail.

En fait, pour Duval, explication et argumentation correspondent toutes les deux à une exigence de justification (*ibid*. p. 40). L'argumentation se déroule en deux phases. La première correspond à la production des arguments, la seconde à l'examen de leur recevabilité. Duval souligne que la production des arguments nécessite un effort cognitif tel que l'examen immédiat de leur pertinence ou de leur force n'est souvent pas fait. Dans ce cas, l'argumentation est réduite à la première phase et s'identifie à l'explication.

Or, nous avons vu en introduction de ce chapitre que la finalité de l'explication n'est pas forcément une justification. En tout cas, pour ce qui nous concerne, le choix d'étudier l'explication dans l'interaction didactique nous a conduit justement à différencier les fonctions *justifier* et *faire comprendre* et à privilégier la seconde à propos de l'activité explicative de l'enseignant. Ainsi, dans notre travail, nous différencions le raisonnement explicatif et le raisonnement justificatif par leur finalité. Ce choix n'est pas celui de Duval. Cependant, son travail reste utile pour pouvoir différencier les raisonnements à finalité justificative que sont argumentation et démonstration, distinction essentielle pour situer l'activité mathématique de l'élève (Balacheff 1988).

Grize, qui se place dans une problématique du discours et de l'activité cognitive des interlocuteurs, distingue également justifier et expliquer (Grize 1996b). Son travail sur la logique naturelle permet de comprendre pourquoi cette distinction entre expliquer et justifier est d'ordinaire délicate : ce sont deux réponses à la même question du pourquoi. Pour Grize, l'explication est relative à quelque chose qu'on ne met pas en doute et dont

téléologique du comportement particulier d'un sujet peut être, par exemple, la description des mobiles et des motifs qui lui donnent son sens. »

on n'examine pas la vérité. Elle fournit des causes[5] qui peuvent s'enchaîner infiniment. La justification fait appel à des raisons, c'est-à-dire à des règles qui permettent de construire des implications. Il précise que cette distinction entre cause et raison — « *La cause dans les choses correspond à la raison dans les vérités* » dit Leibniz[6] — reste fluctuante parce que d'une part, les causes peuvent devenir des raisons lorsque la relation de cause à effet devient une règle et d'autre part, les raisons sont souvent réifiées en causes par le mécanisme de la pensée naïve (et parfois scientifique) (Grize 1996b, p. 289).

I.1.4. La complexité d'une problématique de l'explication en mathématiques

Pour conclure momentanément sur l'explication en mathématiques, nous retenons les points suivants.

Les points de vue de Desanti et Ladrière nous montrent la spécificité des mécanismes de l'explication en mathématiques par rapport à d'autres disciplines, spécificité due à l'absence d'un champ de phénomènes à expliquer qui soit distinct des mathématiques. Balacheff a montré l'importance de la prise en compte du locuteur comme système de connaissance par rapport auquel il peut y avoir explication. Il n'y a pas d'explication intrinsèquement significative. Il a également indiqué la spécificité du raisonnement explicatif. Avec Grize, nous distinguons raisonnement explicatif et raisonnement justificatif (dont relèvent argumentation et démonstration) par leur fonction différente : faire comprendre ou justifier. Plus précisément, l'explication se distingue des modes de raisonnement que sont l'argumentation et surtout la démonstration qui nous concerne particulièrement en mathématiques, par le fait qu'elle ne s'accompagne pas d'un jeu sur la valeur épistémique des propositions (Duval 1992). Si la compréhension participe à la démarche de justification et en constitue une première étape, dans une problématique centrée sur l'explication nous devons faire cette distinction plus nettement.

---

[5] Grize donne les exemples suivants pour illustrer différents types de causes. Cause physique : la lampe s'est éteinte parce que les fusibles ont sautés ; cause psychologique (ou motif) : il a pris la porte parce qu'il était en colère ; cause finale : il a pris la porte pour montrer son indignation. (Grize 1996b, p. 289).

[6] Leibniz, Nouveaux Essais, IV, chap. XVIII, §3, cité par Piaget (1970, p. 12).

Dans une problématique de la preuve, Balacheff a proposé de nommer explication l'activité privée du sujet qui consiste à rendre intelligible pour lui-même le caractère de vérité d'une proposition. Mais nous proposons de ne pas associer l'explication uniquement à la dimension privée d'une preuve pour pouvoir intégrer dans notre problématique la dimension spécifique donnée par la communication.

I.2. La problématique de l'explication en intelligence artificielle

I.2.1. L'intérêt de cette problématique

Le thème de l'explication en Intelligence Artificielle (IA) est issu de la constatation que les systèmes experts à base de règles de production doivent pouvoir fournir des explications raisonnables afin que leurs utilisateurs comprennent mieux leur comportement et leurs requêtes, et qu'ils soient convaincus de la validité des conclusions obtenues (Clancey 1983, p. 216) (Chandrasekaran *et al.* 1989, p. 10). La qualité et la robustesse de certains de ces systèmes a permis d'envisager leur utilisation à des fins d'enseignement. Dans la perspective d'une utilisation pour l'apprentissage, les capacités explicatives des systèmes experts sont devenues décisives (Wenger 1987, p. 261). Les recherches en IA sur l'explication dans les systèmes experts ont ainsi donné naissance à une problématique de l'explication en IA et mis en évidence la spécificité du raisonnement explicatif (Clancey 1983) et la nécessité d'en avoir une modélisation (Bouri *et al.* 1990b, p. 341).

La question de l'explication y est traitée dans le cadre de l'interaction entre le système artificiel et l'utilisateur. Ce contexte d'interaction est l'une des caractéristiques de l'explication que nous avons identifiée comme pertinente pour le préceptorat. De ce point de vue là, la problématique de l'explication en IA est intéressante pour la notre. De plus, l'explication des systèmes experts a pour but une meilleure prise en compte par l'utilisateur des résultats et des requêtes du système. Cela implique soit la justification par le système de ses résultats et de ses requêtes, soit l'objectif de faire comprendre, chacune de ces opérations relevant d'une fonction différente de l'explication et la seconde nous concernant plus particulièrement. Enfin, quand l'explication en IA est analysée pour permettre l'élaboration d'Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH), le questionnement nous concerne directement.

I.2.2. L'explication dans les systèmes experts

L'EXPLICATION PRODUITE A PARTIR DE LA TRACE DU RAISONNEMENT DU SYSTEME EXPERT
(CHANDRASEKARAN *ET AL.* 1989)

Chandrasekaran *et al.* décomposent la question de la production d'explications des décisions d'un système expert en trois problèmes à résoudre successivement. Pour générer une explication il faut d'abord produire un contenu, ensuite l'adapter aux besoins de l'utilisateur et enfin le présenter à l'interface (Chandrasekaran *et al.* 1989, p. 10). Pour ces auteurs, la production de contenu est le problème principal et peut se faire soit à partir du raisonnement propre du système soit en produisant une justification qui rende la décision plausible indépendamment du raisonnement réel du système. En se restreignant à la génération d'explications du raisonnement suivi par le système dans la phase de résolution, l'explication se décompose en trois types :

- l'explication de la mise en œuvre des règles, c'est-à-dire expliquer pourquoi le système à besoin de certaines données, comment une conclusion intermédiaire est obtenue ;
- l'explication des connaissances utilisées, c'est-à-dire une justification de la base de connaissances du système ;
- l'explication des stratégies de résolution de problèmes et de leur contrôle c'est-à-dire une justification des choix d'application des règles.

La production du premier type d'explication a été rendue possible grâce à l'enregistrement de la trace du raisonnement du système. Clancey montre comment, dans MYCIN (Clancey 1983), l'explication est entièrement relative aux règles et aux buts utilisés dans la résolution de problème. Le système peut justifier l'utilisation des règles en produisant le but auquel elle est associée ou bien justifier le but en faisant appel à la règle qui le sollicite. Mais la limitation des justifications du système au seul raisonnement mis en œuvre sans possibilité de faire appel à des connaissances qui ne soient pas directement employées lors de la résolution ne permet pas de produire les autres types d'explication.

Une seconde piste a été donnée par l'accès à un niveau de connaissances plus générales que les règles utilisées pour résoudre la tâche. Les règles employées ont été élaborées à partir de connaissances du domaine, en terme de modèles et de principes. Ces règles sont une compilation de la connaissance experte. Un accès aux connaissances cachées derrière les règles permet de les justifier.

Une troisième piste explorée est celle de l'explicitation des stratégies de résolution de problèmes qui sont implicitement incluses dans les règles. Cela permet de répondre au troisième type de demande d'explication (Clancey 1983 ; Chandrasekaran *et al.* 1989).

En fait dans les trois cas, c'est soit la conservation d'une trace des processus qui ont conduit à l'élaboration de la base de règles de production, soit l'accès au processus de résolution de problèmes en cours qui permet de produire les explications adéquates. À chaque fois, la notion d'accès à la trace du fonctionnement du système résume les principes à l'œuvre. L'idée qui émerge de ces travaux est que le niveau d'explicitation du fonctionnement du système choisi au moment de l'implémentation conditionne les explications possibles.

L'EXPLICATION DANS LES TUTEURS CONSTRUITS A PARTIR D'UN SYSTEME EXPERT

Lorsque les systèmes experts ont été dotés de capacités explicatives, l'idée est venue de les exploiter pour l'enseignement. Mais la construction d'un tuteur à partir du système expert ne consiste pas en une simple réutilisation des capacités explicatives du système :

> *« En construisant GUIDON, nous pensions être simplement des « ingénieurs d'application » faisant usage des facilités d'explication de MYCIN pour un dispositif enseignant. Il a été surprenant de constater à quel point le module d'explication était peu utile aux étudiants. Sans une caractérisation nette de ce que nous espérions qu'une explication apporte, la valeur du programme était discutable. »*[7] (Clancey 1983, p. 217).

Ainsi le projet de conception d'un système expert enseignant ayant des connaissances spécifiques à l'enseignement et qui puiserait les connaissances du domaine et les capacités de résolution de problèmes dans le système expert passe par la remise en cause de la conception du système expert original. Il est apparu nécessaire de revoir la base de connaissances du système expert initial pour pouvoir produire les explications nécessaires.

[7] *« In building guidon, we thought that we were simply being 'applications engineers' by making use of mycin's explanation facility for a tutorial setting. It was surprising to find out how little the explanation facility could accomplish for student. Without a crisp characterization of what*

…/…

ACTION, FORMULATION, VALIDATION : TROIS FONCTIONNEMENTS DE LA CONNAISSANCE

Lorsque les concepteurs de systèmes experts ont voulu ajouter à leurs systèmes des capacités d'explication, ils se sont heurtés au problème des différentes formes sous lesquelles la connaissance est mobilisée par le système, formes qui sont déterminées par le problème à résoudre. Les connaissances d'un système expert, embarquées sous forme de règle de production, qui permettent de résoudre les problèmes s'avèrent insuffisantes lorsqu'il s'agit d'expliquer donc de communiquer, de faire comprendre et de justifier, c'est-à-dire résoudre un tout autre type de problème. En effet, quand il s'agit de produire une solution ou bien de la communiquer ou encore de la valider, un individu utilise ses connaissances. Mais les trois situations de mise en œuvre que nous venons de citer mobilisent la connaissance sous une forme différente. Brousseau a montré que l'apprentissage passait par la mise en œuvre de ces différentes formes de la connaissance dans des situations distinctes par la façon dont elles la sollicitent (Brousseau 1986). C'est un des fondements à l'origine du développement de la théorie des situations. Ainsi, la base de règles de production qui est efficace pour produire une solution et les explications qui s'y rapportent, n'est pas forcément adaptée pour une communication ou une validation de la solution. D'autres connaissances ou d'autres formes de la même connaissance qui ne se résument pas à une opposition entre forme déclarative et procédurale (Brousseau 1986, p. 97), doivent intervenir dans ces nouvelles situations.

I.2.3. Explication versus raisonnement

La mise en évidence du fait que les connaissances pour résoudre ne sont pas directement celles qui permettent d'expliquer (Paris *et al.* 1988) a conduit les chercheurs dans deux directions complémentaires : celle de la conception d'un module de système expert spécialisé dans l'explication qui permet de faire évoluer l'architecture globale des systèmes experts (par exemple le projet ESMERALDA (Lemaire et Safar 1991)) ou celle de la prise en compte de ces connaissances dès la conception du système expert, comme le proposent Bouri *et al.* (1990b) :

we expected an 'explanation' to convey, the program was of questionable value. » (Clancey 1983, p. 217).

> *« Concernant la représentation des connaissances, il convient de remarquer que concevoir une BC*[8] *permettant de résoudre des problèmes et fournir des explications, n'implique pas qu'une même structure de connaissance doive servir pour la résolution et l'explication. [...] Les systèmes* XPLAIN *et* CQFE *ont ainsi montré l'intérêt de représenter un même ensemble de connaissances sous une forme opératoire, adaptée à la résolution de problèmes, et sous une forme déclarative, utilisée pour l'explication. »* (Bouri *et al.* 1990b, p. 350).

Tous ces projets passent par l'identification des connaissances spécifiques de l'explication. Bouri *et al.* les classent en différents types : connaissances de linguistique, connaissances de l'interlocuteur, connaissances du raisonnement du système expert et connaissances pour la justification, la description et la définition des connaissances de résolution (Bouri *et al.* 1990b, p. 352).

Lemaire et Safar proposent de parler d'un *« véritable raisonnement explicatif »* à partir de ces connaissances explicatives spécifiques (Lemaire et Safar 1991, p. 82). Cette conception conduit à vouloir déterminer les connaissances du domaine « explication » à partir d'une modélisation du comportement d'un expert.

> *« Il est vrai que quelques personnes, tels que les pédagogues, détiennent une certaine expertise d'explication mais leur contribution à l'explication ne semble pas avoir été clairement formalisée. De fait, la technique explicative, au sens de la production d'un discours explicatif, ne s'enseigne pas véritablement mais résulte essentiellement de l'expérience acquise »* (Lemaire et Safar 1991, p. 83).

L'absence d'expert en explication conduit à rechercher ces connaissances spécifiques chez les experts du domaine. L'analyse du raisonnement explicatif d'un expert en médecine menée dans le cadre du projet SATIN a mis en évidence la difficulté de cette tâche (Safar et Schlienger 1994, p. 157 puis 163).

I.2.4. L'émergence de l'explication dans l'interaction

Baker résume par l'expression d'explication « réifiée » la conception de l'explication sous-jacente aux travaux que nous venons de présenter et longtemps dominante en Intelligence Artificielle (Baker 1992). L'explication réifiée correspond à un énoncé, dont le contenu est défini a priori et qui a une structure normative organisée et présentée à

[8] Base de Connaissance.

la suite d'une demande. C'est *« l'explication en un coup »*[9] décrite par Moore et Swartout (1989) où la procédure conduisant à une explication consiste en une requête de l'utilisateur et en la génération d'une réponse qui est supposée être immédiatement satisfaisante. Pour que les explications ainsi produites soient pertinentes il a été nécessaire de prendre en compte les connaissances de l'utilisateur, ce qui a fait ressortir l'importance du diagnostic. Le dialogue est un moyen efficace de diagnostic des connaissances de l'utilisateur. Il est donc utilisé pour déterminer quelle explication sera la plus pertinente car la mieux adaptée à l'utilisateur. C'est l'approche choisie par beaucoup d'auteurs de systèmes experts explicatifs, par exemple celle de Clancey pour le projet GUIDON (1983).

Moore et Swartout ont montré le coût que représente une réelle prise en compte de l'utilisateur à travers l'élaboration du diagnostic et le maintien d'un modèle de l'utilisateur. Ils arrivent à la conclusion que ce modèle n'est jamais suffisant pour assurer la pertinence de l'explication. Ils ont ainsi été amenés à proposer une *« approche plus réactive de l'explication »*[10] qui prenne en compte non seulement l'utilisateur du système expert mais surtout l'interaction au sein de laquelle se produit la demande d'explication.

> *« Ainsi, une approche* réactive *de l'explication est requise — pour laquelle les réactions de l'utilisateur font partie intégrante du processus d'explication. »*[11] (Moore et Swartout 1989, p. 1504).

La production réactive d'explications passe par la prise en compte du dialogue dans lequel s'inscrit l'explication. Le dialogue est modélisé dans le système sous la forme de plans et permet l'exploitation des réactions du destinataire de l'explication afin de clarifier les explications mal comprises, d'en élaborer de nouvelles qui tiennent compte des précédentes et de gérer une succession de questions et réponses (Moore 1996). Ces auteurs montrent comment l'utilisation des réactions contextualisées de l'utilisateur est efficace pour l'élaboration des explications et qu'elle ne doit pas être négligée au profit d'un modèle de l'utilisateur qui n'est jamais correct ni suffisant. Ils concluent sur le rôle

---

9 *« one-shot process »* (Moore et Swartout 1989, p. 1504).

10 *« A reactive approach to Explanation »*, titre de la communication (Moore et Swartout 1989).

11 *« Thus, a* reactive *approach to explanation is required — one in which feedback from the user is an integral part of the explanation process. »* (Moore et Swartout 1989, p. 1504).

central joué par le dialogue. Les capacités explicatives des systèmes dépendent fondamentalement de leur capacité de gestion du dialogue.

Plus récemment, Moore revient sur le principe de gestion d'une véritable interaction par le système afin de pouvoir rendre les systèmes artificiels plus « humains » (Moore 1996). La génération d'explications à partir de patrons (*templates*, p. 181) préfabriqués indépendamment de l'interaction est inadéquate. Elle ne permet pas de prendre en compte le caractère incrémental et interactif de la communication ainsi que la nécessité pour le système de tenir compte du contexte créé par ses propres explications. Moore conclut que les capacités de gestion du dialogue et donc d'explication des systèmes dépendent, en plus de la génération de discours basée sur un plan, de la nature des représentations de la tâche implémentées dans le système.

Jusqu'à présent, l'explication est considérée comme un énoncé ayant des propriétés particulières qui permettent de justifier le fonctionnement d'un système. Les travaux faits sur cette question consistent à examiner quels moyens doivent être mis en œuvre pour améliorer l'efficacité de ces messages.

O'Malley propose à la communauté IA d'adopter une nouvelle approche qui consiste à remettre en cause l'explication comme énoncé et de considérer la construction de l'explication dans l'interaction :

> *« L'explication est une activité intrinsèquement basée sur la communication. Notre utilisation dans le langage ordinaire de l'explication (par exemple « donner » une explication) est souvent trompeuse, parce qu'elle suggère qu'il y a une contribution objective ou existant indépendamment qui d'une certaine façon doit être transmise de la tête d'une personne à l'autre. Il est également trompeur d'essayer de séparer « la communication d'une explication » du « processus d'explication ». [...] l'explication est interactive pas uniquement dans le sens où les participants négocient pas à pas en direction de la solution, mais dans le sens où* l'explication est une propriété émergente de la situation interactive[12]*, à laquelle contribuent les deux participants. »*[13] (O'Malley 1987, p. 152).

[12] Souligné par l'auteur.

[13] « *Explanation is an inherently communicative activity. Our ordinary language use of explanation (e.g., "giving" an explanation) is often misleading, since it suggests that there is some objective or independently existing account that somehow has to be transmitted from one person's head to another's. It is also misleading to try and separate the "communication of an explanation" from the "process of explaining". [...] explanation is interactive not just in the sense* …/…

Ainsi, pour O'Malley il est productif d'assimiler l'explication au processus qui lui donne naissance, ce processus n'étant pas interne à un système mais inscrit dans l'interaction. Baker qualifie cette nouvelle approche « d'approche émergente » pour souligner que l'explication y est considérée comme une propriété du dialogue construite au fur et à mesure dans l'interaction.

> *« [...] l'approche « émergente » va au delà : elle considère les explications non pas comme des connaissances à expliciter, bien qu'elles soient structurées et adaptées, mais comme des connaissances qualitativement nouvelles, à la construction desquelles les deux interlocuteurs contribuent de façon continue.* » (Baker 1992, p. 29).

Cette proposition de O'Malley, reprise par Baker, consiste à changer de point de vue sur l'explication. L'explication n'est pas construite par un des systèmes de connaissance pour celui avec lequel il interagit, mais correspond au processus de *co-construction* de connaissances au cours de l'interaction. Nous nuançons la référence de Baker à la connaissance en disant que c'est le sens de la connaissance, plus que la connaissance elle-même, qui est en jeu dans l'explication. C'est le point de vue également adopté par Balacheff (1990a). Avant de revenir sur les travaux de Baker, nous allons tenter de préciser en quoi consistent l'interaction et la communication au sein desquelles l'explication émerge comme co-construction de signification.

I.3. La prise en compte du destinataire dans la communication

Notre objectif est ici de replacer l'explication dans un contexte de communication pour pouvoir maîtriser la signification de l'approche émergente proposée par O'Malley et Baker. Chez Grize, on trouve la prise en compte simultanée de l'explication et du sujet connaissant dans le cadre d'une communication :

> *« … une « bonne explication » n'est pas nécessairement celle qui satisfait le locuteur et un certain état de sa connaissance, mais bien celle qui correspond aux représentations que le destinataire se fait du monde.* » (Grize 1996b, p. 288).

---

that participants negociate steps toward a solution, but in the sense that explanation is an emergent property of the interactive situation*, contributed by both participants."* (O'Malley 1987, p. 152).

En linguistique et pragmatique, nous avons trouvé des éléments de compréhension de ce qu'est une explication dans le cadre d'une communication (Trognon et Ghiglione 1993 ; Kohler-Chesny 1981).

I.3.1. L'explication et la logique quotidienne

La problématique de Grize est celle de la logique naturelle à l'œuvre dans la vie quotidienne. Dans cette perspective, l'explication est un type de discours en langue naturelle situé dans le contexte d'une communication verbale.

L'ACTE DE COMMUNIQUER

Grize n'utilise pas le modèle de la communication comme transfert d'information du locuteur vers l'auditeur. Il la présente comme une situation dans laquelle les deux interlocuteurs construisent ensemble une représentation discursive commune (Grize 1996a). Il appelle schématisation le monde commun construit par les deux interlocuteurs. L'élaboration conjointe d'une schématisation met en jeu trois types d'éléments dépendant de chacun des locuteurs :

(i) les représentations qu'ils se font d'abord d'eux-même, ensuite de l'autre, en particulier de ses connaissances relatives à l'objet de la communication, du vocabulaire qu'il peut manipuler et des valeurs qu'il y attache, et enfin de leur rôle dans la situation ;

(ii) les préconstruits culturels attachés à l'objet du discours ;

(iii) les finalités de la situation et de leur activité.

Grize utilise le vocabulaire de la psychologie sociale. Lorsqu'il parle de représentations mentales, il les envisage *« d'une façon toute naïve, comme ce qui est « dans la tête » de ceux qui communiquent, dans la tête du locuteur A et de son interlocuteur B. »* (Grize 1996a, p. 63). Il les différencie des préconstruits culturels qui sont des connaissances construites avant la communication. Ces connaissances là sont de nature essentiellement sociale même si, au niveau des représentations du locuteur, elles contiennent des aspects qui sont propres à son vécu.

Grize propose ainsi un modèle de la communication entre interlocuteurs où il y a une construction par le locuteur et une reconstruction par l'auditeur de l'information en jeu dans la communication. Ce modèle met l'accent sur le processus de construction à l'œuvre dans la communication. Il marque bien les différentes connaissances nécessaires à ce processus ainsi que le rôle joué par les deux intervenants. En particulier, il souligne le rôle du récepteur et de la finalité de la situation.

> « *[...] dans le contexte d'interlocution où je me situe, une explication est toujours* pour *quelqu'un, [...] elle ne peut être reçue comme telle que dans la mesure où elle répond à un besoin, un besoin de compréhension* » (Grize 1996b, p. 288).

Le besoin de compréhension est créé par une lacune dans la schématisation reconstruite par l'auditeur. L'explication a pour rôle de lui permettre de rendre cohérente la schématisation, cette cohérence n'étant pas une propriété intrinsèque à la schématisation mais attribuée par l'interlocuteur.

> « *Une explication apparaît ainsi comme la réorganisation d'une schématisation en fonction de nouveaux éléments* » (Grize 1996b, p. 290).

Expliquer correspond chez le destinataire à une activité d'inférence et d'intégration, d'exploitation des faisceaux de signification attachés aux objets.

Cette activité d'inférence dans l'explication agit sur le contenu sémantique des objets pour en déterminer la pertinence. Cette manipulation du contenu sémantique n'a pas, comme dans l'argumentation, pour finalité une modification de la valeur épistémique. Elle n'agit pas non plus, comme dans la preuve, sur le statut opératoire. À nouveau, on trouve que la démarche explicative se distingue de la démarche d'argumentation ou de preuve par sa finalité qui est de faire comprendre et non de justifier.

À propos du rôle du destinataire, Grize conclut :

> « *Il n'y a explication qu'en mobilisant une énorme quantité de savoirs. [...] Je veux seulement marquer par là l'importance décisive du destinataire. Elle est si considérable que, finalement, on peut dire que c'est toujours lui qui explique* » (Grize 1996b, p. 290).

Dans notre perspective d'explication dans l'interaction didactique, cette conclusion montre tout l'intérêt qu'il y a à considérer l'explication comme une co-construction de signification qui a lieu au cours de l'interaction.

I.3.2. L'explication contextualisée

La pragmatique a pour objet la communication humaine. Au delà des frontières disciplinaires, elle propose de modéliser la communication verbale comme construction par les interlocuteurs des interprétations des énoncés produits dans les interactions verbales. Dans cette construction de l'interprétation d'un énoncé, le contexte d'énonciation joue un rôle central. Le problème devient alors de comprendre quel contexte mobilise l'auditeur pour interpréter un énoncé et comment. Il s'agit également de comprendre comment le locuteur peut, par anticipation, contrôler le contexte dans lequel sera interprété son énoncé afin que soit construite l'interprétation voulue (Ghiglione et Trognon 1993, p. 19).

DISCOURS EXPLICATIF PLUTOT QU'EXPLICATION

Dans sa communication au colloque de pragmatique de 1981 (Berrendonner et Grize 1981), Kohler-Chesny propose de parler de discours explicatif plutôt que d'explication. Le fait d'être explicatif est la propriété de différents types de discours et non la caractéristique propre d'un type particulier. Elle précise :

> « *Si nous avons choisi de parler de discours explicatif plutôt que d'explication, c'est qu'en fait, à part dans les discours scientifiques et didactiques où elle a été codifiée, normée, l'explication, dans le discours quotidien, ne se définit pas biunivoquement par des critères formels d'agencement de séquences verbales immédiatement repérables, comme c'est le cas pour d'autres dispositifs discursifs tels, par exemple l'analogie [...]. Elle peut être également explicative : c'est qu'alors de « l'explicatif » peut se surajouter à n'importe quel dispositif discursif, et il s'agirait là plutôt d'un effet du discours que d'un aspect du discours.* » (Kohler-Chesny 1981, p. 61).

Kohler-Chesny différencie explicitement les discours quotidiens des discours scientifiques ou didactiques et son propos ne s'adresse qu'aux premiers. Nous ne sommes pas d'accord avec son hypothèse sur la bonne formalisation de l'explication dans les discours didactiques, l'objet de ce chapitre est justement de le montrer. Bien qu'elle semble l'exclure, certains aspects de son traitement pragmatique de l'explication mettent en évidence des éléments pertinents pour la didactique.

Son analyse en trois étapes de l'effet explicatif d'un discours montre en quoi il s'oppose à l'effet justificatif. D'abord, au niveau de la situation d'interlocution, celui qui fait comprendre est en position d'autorité conférée par le savoir dont il est détenteur, alors que celui qui se justifie est remis en cause. Ensuite, au niveau de l'énonciation, il n'y a pas d'implication du locuteur dans son énonciation :

> « *Le discours explicatif sera donc celui qui dirige l'attention sur les objets du discours et leur relation, le discours justificatif celui*

> *qui dirige l'attention sur le sujet parlant* » (Kohler-Chesny 1981, p. 68).

Ainsi le degré d'implication du locuteur dans son énonciation en détermine l'effet. Le passage de l'explication à la justification est lié au déplacement du locuteur de la position de témoin à celle d'acteur. Enfin, les relations entre les propositions du discours explicatif sont hiérarchisées et construites à partir des faisceaux d'objets (le sous-ensemble des propriétés de l'objet mobilisées dans une situation donnée mais non formulées).

> « *Le discours explicatif [est] celui qui présente un objet comme problématique pour le transformer à travers un discours comme objet non-problématique.* » (Kohler-Chesny 1981, p. 71).

La transformation dont parle Kohler-Chesny est opérée par un intégrateur qui permet à l'objet problématique d'intégrer le faisceau d'un objet non problématique du discours. Elle réserve le terme de discours explicatifs pour désigner ceux où intervient cette transformation d'objet problématique en non problématique.

UN ENJEU DANS L'INTERACTION CONVERSATIONNELLE

Ghiglione et Trognon n'abordent pas directement la question de l'explication, néanmoins leur thèse nous concerne par ses implications dans notre problématique. Elle est la suivante : pour qu'une interaction entre deux individus soit communicative, l'existence d'un enjeu dans l'interaction est nécessaire (Ghiglione et Trognon 1993, p. 29). La communication s'inscrit toujours dans un jeu social finalisé, pour nous, le jeu didactique.

Trognon présente comme entendu dans la communauté des linguistes que :

> « *c'est l'interaction en tant que processus qui fixe l'interprétation contextuelle [...] des messages* » (Trognon 1991, p. 219).

L'interaction, pas seulement verbale, produit de l'intercompréhension par un mécanisme qui dépend d'une part de la séquentialisation de la conversation et d'autre part des propriétés des énonciations. Trognon porte son analyse sur les deux premiers messages d'une interaction qui en comprend trois (message du premier locuteur suivie de celui de l'interlocuteur, chaque message n'étant pas forcément verbal mais pouvant correspondre à une action ou un comportement). Il montre comment le second message fixe l'interprétation du premier dans l'interaction. Cette interprétation ne signifie pas qu'il y a d'abord une interprétation par l'interlocuteur du premier message suivie d'une réaction. En fait, la réaction de l'interlocuteur *constitue* l'interprétation du premier message (Trognon 1991, p. 220). Il parle *« d'interprétation en acte »* pour montrer que l'interprétation d'un message est constituée par l'acte même d'émettre un message qui lui succède (Trognon 1991, p. 223). L'émission d'un message projette des contraintes sur la suite de l'interaction. Par défaut, tout message qui lui succède, et donc qui en constitue l'interprétation, est soumis à ces contraintes.

I.3.3. Quelle prise en compte du destinataire dans une problématique de l'explication ?

Tous ces travaux montrent comment la prise en compte du destinataire de l'explication dans le cadre d'une communication est centrale pour la construction de notre problématique.

En premier lieu, Grize indique que, dans un contexte de communication, la prise en compte du destinataire passe par la prise en compte de ses connaissances (et de celles de l'émetteur) et par la reconnaissance de son besoin de compréhension. Ainsi, pour Grize, il ne peut pas y avoir explication sans besoin de comprendre. Pour le destinataire, l'explication correspond alors à la reconstruction d'une signification par une réorganisation des contenus sémantiques des objets. D'après le modèle de la communication utilisé par Grize, cette reconstruction de signification *est* une partie du processus de communication (construction et reconstruction d'une schématisation).

Pour Kohler-Chesny, les discours explicatifs ont pour *effet*, et c'est ce qui les définit, d'abord d'attirer l'attention du locuteur sur les objets du discours et pas, comme la justification, sur la position du sujet parlant et ensuite, de déproblématiser ces objets. Cela suppose encore une fois que le locuteur ressente un objet du discours comme problématique, c'est-à-dire que la reconstruction de la schématisation soit problématique.

Trognon et Ghiglione indiquent que la conversation s'inscrit toujours dans un jeu social finalisé. Ainsi, la prise en compte de la finalité didactique de l'interaction enseignant-élève nous permet de contrôler l'enjeu de la communication à l'intérieur de laquelle nous allons analyser l'explication. De plus, elle permet de prendre conscience que les messages de l'enseignant, comme tout message, projettent des contraintes sur les messages suivants. Ainsi, le contexte d'interprétation du message de l'enseignant sera donné par le message de l'élève. Cela permet de comprendre comment l'interaction est constitutive du processus explicatif.

Finalement, ce travail sur la conversation valide l'approche de l'explication comme une construction commune de significations dans l'interaction. Il introduit également l'importance de l'existence d'un enjeu, didactique dans notre cas, et celle d'un besoin de compréhension chez l'élève.

I.4. Vers un processus explicatif

De ce parcours à travers différentes problématiques concernant l'explication, nous retenons d'abord, à la suite de Baker et de O'Malley, la proposition suivante :

> *l'explication est une propriété émergente de l'interaction entre deux interlocuteurs, attestée par celui qui en est le destinataire, et qui ne peut pas être attribuée à un énoncé particulier indépendamment de l'interaction au cours de laquelle il est émis.*

Une telle hypothèse de travail est productive et bien adaptée à l'analyse des explications dans le cadre du préceptorat en mathématiques. C'est ce que nous allons tenter de montrer en élaborant, dans la seconde section de ce chapitre, un cadre d'analyse de l'explication dans le préceptorat et en faisant fonctionner cette hypothèse dans nos analyses des interactions réelles (chapitres 5 et 6).

Le résultat immédiat de ce choix est de donner tout leur sens aux éléments que nous avons tirés de l'analyse pragmatique de la communication. Comme Kohler-Chesny le suggère, l'explication ne correspond pas à un type de discours particulier mais en est une propriété. Cette propriété apparaît dans le cadre d'une interaction et en est indissociable. Enfin, les deux interlocuteurs parties prenantes de l'interaction, celui qui explique et celui qui doit comprendre, participent tous les deux au processus explicatif. L'explication est en fait définie par le processus explicatif qui la produit.

Il s'agit maintenant d'identifier des conditions d'apparition et le fonctionnement de ce processus. Nous avons deux réponses complémentaires. D'une part, dans l'interaction, la position relativement au savoir des deux systèmes de connaissances en présence ainsi que l'existence d'un enjeu présent de toute façon pour qu'il y ait communication (Ghiglione et Trognon 1993) jouent un rôle moteur dans la construction du processus d'explication (Balacheff 1990 ; Balacheff et Soury-Lavergne 1996). D'autre part, le rôle joué par la négociation dans l'émergence de l'explication a été mis en évidence par Baker (1994a et 1995).

I.4.1. Deux systèmes de connaissances en interaction et un enjeu

Balacheff analyse l'explication entre deux interlocuteurs en ayant recours à une modélisation des systèmes de connaissances qui les caractérisent.

> *« Une connaissance s'actualise en une multiplicité de conceptions éventuellement contradictoires en référence à un concept particulier. »* (Balacheff 1997).

Ces conceptions correspondent à des connaissances locales, contextualisées, personnalisées et opérationnelles. Une conception est un ensemble cohérent constitué des problèmes dans lesquels cette conception est opératoire, des opérateurs qui permettent d'agir sur les problèmes, des systèmes de représentation qui permettent d'exprimer problèmes et opérateurs ainsi que d'une structure de contrôle qui permet de décider si la conception s'applique à un problème et si le problème est résolu (Balacheff 1995, p. 225). Cette modélisation de la notion de conception est élaborée à partir de la définition pragmatique d'un concept présentée par Vergnaud (1991). La présenter ici permet d'indiquer ce que nous entendons par connaissance et donc de préciser ce qui va être investi par les protagonistes dans l'interaction et dans le processus explicatif. Les systèmes de connaissances des deux interlocuteurs en présence ne sont jamais les mêmes, d'ailleurs le besoin d'explication qui se fait sentir chez l'un et pas chez l'autre en est un signe. Il s'agit alors de comprendre comment une explication pour l'un des interlocuteurs va devenir une explication pour l'autre lorsqu'elle n'en est pas une initialement.

Dans ce processus, Balacheff montre la nécessité d'une évolution conjointe des systèmes de connaissances des deux protagonistes (Balacheff 1990b, p. 99). Celui qui explique met en œuvre différents types de conceptions pour communiquer avec l'autre (Grize 1996a). Pour plus de lisibilité nous allons désigner par A le sujet qui explique et par B celui qui essaye de comprendre. Les conceptions mises en œuvre par A dans l'interaction avec B sont d'au moins deux sortes : (i) celles qui concernent l'objet de l'explication, (ii) celles qui concernent son interlocuteur B qui a besoin de comprendre. Les secondes incluent une représentation de la conception de B relative à l'objet à expliquer. Mais cette représentation ne peut prendre forme qu'à travers les propres conceptions de A. La représentation que se fait A de la difficulté de B est donc nécessairement différente de ce qu'est cette difficulté pour B « en réalité », c'est-à-dire si l'on peut supposer que cette réalité existe et soit accessible. En conséquence, l'explication de A, qui ne peut être que relative à cette représentation, ne sera pas nécessairement une explication pour B.

Par son explication, A tente d'agir sur les connaissances de B pour les faire évoluer. Mais c'est l'évolution simultanée des connaissances de B et de la représentation que s'en fait A, qui permet à l'explication d'avoir lieu. Et cela entraîne qu'il n'existe pas forcément d'énoncé porteur du caractère explicatif, mais une succession d'énoncés et d'actions qui font évoluer à la fois les conceptions de B et la représentation qu'en a A. C'est ce processus, supporté par l'interaction, qui constitue le processus explicatif.

I.4.2. Le rôle de la négociation dans le processus explicatif

Les travaux de Baker sur l'explication peuvent être structurés en deux moments correspondant à une évolution de la problématique. Le premier est celui des travaux centrés sur l'explication en tant que phénomène en soi qu'il faut étudier, caractériser et modéliser. L'hypothèse de départ est celle que nous avons retenue : l'explication est une propriété émergente de l'interaction. Pour pouvoir l'analyser, Baker a recours à deux contextes d'interaction dans lesquels elle est susceptible d'apparaître. Le premier est celui de l'interaction collaborative entre deux élèves pour la production d'une explication en physique (Baker 1992). Le second est celui des interactions entre un expert et un novice portant sur la validation de diagnostics médicaux ou la recherche d'informations documentaires (Baker *et al.* 1993 ; Baker 1994b). Dans les deux cas, la négociation est proposée par Baker comme moyen de modéliser l'interaction ainsi que l'émergence de l'explication. Baker construit alors un modèle de la négociation dans les dialogues d'enseignement et d'apprentissage (Baker 1994a) qui lui permet de reprendre les mêmes situations sous un autre angle, celui de la négociation dans la collaboration pour la résolution de problèmes (Baker 1995). La problématique de l'explication évolue alors pour prendre en compte non seulement l'interaction (entre agents humains et/ou artificiels) au sein de laquelle elle émerge mais également le point de vue de la structuration interne des connaissances qu'elle produit :

> *« Par « explication », j'entends l'ensemble des processus portant d'une part, sur la structuration des connaissances et d'autre part, sur l'adéquation entre ces connaissances et les buts d'un ensemble*

> *d'agents, afin d'augmenter la cohérence de leurs représentations de ce qui est à expliquer.* » (Baker 1996, p. 24).

LA PRODUCTION COLLABORATIVE D'EXPLICATIONS

Baker aborde la question de l'explication dans le contexte d'un apprentissage collaboratif où l'explication d'un phénomène de sciences physiques est visée en tant que résultat explicite d'une interaction entre deux apprenants (Baker 1992). Il s'agit donc d'un autre paradigme de l'explication dans lequel aucun des deux apprenants n'a pour projet d'expliquer à l'autre. Cependant, les conclusions de Baker sont utilisables également dans notre propre problématisation de l'explication.

La collaboration entre deux agents pour la poursuite d'un but commun est définie comme l'action conjointe impliquant le maintien par les deux agents d'une compréhension mutuelle de la tâche à accomplir (Teasley et Roschelle 1989, p. 235). La collaboration analysée par Baker est celle de deux élèves qui doivent fournir une explication d'un phénomène physique. L'explication est construite collaborativement au moyen d'une succession d'Unités de Contribution à l'Explication. Ce découpage du processus explicatif en unités de contribution à l'explication permet de rendre compte de son caractère incrémental et co-construit. Chaque UCE comporte une phase d'initiation, une phase de transformation et une phase de terminaison. Au cours de la phase d'initiation, l'un des interlocuteurs fait une proposition et une compréhension mutuelle de cette proposition est construite. Pendant la phase de transformation, la proposition est modifiée par différentes opérations telles que la spécification, l'élaboration, la reformulation etc... La phase de terminaison consiste à établir un accord commun explicite. En fait, ce processus de construction de l'explication au cours de l'interaction est fondé sur le processus collaboratif. Si l'on assimile le processus de collaboration pour la production d'une explication au processus explicatif alors, la négociation étant une caractéristique essentielle de la collaboration, elle devient nécessaire à la production collaborative d'explications et donc au processus explicatif. Baker place ainsi la négociation au cœur du processus de co-construction d'une explication :

> « *les explications émergent du dialogue par un processus de négociation* » (Baker 1992, p. 28).

LA NEGOCIATION DANS L'INTERACTION COLLABORATIVE

L'obtention d'une solution commune à un problème dans le cadre d'une résolution collaborative est une tâche qui comporte au moins deux aspects distincts : celui de la construction d'une solution et celui de l'obtention d'un accord à propos de cette solution (Baker 1995, p. 40). Baker montre comment la négociation permet de modéliser ce double aspect.

Le travail de modélisation de la négociation dans un contexte didactique fait par Baker (Baker 1994a) a été présenté et discuté au chapitre 1. Nous reprenons ici ce qui permet d'en comprendre l'utilisation faite dans l'analyse de la résolution collaborative de problèmes. La négociation a quatre dimensions données par :

(i) l'objet de la négociation, par exemple un ensemble de propositions susceptibles de faire partie de la solution ;

(ii) l'état initial qui correspond aux buts communs et individuels des interlocuteurs de la négociation ainsi qu'aux contraintes et enjeux afférents à ces buts ;

(iii) l'état final qui correspond à l'obtention d'une solution commune et d'un accord sur cette solution ;

(iv) le processus de négociation qui inclut les actes de communication des interlocuteurs (offres, propositions, acceptation, rejet…) ainsi que les relations spécifiques existant entre les différentes propositions.

C'est le travail sur les différents types de relations entre les propositions de solutions partielles apparaissant dans le dialogue qui permet de comprendre le mécanisme de co-construction de la solution.

> *« Une analyse des relations entre phrases dans les dialogues de résolution de problèmes, traitées comme des négociations, montrera comment les solutions offertes sont construites comme une fonction des précédentes afin de converger vers un accord. »*[14] (Baker 1995, p. 45).

[14] *« An analysis of relations between utterances in problem solving dialogues, treated as negotiations, will show how offered solutions are constructed as a fonction of previous ones in order to converge on agreement. »* (Baker 1995, p. 45).

Les relations entre propositions forment quatre classes : les relations relatives au domaine de la tâche, celles relatives à l'interaction, les relations hiérarchico-fonctionnelles et les relations d'argumentation. Le travail sur les seules relations du domaine permet déjà, sur l'exemple donné par Baker, de reconstruire le processus collaboratif d'élaboration de la solution (Baker 1995, pp. 48-49).

L'accord à propos de la solution est plutôt le reflet d'une acceptation conjointe (*joint acceptance,* Baker 1995, p. 50) qui n'est pas forcément le résultat d'une croyance partagée (*mutual belief, op. cit.*) mais suggère plutôt que les deux interlocuteurs ont pu faire les mêmes propositions dans le développement d'un raisonnement commun :

> *« Nous soutenons que cela fournit une analyse plus plausible de l'attitude des étudiants dans les dialogues collaboratifs pour la résolution de problèmes dans la mesure où les étudiants acceptent des offres partielles de solutions comme faisant partie d'un processus commun de raisonnement plutôt qu'adoptent (principalement) les croyances qui s'y rattachent pendant le dialogue. »*[15] (Baker 1995, p. 50).

Se pose alors le problème de l'identification d'un accord sur les propositions de solutions. Baker montre comment l'acceptation implicite et conditionnelle d'une proposition est réalisée par la formulation d'une proposition subséquente. En effet, en élaborant le contenu, relatif au domaine de la tâche, de sa proposition à partir de celui de la proposition précédente, le locuteur signifie qu'il accepte la proposition précédente dans la mesure où sa proposition est elle aussi acceptée. Les deux interlocuteurs construisent ainsi une série de propositions dont l'acceptation est soumise à celle de la suivante. Ils poursuivent jusqu'à ce qu'un accord explicite et non conditionnel soit formulé par tous les deux ; accord qui valide toute la série de propositions. Il apparaît ainsi que les deux problèmes de la co-construction d'une solution et de l'obtention d'un accord sur cette solution sont liés.

Dans cette perspective de modélisation de la collaboration par la négociation, l'explication étant un résultat de la collaboration, la négociation permet également de modéliser le processus explicatif. Mais pour Baker, la négociation, comme la

[15] *« We would argue that this provides a more plausible analysis of student's attitudes in CPS dialogues to the extent that students accept offered partial solutions as part of a common reasoning process, rather than (primarily) adopting beliefs with respect to them during the dialogue. »* (Baker 1995, p. 50).

collaboration, dans les interactions d'enseignement et d'apprentissage, nécessite une égalité des partenaires dans l'interaction, c'est-à-dire relativement aux buts, aux moyens d'action et d'évaluation. Or l'explication, comme la négociation, peuvent naître dans le dialogue entre un précepteur et un élève qui n'ont pas forcément des positions symétriques dans la situation. Nous l'avons vu dans le cas précis de la négociation au chapitre 1. En conséquence, l'explication doit pouvoir apparaître en dehors d'une situation de collaboration, par exemple dans celle d'une coopération entre l'enseignant et l'élève. La négociation, telle que la présente Baker, reste un moyen intéressant de modélisation de ce processus explicatif.

II. LE PROCESSUS EXPLICATIF DANS L'INTERACTION DIDACTIQUE ET LE PRECEPTORAT

Nous avons décidé d'appeler explication la propriété émergeante d'une interaction, propriété attribuée a posteriori par celui qui avait besoin de comprendre. Cette propriété est le résultat d'un processus basé sur la négociation et dans lequel les systèmes de connaissances en interaction jouent un rôle déterminant. L'objet de cette seconde partie est de proposer une caractérisation du processus explicatif dans l'interaction didactique puis dans la situation particulière de préceptorat qui nous concerne.

Le fait d'inscrire le processus explicatif dans une situation d'enseignement a plusieurs conséquences. En effet, la situation implique une finalité qui est l'apprentissage et un rôle pour chacun des interlocuteurs, professeur et élève. Ce rôle est déterminé par la position des interlocuteurs relativement au savoir qui est en jeu : le professeur a une position qui prévaut a priori. Cette position de principe est la plupart du temps réalisée dans les faits. C'est le professeur qui sait avant et autrement (Chevallard 1985, p. 72). Il situe le savoir en question relativement à d'autres savoirs et connaît sa place dans le futur scolaire de l'élève. Les deux systèmes de connaissances en présence diffèrent de ce point de vue. On retrouve ainsi l'hypothèse faite par Balacheff (cf. §I.4.1.) et cela a pour conséquence que ce qui est initialement une explication du point de vue du professeur n'en est pas nécessairement une pour l'élève. Tout un travail est nécessaire pour que la tentative d'explication venant du professeur réussisse et soit reconnue comme telle par l'élève.

L'autre conséquence de l'interaction didactique sur le processus explicatif tel que nous l'avons décrit jusqu'à présent vient de l'enjeu de savoir et des contraintes spécifiques de la situation didactique. Il faut que l'élève apprenne une notion mathématique précise. Les contraintes sont celles du temps, des connaissances des interlocuteurs et des mathématiques (chapitre 2).

II.1. Les travaux de Mopondi

Mopondi a conduit toute une analyse des explications produites en classe de mathématiques. L'intérêt de ses travaux réside dans la quasi inexistence de travaux sur l'explication en didactique des mathématiques francophone. Il présente les explications comme des efforts faits par l'enseignant pour faire comprendre les connaissances mathématiques aux élèves (Mopondi 1996, p. 7). Il construit alors une typologie des différentes formes d'explication et peut ainsi caractériser les styles pédagogiques des enseignants ainsi que leurs résultats sur les apprentissages des élèves.

L'explication au sens de Mopondi est un effort manifeste de l'enseignant pour :

> *« produire un effet de compréhension par un appel explicite aux moyens explicites dont l'élève dispose pour relier les idées entre elles »* (Mopondi 1996, p. 4).

Elle est également un moyen qu'a l'élève de montrer à l'enseignant qu'il a compris.

Le schéma proposé par Mopondi caractérise l'explication essentiellement à partir de la relation logique entre un objet expliqué et un objet expliquant (en général un énoncé), l'existence de l'explication étant subordonnée à celle d'un objet expliquant (Mopondi 1996, p. 9). Une première dimension de cette relation entre objet expliqué et objet expliquant est un lien explicite, soit logique soit rhétorique, entre les deux énoncés. En fait ce lien est le plus souvent de l'ordre de la preuve. La seconde dimension de la relation logique entre objet expliqué et objet expliquant est une justification du premier lien, une cause d'acceptation ou une raison implicite de le faire. Le caractère explicatif de la mise en relation des deux énoncés est produit par le changement de répertoire[16] entre celui sollicité par l'objet expliqué et celui sollicité par l'objet expliquant.

L'objet expliquant est supposé appartenir au répertoire du destinataire. À propos du rôle de ce dernier dans l'explication, Mopondi adopte la position suivante :

[16] Mopondi ne définit pas explicitement la notion de répertoire mais parle de différents niveaux de répertoire : le niveau logique mais aussi phonétique, calligraphique, orthographique, grammatical... Il parle également du répertoire de l'élève qui permet de rendre intelligible l'explication (Mopondi 1996, p. 9) ainsi que de répertoire didactiquement plus simple qu'un autre (p. 12). Nous faisons l'hypothèse que « répertoire » correspond à un certain système de connaissances du sujet.

> « *Il faut bien remarquer qu'une explication devrait être en principe une interaction a-didactique de validation ou de preuve. Elle serait donc soumise aux règles du genre, en particulier son acceptation devrait être entièrement à la discrétion du récepteur. Mais il faudrait alors exclure un grand nombre « d'explications formelles » émises ou acceptées dans des conditions douteuses certes mais intéressantes, et on serait conduit à éliminer de l'analyse un trop grand nombre d'activités didactiques observées.* » (Mopondi 1996, p. 12).

L'hypothèse de départ sur la nature de l'explication choisie par Mopondi n'est donc pas la nôtre. Elle relève d'une conception de l'explication réifiée en un énoncé ou ensemble d'énoncés entretenant un certain type de rapport — la plupart du temps c'est une preuve — avec l'énoncé qu'il explique. De plus, elle ne permet pas de distinguer la démarche explicative de la démarche justificative à laquelle appartiennent preuve et validation. Mais au-delà de cette différence d'hypothèses de travail, la principale limitation que nous voyons dans la problématique adoptée par Mopondi est posée par l'identification d'une explication. La méthode qu'il propose est la suivante :

> « *Il ressort qu'il est nécessaire de définir un « schéma », un « modèle » qui permettra d'identifier ce que nous appelons « explication » et d'en caractériser les formes qui apparaîtront dans les textes. Ce schéma sera aussi un instrument d'étude théorique, sa pertinence se révélera dans sa capacité à saisir tout et seulement ce qui apparaît comme des explications dans les transcriptions.* » (Mopondi 1996, p. 7).

Cette méthode suppose que l'explication puisse être identifiée comme telle, indépendamment de l'utilisation du schéma proposé pour l'explication. Mopondi utilise effectivement d'autres critères puisqu'il qualifie certaines explications d'« effectives » (p. 6) ou de « réelles » (p. 9) et qu'il conclut que son outil d'analyse ne permet pas d'attraper tout ce qui relève de l'explication (p. 8) sans préciser comment il sait que ce qui n'est pas attrapé est quand même bien de l'explication. Ces critères restent implicites, et si l'on revient à la définition initiale — l'effort explicite de l'enseignant pour créer de la compréhension chez l'élève — alors toute action de l'enseignant relève de l'explication :

> « *À la limite presque toutes les interventions pourraient apparaître comme une explication de quelque chose.* » (Mopondi 1996, p. 10).

Dans ces conditions, soit effectivement toute l'activité de l'enseignant consiste à expliquer et alors l'explication ne permet pas d'apprendre quoi que ce soit sur l'activité d'enseigner, soit tout n'est pas de l'explication et une caractérisation plus opératoire et précise de l'explication est nécessaire.

Nous proposons de revenir sur la distinction que nous opérons entre explication et preuve. La démarche explicative correspond à un travail d'organisation et de construction portant sur le contenu sémantique des énoncés, en vue d'en dégager la pertinence et la signification relative à l'objet de l'explication. Elle est une réponse à un besoin de compréhension. La démarche de preuve consiste, elle, en une action sur les statuts opératoires des énoncés en vue de modifier leur valeur épistémique, donc la force de l'énoncé cible, et d'en établir la validité. Ainsi, l'explication se distingue de la preuve à la fois par ce qui est l'objet de l'activité et par sa finalité.

II.2. Une caractérisation didactique du processus explicatif

Notre objectif initial à propos de l'explication est de la caractériser comme une tentative d'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu. Pour procéder à cette caractérisation du processus explicatif, nous allons analyser comment il se déroule dans l'interaction didactique.

L'interaction didactique dans laquelle nous allons analyser le processus explicatif est modélisée de la façon suivante (cf. Figure 3).

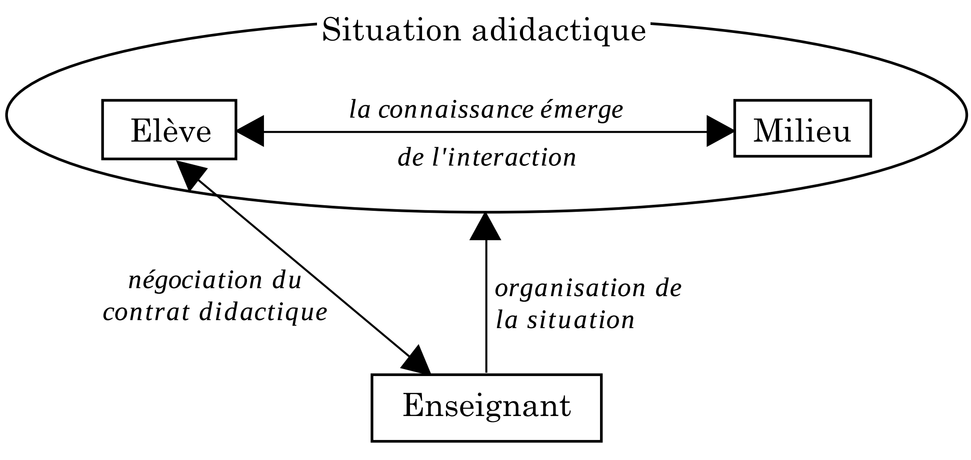


Figure 3 : L'interaction enseignant-élève dans la situation didactique (Balacheff 1993, p. 133).

La connaissance émerge d'une interaction de l'élève avec un milieu mis en place par l'intermédiaire d'une situation, le sens mathématique étant construit par l'élève dans l'interaction avec le milieu. C'est la dévolution qui permet à l'élève d'atteindre le fonctionnement adidactique avec le milieu. Si la dévolution opère effectivement, alors l'élève fait usage de ses connaissances pour faire évoluer le problème et le résoudre. À chacune des actions de l'élève, le milieu réagit pertinemment relativement aux connaissances dont l'acquisition est le but de la situation.

Le but commun à l'élève et l'enseignant dans l'interaction didactique est que l'élève apprenne et comprenne quelque chose qui est déterminé par l'enseignant. Pour cela, il faut qu'ils se coordonnent et négocient. Dans le processus explicatif, cette négociation doit être particulièrement observable à deux moments. D'une part au début du processus, lorsque l'élève doit être rassuré sur le fait que l'enseignant a bien compris sa difficulté, qu'il va bien mettre en œuvre un moyen de la résoudre et qu'il pourra en contrôler la réussite. D'autre part à la fin du processus, lorsque l'enseignant doit s'assurer non seulement que l'élève à bien compris mais aussi qu'il a compris ce qu'il fallait et pas autre chose.

II.2.1. L'explication en réponse à une anomalie de l'interaction élève-milieu « perçue » par l'élève

L'explication est une réponse de l'enseignant à un besoin de compréhension qu'il diagnostique chez l'élève. Nous analysons maintenant les conditions dans lesquelles apparaît ce besoin de compréhension.

À l'origine du besoin de compréhension de l'élève, il y a une inadéquation de ses connaissances au problème à résoudre (que ce soit du point de vue de leur nature, de leur structure, de leur domaine de validité etc…). Si l'élève éprouve le besoin que quelqu'un lui explique, c'est déjà qu'il peut concevoir sa difficulté ou au moins son existence. Mais souvent il ne saura pas pourquoi il ne comprend pas, ni ce qu'il ne comprend pas exactement et même parfois, il peut ne pas se rendre compte qu'il ne comprend pas et affirmer qu'il comprend.

L'élève perçoit les rétroactions du milieu grâce à ses connaissances. Certaines rétroactions peuvent lui paraître incompréhensibles car ses connaissances ne lui permettent pas de leur donner un sens. Par exemple, lors de la construction de figures géométriques avec Cabri-géomètre, certaines configurations prises par la figure lors des déplacements ne sont pas identifiables car très inhabituelles ; le caractère inhabituel étant justement déterminé par les connaissances. Parfois, certains élèves ne savent pas décider si leur figure a ou n'a pas les propriétés géométriques voulues (Soury-Lavergne 1994). Les rétroactions du milieu peuvent aussi être « invisibles » car inaccessibles aux connaissances de l'élève. Par exemple, la perte des propriétés géométriques d'une figure de Cabri-géomètre au cours du déplacement, n'est pas problématique pour quelqu'un ayant une conception statique de la géométrie. Il lui suffit de réajuster perceptivement les objets.

Ces exemples montrent comment l'interaction élève-milieu est conditionnée par les connaissances de l'élève et peut donc être mise en défaut. Dans le premier exemple, le besoin de comprendre se manifeste chez l'élève. Dans le second cas, seul l'enseignant peut diagnostiquer un défaut de fonctionnement de l'interaction élève-milieu. Dans les deux cas, une intervention de l'enseignant est nécessaire et peut être efficace. Nous faisons l'hypothèse que cette intervention de l'enseignant pour rétablir l'interaction élève-milieu se traduit par une interaction enseignant-élève au sein de laquelle peut émerger l'explication.

Cependant, la nécessité de l'intervention de l'enseignant n'apparaît pas forcément d'emblée à l'élève. Or, d'après Grize (Grize 1996b), il n'y a pas d'explication sans besoin de comprendre. En fait, dans un cadre didactique, le besoin de comprendre de l'élève peut être, soit spontané, soit créé par l'enseignant. Lorsque l'élève prend lui-même conscience de son besoin de comprendre et l'exprime, cela se traduit par une requête en direction de l'enseignant. La demande est alors spontanée. Mais il existe une deuxième possibilité, qui est celle d'une création de cette demande par l'enseignant. Ce dernier peut en effet constater que l'activité de l'élève (au sens de l'interaction élève-milieu) n'est pas celle qu'il est en droit d'attendre de son point de vue d'enseignant. Alors, pour pouvoir introduire une interaction explicative, l'enseignant doit d'abord susciter lui-même le besoin de comprendre chez l'élève.

Le fait que ce soit l'enseignant, celui qui explique, qui puisse être amené à créer le besoin d'explication chez l'élève constitue une première particularité de l'explication en didactique.

II.2.2. La confiance initiale de l'élève

Si l'enseignant peut aider l'élève, lui expliquer ce qu'il ne comprend pas, c'est parce qu'il a des connaissances d'une autre nature que celles de l'élève, qui lui permettent de voir le problème autrement ou même de voir un autre problème.

Le résultat positif du processus explicatif sera la réorganisation par l'élève de ses connaissances et, éventuellement, la construction de nouvelles connaissances. Mais pour cela, l'enseignant va devoir emmener l'élève en terrain inconnu, là où ce dernier n'a plus les moyens de comprendre (sinon il n'y aurait pas de besoin d'expliquer). Au début du processus explicatif, l'aide que l'enseignant va pouvoir proposer à l'élève sera donc nécessairement en partie inintelligible. L'enseignant ne peut pas répondre immédiatement à l'attente de l'élève de façon satisfaisante pour ce dernier.

Pour comprendre, l'élève doit donc accepter que l'enseignant l'aide d'une façon qu'il ne maîtrise pas. Il doit rentrer dans le jeu de l'enseignant, sans pouvoir toutefois contrôler initialement où ce dernier l'emmène. Cette tension entre les deux protagonistes donne lieu à une négociation. L'enseignant doit négocier avec l'élève le fait qu'il ne pourra pas lui fournir une explication « prête à comprendre ». La négociation du contrat didactique a justement pour objectif d'assurer à l'élève qu'en faisant confiance à l'enseignant, il finira par comprendre. Le contrat didactique donne des garanties à l'élève qui lui permettent de s'investir dans cette situation risquée :

> « *Par suite, il est prêt à s'engager un peu à l'aveuglette dans des actions qu'il n'aurait pas entreprises de son propre chef et dont il ne saisit pas forcément la signification ; il accepte aussi plus ou moins volontairement de ne pas se révolter contre les points de vue qui ne sont pas forcément les siens, en faisant confiance au professeur qui mène la classe. Ce dernier s'engage, lui, à le conduire le plus efficacement possible au but : <u>la connaissance des savoirs désignés dans le programme</u>.* » (Legrand 1989, p. 34, c'est nous qui soulignons).

Ce rappel du rôle du contrat didactique introduit également la question de la responsabilité de l'enseignant à propos de la compréhension de l'élève.

II.2.3. Le contrôle de l'enseignant sur l'issue du processus explicatif

Après l'explication, l'élève peut avoir l'impression que l'intervention de l'enseignant était inutile, en particulier s'il comprend finalement par un moyen qui a l'air indépendant de ceux mis en œuvre par l'enseignant. Et pourtant sans l'intervention de l'enseignant il n'aurait pas compris, ou au moins il ne pourrait pas savoir qu'il a compris ce qu'il fallait.

Dans la situation didactique du préceptorat et à propos de l'explication, il y a un partage des responsabilités entre l'élève et l'enseignant. La compréhension est un processus propre à l'élève. Nous reprenons à ce propos la citation de Grize relative à l'importance de l'activité du destinataire de l'explication (cf. §I.3.1. de ce chapitre). Jusqu'à un certain point, c'est l'élève qui a le contrôle de l'explication. Mais, dans la relation didactique, c'est l'enseignant uniquement qui peut savoir si l'élève a bien compris ce qu'il faut, c'est-à-dire les connaissances reconnues institutionnellement, et pas autre chose. Même si tous les apprentissages peuvent être intéressants et significatifs, certains sont visés explicitement par l'apprentissage scolaire (cf. la fin de la citation de Legrand que nous avons soulignée).

Ainsi, par moment l'élève peut affirmer avoir compris bien que l'enseignant puisse, par ailleurs, diagnostiquer qu'il n'a pas compris ce qui était vraiment en jeu. Dans ce cas là, l'enseignant doit renégocier le fait que le processus d'explication n'a pas abouti. Ce type de négociation est explicite et donc encore observable. C'est la seconde caractéristique spécifique de l'explication en didactique.

II.2.4. Le contenu mathématique du processus explicatif

Le contenu mathématique d'un processus explicatif est différent du contenu mathématique de la solution du problème à résoudre. C'est la conclusion à laquelle ont mené les recherches en intelligence artificielle en exhibant la différence qu'il y a entre le raisonnement qui a conduit à la solution et son explication. En mathématiques, nous avons éclairci la distinction que nous faisons entre expliquer et démontrer. Ce résultat entraîne que, dans une situation d'enseignement, si une démonstration constitue la solution d'un problème, l'explication de l'enseignant, si explication il y a, sera nécessairement d'un autre ordre que la démonstration-solution.

C'est cette différence entre le contenu mathématique de l'interaction et le contenu mathématique de la solution — démonstration, construction géométrique ou énoncé d'une propriété etc… — qui fait qu'il y a explication et pas seulement recherche de la solution du problème.

Une piste à développer est celle du rapport entre explication et résolution de problèmes. Si l'explication est distincte de la démonstration, quel rapport entretient-elle avec la phase heuristique de résolution de problèmes ?

Chevallard propose une décomposition du savoir en jeu dans l'enseignement des mathématiques en trois strates (Chevallard 1985, p. 49 à 56). Le premier niveau est celui des notions mathématiques. Les notions mathématiques font l'objet d'un enseignement et l'élève est supposé pouvoir en donner la définition, en démontrer les propriétés et reconnaître les situations dans lesquelles elles doivent être employées. Le deuxième niveau est celui des notions paramathématiques. Ce sont les outils de l'activité mathématique, comme par exemple la notion d'équation ou de démonstration, qui ne font généralement pas l'objet d'un enseignement explicite mais qui sont dans le champ de la « perception didactique » qui fait qu'on peut, par exemple, leur attribuer les échecs de l'élève (Chevallard 1985, p. 51). Le troisième niveau est celui des notions protomathématiques. Ce sont les notions mobilisées implicitement par le contrat didactique. Elles ne relèvent pas uniquement des compétences mathématiques mais sont néanmoins nécessaires à la performance mathématique. Chevallard propose comme exemple la reconnaissance des carrés dans les écritures algébriques, qui relève d'une capacité plus générale de reconnaissance de forme. Par exemple, dans le cas des constructions géométriques, la capacité d'appréhension perceptive liée à la reconnaissance de configurations prototypiques est importante.

Les notions paramathématiques et protomathématiques (ou même les notions mathématiques qui ne sont pas directement celles visées par l'enseignement au moment de l'interaction) constituent peut-être l'essentiel du contenu mathématique de l'interaction explicative. En effet, les notions qui ne sont pas objet d'enseignement peuvent faire l'objet d'une explicitation au cours d'une interaction entre le professeur et l'élève. L'émergence de l'explication d'une connaissance mathématique se ferait donc au cours d'une interaction dont le contenu explicite est donné par des connaissances para ou protomathématiques. Dans le cas d'une interaction individualisée, l'interaction va peut-être pouvoir plus facilement se centrer sur ces notions para et protomathématiques dont l'analyse échappe à l'enseignant en situation de classe.

CONCLUSION, L'EXPLICATION DANS LE PRECEPTORAT

Nous avons choisi de caractériser l'explication dans l'interaction didactique en mathématiques par sa finalité de faire comprendre associée au contexte d'interaction, essentiellement verbale, entre l'enseignant et l'élève.

Cela nous a conduit d'abord à distinguer la démarche d’expliquer de celle de justifier. La démarche justificative passe par un examen de la force des énoncés afin de faire évoluer leur valeur épistémique. Pour l'argumentation, la valeur épistémique est modifiée par un jeu sur le contenu des énoncés. Dans le cas de la démonstration, c'est un jeu sur le statut opératoire des énoncés. La démarche explicative ne met pas en cause la valeur épistémique d'un énoncé mais sa pertinence par l'intermédiaire de son contenu sémantique. Cette distinction permet de comprendre en quoi le raisonnement explicatif est spécifique et diffère du raisonnement justificatif par exemple.

La prise en compte de la situation de communication entre l'enseignant et l'élève nous a conduit à définir l'explication comme un processus de co-construction de significations. Dans un premier temps nous avons fait dépendre la propriété explicative du processus élaboré dans l'interaction entre celui qui explique et le destinataire, de sa reconnaissance par le destinataire. Ce choix est issu de la constatation qu'aucun énoncé n'est intrinsèquement explicatif de quelque chose, c'est-à-dire que s'il est extrait de son contexte de création et séparé de son destinataire, il n'est plus une explication. Cependant, la prise en considération des caractéristiques de la situation didactique nous a conduit à préciser les conditions dans lesquelles on peut attester qu'un processus est explicatif.

Dans l'interaction didactique, l'enseignant est responsable de l'acquisition de savoirs prédéterminés. Lorsque qu'il explique quelque chose à l'élève, il doit pouvoir vérifier que la compréhension finale de l'élève est conforme à ses exigences. Cela peut le conduire à remettre en cause l'issue d'un processus explicatif, alors même que l'élève peut penser avoir compris. C'est la même responsabilité qui conduit l'enseignant à susciter chez l'élève un besoin de comprendre lorsque celui-ci n'est pas apparu spontanément. Cela a lieu quand l'enseignant diagnostique un décalage entre la compréhension qu'a l'élève de la situation et ce qu'elle devrait être de son propre point de vue. Ces deux phénomènes, propres au processus explicatif dans l'interaction didactique, relèvent de la responsabilité de l'enseignant vis-à-vis du savoir en jeu et de l'apprentissage. Ils se traduisent à l'ouverture et à la clôture du processus explicatif par une négociation entre l'enseignant et l'élève sur le fait qu'il y a quelque chose à expliquer.

Problème de l'identification d'une explication

Avec une telle définition de l'explication, la question de l'identification de l'explication dans le discours de l'enseignant est transformée. Il ne s'agit plus d'identifier un énoncé ayant des caractéristiques particulières. Un énoncé explicatif proprement dit n'existe plus. Il s'agit maintenant d'identifier un processus explicatif, c'est-à-dire une interaction à l'issue de laquelle élève et enseignant reconnaissent que l'élève a compris. Il est évident que des observables tels qu'une reconnaissance explicite du caractère explicatif de l'interaction faciliteront grandement la tâche.

L'explication dans le préceptorat

L'aspect marqué de l'interaction individualisée dans le processus explicatif rend particulièrement pertinent son analyse dans le cadre du préceptorat. De plus, dans le préceptorat distant, une requête de l'élève signifie en elle-même un besoin de comprendre. Par ailleurs, le précepteur, ne connaissant a priori ni ce qui cause la difficulté de l'élève, ni les enjeux d'apprentissage de sa situation, va devoir enquêter et négocier pour déterminer ce qui nécessite une explication. Dans ce contexte, nous devrions avoir les moyens d'identifier et donc d'observer des processus explicatifs.

Chapitre 4

Réalisation expérimentale du préceptorat distant : le projet TéléCabri

Notre travail sur l'enseignant, dans les trois chapitres qui précèdent, est passé par l'analyse de son activité dans le préceptorat. Nous avons montré comment le préceptorat distant était un moyen adapté à l'analyse des interactions didactiques sous l'angle de l'activité de l'enseignant, notamment celles qui concernent son intervention dans la relation élève-milieu. Le préceptorat distant donne en effet accès à un niveau très fin de l'interaction enseignante. Cela doit permettre d'observer les étayages, les processus explicatifs, ainsi que les phénomènes didactiques comme l'effet Topaze. La problématique que nous avons construite est donc celle d'une contextualisation des interactions enseignantes par le préceptorat, c'est-à-dire selon la dimension de la situation qui est spécifique au fait que *l'enseignant soit face à un seul élève*.

L'objectif de ce chapitre est de montrer par quels moyens nous avons pu mettre en place des situations d'enseignement individualisées à distance à des fins expérimentales. Cela a eu lieu dans le cadre du projet TéléCabri.

TéléCabri est un projet de recherche qui a pour principe le développement et l'analyse d'un dispositif d'enseignement à distance supporté par la téléprésence. Il s'agit de mettre en œuvre les principes de micromonde, de découverte guidée et d'exploiter les nouvelles technologies de communication pour réaliser un EIAH supportant les interactions didactiques distantes. Les principes de micromonde et de découverte guidée sont à l'origine de la conception du logiciel Cabri-géomètre (Laborde 1995).

Cabri-géomètre est un micromonde pour la construction et la manipulation de figures géométriques. Les figures géométriques construites dans Cabri-géomètre ont la caractéristique remarquable de conserver, au cours des déplacements et déformations successives, les propriétés géométriques explicitement utilisées lors de la construction ainsi que celles qui s'en déduisent. Ce **CA**hier de **BR**ouillon **I**nformatique dédié à la géométrie est le résultat du croisement des théories constructivistes de l'apprentissage issues des travaux de Piaget et d'une conception des environnements informatiques héritée des travaux de l'école de Palo Alto. Les concepts clefs mis en œuvre dans l'élaboration de Cabri-géomètre et qui le caractérisent sont ceux de « micromonde », de « manipulation directe » et « d'engagement direct dans la tâche » (Laborde 1995). Le fait que Cabri-géomètre soit un micromonde signifie que les objets et relations de la géométrie sont offerts, par l'intermédiaire de l'environnement, à l'action, l'exploration et l'expérimentation de l'utilisateur. L'action consiste notamment en la création de nouveaux objets et relations, transformant ainsi le micromonde au gré de l'évolution des connaissances de l'utilisateur (Balacheff et Sutherland 1994). Ces objets et relations géométriques sont accessibles à l'interface par manipulation directe, c'est-à-dire par l'intermédiaire de leur représentation permanente sur laquelle l'utilisateur agit physiquement en pressant des boutons ou déplaçant la souris, ses actions étant rapides, réversibles, incrémentales et immédiatement visibles. Cela crée, chez l'utilisateur, le sentiment d'être en prise directe avec les objets géométriques. La gestion de l'environnement s'efface devant la tâche à accomplir et permet un engagement direct dans le problème géométrique à résoudre.

TéléCabri, dans la continuité du projet Cabri, consiste à adjoindre au logiciel Cabri-géomètre des fonctionnalités d'interaction à distance. Il en résulte un environnement d'enseignement et d'apprentissage qui met à disposition du précepteur distant et de l'élève toutes les potentialités du logiciel Cabri-géomètre.

Ce chapitre va d'abord présenter le projet TéléCabri dans le cadre duquel nous avons réalisé nos expérimentations. Nous décrirons ensuite les plates-formes expérimentales utilisées et montrerons en quoi les observations recueillies lors des expériences constituent un champ d'expérimentation permettant l'élaboration de notre modélisation du préceptorat ainsi que l'observation, en vue de les analyser, d'étayages et de processus explicatifs.

I. LE PROJET TELECABRI

TéléCabri a pour objet la modélisation des décisions d'un précepteur artificiel dans la conduite d'un processus didactique.

Une première étude, que nous présentons au §I.3., a montré les limites d'un projet de conception d'un environnement artificiel autonome pour l'apprentissage humain. Les recherches en didactique ont mis en évidence toute la complexité de la gestion des apprentissages par l'enseignant. En montrant en particulier qu'une modélisation de l'interaction enseignant-élève par la négociation du contrat didactique est productive et pertinente, la didactique désigne certaines limites des machines actuelles. Tant que les tuteurs artificiels ne seront pas capables de négocier — la négociation passant par la capacité de gérer un dialogue et de renoncer à un point de vue — ils n'auront pas les compétences d'un enseignant.

TéléCabri propose une alternative, réalisable aujourd'hui, à la conception de machines autonomes. L'idée est de réinsérer explicitement l'enseignant humain au sein du dispositif informatique. C'est la problématique également adoptée par Leroux pour la conception d'un assistant pédagogique artificiel coopérant avec l'enseignant et les étudiants (Leroux *et al.* 1996). Dans TéléCabri, l'enseignant distant est disponible à la demande de l'apprenant ou du système pour une interaction individualisée, en temps réel et selon trois modalités : vidéo, audio et partage d'applications. Nous reviendrons sur le fait que ces trois modalités d'interaction sont nécessaires au sentiment de présence qui contribue à l'engagement des interlocuteurs dans la tâche et à l'oubli de la singularité du dispositif.

I.1. L'enseignement à distance

Le contexte de l'analyse que nous envisageons est celui de l'enseignement à distance mais cela ne constitue pas pour nous un objet d'analyse. Nous ne ferons donc pas une revue de ce champ de recherche. Nous rapportons néanmoins trois études, qui abordent le rôle des ordinateurs et des nouveaux moyens informatiques de communication, pour illustrer certaines problématiques existantes et montrer comment la nôtre s'en distingue.

I.1.1. Un renouveau dans l'organisation de l'enseignement à distance

L'enseignement à distance existait avant l'apparition récente des nouvelles technologies de communication. Au sein de grands centres de formation à distance (par exemple l'Open University en Grande-Bretagne (Kaye 1994) ou la Télé-Université du Québec (Henri 1994)) des travaux ont été initiés pour analyser ce qui allait pouvoir être amélioré grâce à l'utilisation de ces nouveaux moyens de communication. Les inconvénients des formes traditionnelles de l'enseignement à distance mis en évidence par ces auteurs sont, entre autres, l'inertie des mises à jours des contenus des cours, le manque d'interaction et de travail collaboratif entre étudiants ou entre étudiants et enseignants (Kaye 1994), l'isolement des apprenants et le manque de motivation qui en résulte (Henri 1994). Ils montrent en quoi l'introduction de nouveaux modes de communication asynchrone supportés par ordinateur permet à certains types d'interaction et de collaboration entre apprenants et enseignants d'avoir lieu et modifie voire facilite l'apprentissage. Le point de vue adopté par ces analyses est indépendant du contenu de savoir en jeu dans les apprentissages et s'attache plutôt à définir quelle organisation et conception des environnements informatiques, des médias et du cursus est la plus pertinente.

Nous en retenons quelques conclusions qui nous concernent dans la mesure où nous voulons développer, sur le terrain, une plate-forme expérimentale. Kaye montre comment les cours conçus pour un enseignement à distance traditionnel (sur support papier) doivent être fondamentalement remaniés pour être adaptés aux nouvelles technologies et en exploiter tous les avantages (Kaye 1994, p. 125). Cela implique pour nous qu'une simple transposition du fonctionnement présentiel de l'enseignant, en particulier la conversion en support informatique de son cours sur support papier, ne permet pas véritablement d'exploiter les avantages des nouvelles technologies. Henri met en évidence l'importance de l'articulation de différentes phases dans l'activité de l'apprenant, phase de travail autonome, phase d'interaction avec un enseignant ou d'autres apprenants, pour le maintien de sa motivation (Henri 1994, p. 147). Elle fait également l'hypothèse que l'intégration de ces nouvelles technologies provoquera une évolution du style de l'enseignement. Celui-ci est actuellement basé dans les institutions en question, sur une conception de type transmission de connaissances. Il devrait évoluer vers une meilleure prise en compte des hypothèses constructivistes de l'apprentissage (*ibid.* pp. 146-147). Elle confirme le point de vue de Kaye sur la modification du fonctionnement de l'enseignant suite à l'introduction de la technologie.

I.1.2. Un point de vue politique sur l'enseignement à distance des mathématiques

Arnold *et al.* (1996) abordent la question de l'enseignement des mathématiques à distance avec une problématique « politique » centrée sur les conditions dans lesquelles l'enseignement à distance peut être un moyen pour certains pays d'assister d'autres pays dans leurs efforts de développement de l'enseignement des mathématiques. Ils constatent qu'en dépit du fait que les hypothèses sur la nature sociale du savoir mathématique et le constructivisme de l'apprentissage soient maintenant bien répandues, elles ne sont pas vraiment prises en compte dans les décisions de politiques éducatives. En effet, les conceptions sous-jacentes qui dominent chez les concepteurs de programmes d'enseignement à distance sont celles d'une transmission des connaissances. Elles produisent une organisation hiérarchisée et structurée du curriculum, orientée vers l'acquisition de compétences et connaissances de base facilement identifiables (*ibid.* p. 719). Lorsqu'elle est imposée à tous par l'enseignement à distance, une telle conception conduit à un « colonialisme éducatif » (*ibid.* p. 741), niant notamment la dimension culturelle des mathématiques, de leur enseignement et de leur apprentissage.

Notre problématique n'est pas politique. Cependant le choix d'un terrain d'implantation du dispositif socialement défendable sera plus facilement soutenu par les institutions. Cela peut s'avérer déterminant dans la perspective du développement d'un site expérimental. Celui des enfants malades répond à ces exigences.

I.1.3. La collaboration dans l'apprentissage à distance

Les travaux autour de l'idée d'Apprentissage Collaboratif Assisté par Ordinateur (*Computer Supported Collaborative Learning,* O'Malley 1994) sont à la croisée des recherches sur l'apprentissage, la résolution de problèmes, l'enseignement à distance et la conception d'environnements informatiques pour l'apprentissage. Ainsi, les résultats d'une étude ayant pour objectif l'analyse de la collaboration à distance entre deux apprenants lors d'une activité de résolution de problèmes dans le domaine de la physique (Smith *et al.* 1991 ; Taylor *et al.* 1993) nous concernent, bien que n'ayant ni une problématique didactique ni une problématique d'enseignement. Dans ce projet, les paires d'apprenants devaient résoudre un problème de physique en utilisant un environnement de simulation pour réaliser les expériences nécessaires. L'interaction entre les apprenants était organisée suivant quatre dispositifs de communication dans le but d'identifier et de comparer les effets des dispositifs sur la collaboration entre les apprenants et la solution obtenue. Les quatre dispositifs (cf. Figure 1) consistaient en un environnement de simulation commun partagé à distance ou en présence (soit sur deux machines soit sur une seule), la communication entre les élèves étant soit directe, soit strictement audio (cf. (b) de la Figure 1), soit audio et vidéo ((cf. (a) de la Figure 1). Dans le cas (a), la communication vidéo était effectuée à l'aide d'une installation spécifique, « tunnel vidéo », comprenant un moniteur et une caméra placés l'un par rapport à l'autre de telle façon que le contact visuel entre les deux élèves soit possible.

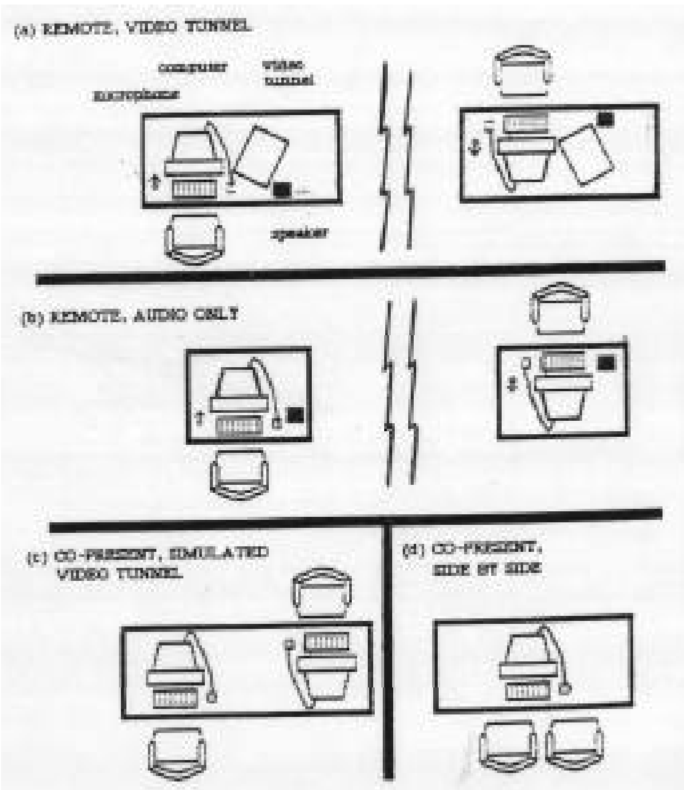


Figure 1 : Les quatre dispositifs de communication utilisés par Smith ***et al.*** (1991). En (a) les élèves sont séparés dans deux pièces différentes, ils communiquent par audio et vidéo et partagent le même espace virtuel sur l'ordinateur. En (b) le tunnel vidéo a été enlevé. En (c) et (d) les élèves sont dans la même pièce.

Les auteurs signalent l'importance de ce contact visuel qui, associé au partage de l'espace virtuel de simulation, permet aux deux utilisateurs de mettre en œuvre dans l'interaction leurs intuitions physiques et sociales. Les résultats obtenus attestent du rôle de la vidéo pour obtenir une collaboration efficace entre les élèves (Taylor *et al.* 1993). La technologie génère une nouvelle « topologie » dans la communication qui consiste à mettre les deux interlocuteurs simultanément « côte à côte » et « face à face » . Dans cette position inédite, les interlocuteurs se comportent très naturellement et peuvent collaborer pour la résolution de problèmes (Smith *et al.* 1991 ; O'Malley 1994). Cela nous permet de faire l'hypothèse que si la qualité de la communication informatique, tant audio que vidéo, est excellente, alors le dispositif devient transparent. De plus, les analyses conduites dans ce projet sur la collaboration entre apprenants, montrent que l'on a ainsi accès à un niveau très fin de l'interaction collaborative. Nous pouvons faire l'hypothèse que ce même niveau d'interaction sera accessible entre l'enseignant et l'élève placés dans le même type de dispositif.

Notre approche se distingue des trois problématiques évoquées par le point de vue que nous adoptons, celui de l'interaction didactique en mathématiques. Notre questionnement étant relatif à l'enseignant, nous avons besoin d'un dispositif qui nous donne accès au détail de cette interaction précepteur-élève afin de pouvoir observer les phénomènes identifiés au niveau théorique.

I.2. La problématique EIAH

La problématique didactique construite autour du projet TéléCabri s'insère dans le cadre plus large de l'analyse de l'impact des nouvelles technologies pour l'éducation sur les processus d'enseignement et d'apprentissage.

Dans le cas des mathématiques, le changement le plus marquant ne provient pas d'une automatisation des stratégies pédagogiques ou d'une facilitation des moyens de calcul mais se situe plutôt au niveau épistémologique d'une transformation de l'expérience mathématique des apprenants (Balacheff et Kaput 1997). Les environnements informatiques permettent à leurs utilisateurs de manipuler plus directement les objets mathématiques et leurs relations, concrétisant d'une certaine manière les concepts mathématiques abstraits.

> *« … ces dernières années, un nouveau degré de réalisme des objets mathématiques a été atteint avec la possibilité d'exprimer à l'interface les idées mathématiques en utilisant un moyen de communication aussi proche que possible du langage*

> *mathématique usuel, et, notamment, avec le fait que l'interface produise un retour lisible « directement » en termes de phénomènes mathématiques. »*[1] (Balacheff et Kaput 1996, p. 471).

Ce qui est à l'origine de ce changement dans l'expérience vécue par les utilisateurs, en comparaison avec les matériaux pédagogiques utilisés auparavant, c'est la nature intrinsèquement cognitive de ces nouveaux systèmes (Balacheff et Kaput 1997). Il y a un changement de complexité entre la manipulation d'un instrument matériel et l'utilisation d'un logiciel et ce changement n'est pas seulement dû à une augmentation du nombre ou de la vitesse des opérations possibles. Pour prendre un exemple en géométrie, la manipulation d'une règle ou d'un compas est fondamentalement différente de celle de Cabri-géomètre. Cette différence vient spécialement du fait que Cabri-géomètre, comme d'autres environnements pour l'apprentissage, manipule de la connaissance géométrique d'une toute autre façon que la règle.

I.2.1. La transformation de la connaissance par l'EIAH

Les environnements informatiques d'apprentissage sont construits à partir d'une représentation de la connaissance par un système d'objets et de relations, représentation accessible à l'utilisateur dans l'interaction d'une façon elle aussi plus ou moins significative par rapport à la connaissance (Balacheff 1994). Or l'apprentissage est le résultat d'une construction de connaissances au cours de l'interaction avec l'environnement. Une question importante est celle de la relation entre les caractéristiques de l'environnement et les apprentissages qui en résultent. Balacheff (1994) montre comment le travail fait sur la connaissance afin de la représenter d'une façon calculable par le système — la transposition informatique — détermine fortement l'interaction utilisateur-système et donc la connaissance qui émerge de cette interaction.

> *« Le problème soulevé par la transposition informatique est celui du domaine de validité épistémologique des dispositifs informatiques pour l'apprentissage humain »* (Balacheff 1994, p. 22).

[1] *« … in recent years a new level of realism of mathematics objets has been reached as the interface enables one to express mathematical ideas using a communication medium as close as possible to the usual mathematical language, and, importantly, as the interface provides feedback that can be read « directly » in terms of mathematical phenomena. »* (Balacheff et Kaput 1997, p. 471).

Balacheff pose ainsi la question de l'exploitation des possibilités d'apprentissage offertes par l'utilisation d'un environnement informatique dans un cadre didactique, quand l'acquisition de certains savoirs, identifiés au préalable et préférés aux autres, est visée explicitement. C'est le rôle de l'enseignant de gérer l'adéquation entre les deux. Mais là encore des outils théoriques sont nécessaires. Artigue montre comment certaines difficultés apparaissant lors de l'utilisation didactique d'un environnement informatique proviennent de la « pseudo-transparence » de l'environnement, c'est-à-dire des décalages présents inévitablement entre représentation interne et représentation à l'interface des objets manipulés (Artigue 1997). Avec des élèves faibles, ces décalages sont spécialement sensibles et rendent l'environnement particulièrement incompréhensible (*ibid.* p. 151). Pour ces élèves, tous les retours du logiciel ont potentiellement une signification mathématique. L'auteur conclut qu'un utilisateur expert de l'environnement rencontre également les mêmes difficultés mais les gère plus efficacement, essentiellement grâce à ses compétences en mathématiques plutôt qu'avec celles relatives à l'environnement. Ce sont elles qui lui permettent d'identifier parmi les multiples retours du logiciel ceux qui ont une signification mathématique. Artigue conclut que la mise en œuvre des savoirs dans les environnements traditionnels de la classe est différente de celle réalisée par l'intermédiaire d'un système informatique ; un décalage subsiste qui, même s'il paraît infime, peut transformer fondamentalement la signification de la tâche pour l'élève (Artigue 1997).

« Transposition informatique » et « pseudo-transparence » sont ainsi deux concepts qui rendent compte de la différence entre les savoirs manipulés dans la classe et ceux disponibles à travers le logiciel. Ils donnent accès à la complexité introduite dans une situation didactique par les EIAH.

I.2.2. L'EIAH comme milieu, l'exemple de Cabri-géomètre pour l'apprentissage de la géométrie

La didactique donne un cadre théorique pour l'analyse des apprentissages en mathématiques qui résultent de l'interaction entre un élève et un environnement informatique, en particulier Cabri-géomètre. Elle modélise la situation d'enseignement et d'apprentissage par trois sous-systèmes en interaction : l'élève, l'enseignant et le milieu. L'apprentissage est le résultat de l'interaction de l'élève avec le milieu effectuée sous le contrôle de l'enseignant (cf. Figure 2).

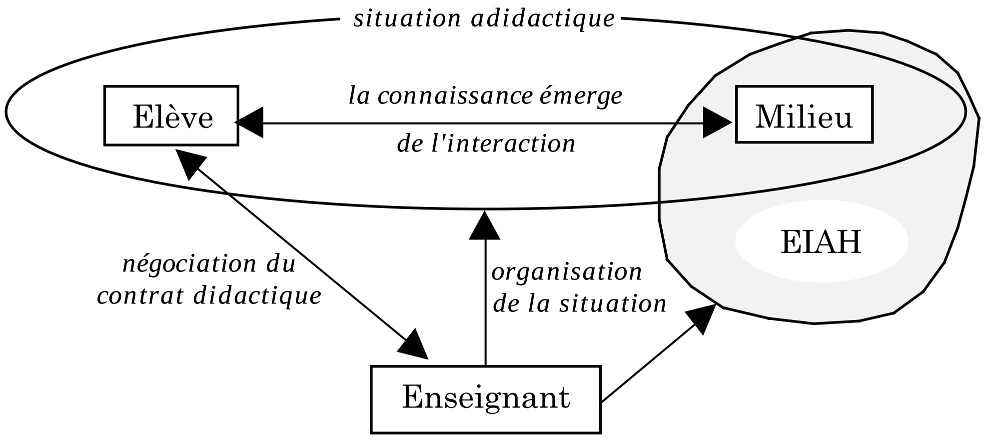


Figure 2 : Situation didactique dans laquelle l'EIAH est un constituant du milieu avec lequel interagit l'élève.

Ainsi, l'introduction de Cabri-géomètre modifie le système et peut s'analyser suivant les différentes interactions entre sous-systèmes.

L'INTERACTION ENTRE L'ELEVE ET CABRI-GEOMETRE

Bellemain et Capponi expliquent comment Cabri-géomètre est un outil pour l'apprentissage de la géométrie :

> « *le logiciel favorise [...] la mise en œuvre de procédures de caractère analytique dans la reproduction ou la construction de figures géométriques, satisfaisant en cela un des objectifs de l'enseignement de la géométrie* » (Bellemain et Capponi 1992, p. 68).

Laborde et Capponi montrent plus particulièrement comment ses caractéristiques font de Cabri-géomètre le constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique.

> « *L'exigence de communiquer au logiciel un procédé géométrique de construction permet ainsi de caractériser l'objet géométrique* » (Laborde et Capponi 1994, p. 174).

Le déplacement des figures de Cabri-géomètre met en évidence, perceptivement, les invariants géométriques et disqualifie les procédures de construction n'utilisant pas explicitement les propriétés géométriques nécessaires. Ainsi, l'élève est obligé d'expliciter, pour la communiquer au logiciel, la procédure de construction géométrique de sa figure. De plus, il a accès aux propriétés géométriques de sa figure qui restent invariantes au cours du déplacement. Donc, au cours de l'interaction entre l'élève et le logiciel, l'accent est mis sur la procédure de construction (relation géométrique) plutôt que sur le résultat perceptif (relation spatiale), facilitant a priori l'apprentissage de la géométrie.

Ce travail permet la construction chez l'élève de la notion de figure géométrique (Laborde et Capponi 1994). Ces auteurs la définissent comme étant la classe d'équivalence de tous les dessins, en tant que représentation matérielle d'un même objet géométrique. Dans Cabri-géomètre, le « Cabri-dessin » correspond à un ensemble de pixels sur l'écran mais a des propriétés distinctes du dessin papier-crayon (Laborde et Capponi 1994, p. 175). Cette différence se concrétise dans le fait qu'à partir d'un Cabri-dessin on obtient, par déplacement, une série de Cabri-dessins qui sont tous relatifs au même objet géométrique. Dans la suite de notre travail, nous parlerons de Cabri-dessin pour désigner une configuration particulière de pixels à l'écran, mais lorsque cela ne sera pas nécessaire, nous parlerons simplement de figure.

Ce rapport entre objet géométrique, figure géométrique et Cabri-dessin est complexe et nécessite, pour qu'une situation incluant Cabri-géomètre fonctionne correctement, un travail spécifique de l'enseignant. Bellemain et Capponi soulignent que *« le rôle de l'enseignant est primordial »* (1992, p. 66).

La negociation du contrat didactique, une façon de garantir que l'eleve aura une lecture efficace des retroactions de Cabri-geometre

Une évolution du contrat didactique est nécessaire pour que l'élève s'approprie la validation par déplacement, validation spécifique à Cabri-géomètre. D'où la nécessaire présence de l'enseignant. Le critère de validation d'une figure et de sa procédure de construction dans Cabri-géomètre est le suivant : si la figure conserve ses propriétés géométriques au cours du déplacement, alors elle est correcte. La mise en place de cette validation est une condition nécessaire au fonctionnement de l'interaction entre l'élève et Cabri-géomètre telle que nous l'avons décrite ci-dessus. En provoquant le recours au déplacement, cette règle du contrat favorise l'explicitation des propriétés géométriques de la figure et le repérage des invariants géométriques par l'élève. Mais il est primordial de noter que la mise en œuvre de cette validation nécessite de la part de l'élève certaines connaissances. Il doit d'une part concevoir les différents Cabri-dessins obtenus au cours du déplacement comme étant produits par le même procédé de construction et représentant le même objet géométrique. Il doit également reconnaître que si un Cabri-dessin n'a pas les propriétés géométriques voulues, c'est la procédure de construction qui est remise en cause. Il apparaît ainsi clairement en quoi le contrat didactique est intrinsèquement lié aux connaissances déjà présentes ou à construire chez l'élève. Si l'enseignant veut que l'élève ait une interaction productive avec Cabri-géomètre, son rôle est d'instaurer, progressivement et par la négociation, ce nouvel aspect du contrat didactique.

LES ACTIONS DE L'ENSEIGNANT SUR CABRI-GEOMETRE POUR LUI FAIRE PRODUIRE DES RETROACTIONS PERTINENTES

Une autre tâche de l'enseignant lors de l'utilisation de Cabri-géomètre avec un élève, consiste à soutenir et contrôler l'interaction élève-logiciel. Cela est nécessaire quand certaines rétroactions du milieu semblent ne pas se produire alors qu'elles seraient particulièrement pertinentes, ou se produisent mais ne sont pas justifiées géométriquement ou encore ne sont pas significatives pour l'élève. L'enseignant doit alors intervenir sur Cabri-géomètre (le milieu) pour lui faire produire les rétroactions nécessaires. Nous illustrons, à partir de la Figure 3, ces trois déviations de l'interaction élève-logiciel ainsi que la réponse de l'enseignant.

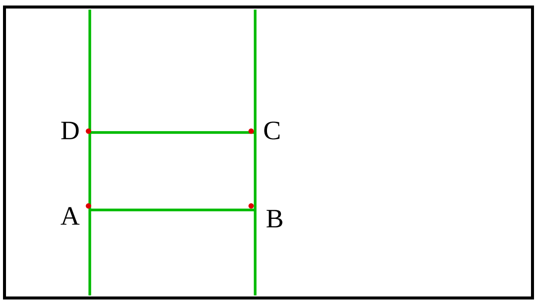


Figure 3 : Ce Cabri-dessin a été obtenu en construisant un segment [AB], puis deux perpendiculaires au segment [AB], l'une en A l'autre en B et enfin un second segment [CD] ayant chaque extrémité sur l'une des perpendiculaires et étant perceptivement parallèle au premier segment.

Le Cabri-dessin de la Figure 3 peut être vu comme une représentation de l'objet géométrique rectangle bien que la procédure de construction soit insuffisamment explicitée (le segment [DC] devrait être construit avec une relation géométrique le liant au segment [AB] par exemple). Au cours du déplacement de la Figure 3, les Cabri-dessins des Figure 4 et Figure 5 ci-dessous sont obtenus.

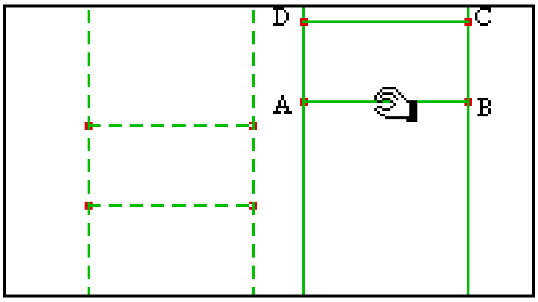


Figure 4 : Cabri-dessin obtenu à partir de la Figure 3 en déplaçant le segment [AB].

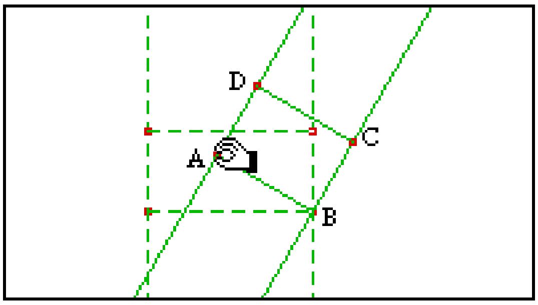


Figure 5 : Cabri-dessin obtenu à partir de la Figure 3 en déplaçant le point A.

Les deux déplacements des Figure 4 et Figure 5 ne permettent donc pas de remettre en cause la construction de la figure. Les rétroactions du milieu pour cette construction du rectangle et les deux déplacements proposés ne sont pas appropriés. Pourtant, d'autres déplacements mettent en évidence que le « rectangle » n'est pas correctement construit, par exemple en bougeant le point D (cf. Figure 6). Ce Cabri-dessin montre clairement que ABCD n'est pas un rectangle.

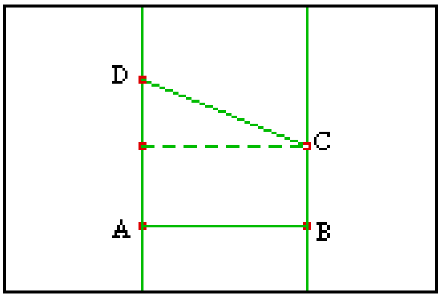


Figure 6 : Cabri-dessin obtenu à partir de la Figure 3 en déplaçant le point D.

Quand une rétroaction appropriée n'apparaît pas au cours de l'interaction élève logiciel, il est du ressort de l'enseignant de la faire produire par Cabri-géomètre.

Cette même construction correspond à celle d'un trapèze rectangle en A de bases [AD] et [BC]. Dans ce cas là, les Cabri-dessins des Figure 3, Figure 4 et Figure 5 sont des cas particuliers du trapèze puisqu'ils « montrent » un rectangle. À nouveau, les rétroactions du logiciel obtenues lors des déplacements des Figure 4 et Figure 5 ne sont pas appropriées. Ces Cabri-dessins ne permettent pas à un élève de rejeter l'hypothèse qu'un trapèze rectangle soit un rectangle. Le travail de l'enseignant consistera encore à déplacer la figure de façon à ce qu'elle ne présente plus la propriété géométrique qui peut poser un problème.

Enfin, l'élève peut ne pas reconnaître que le Cabri-dessin ne présente pas les propriétés voulues. Dans ce cas là, en choisissant certains Cabri-dessins, l'enseignant peut faire apparaître clairement pour l'élève que la figure est incorrecte (Bellemain et Capponi 1992, p. 81 ; Soury-Lavergne, 1994, p. 40).

En résumé, l'enseignant doit intervenir pour aider l'élève à repérer ses actions et interprétations et à prendre des décisions relativement aux actions à produire et à leur évaluation. « *L'enseignant a pour tâche d'aider les élèves à juger de l'exactitude de leur construction* » (Bellemain et Capponi 1992, p. 81). Il faut « apprendre » la validation avec Cabri-géomètre.

QUELLE MODELISATION POUR LE TRAVAIL DE L'ENSEIGNANT ?

L'analyse de l'utilisation didactique de Cabri-géomètre en tant que milieu pour l'apprentissage montre l'importance du travail de l'enseignant tant du point de vue de la négociation d'un nouveau contrat didactique que pour l'organisation et le contrôle de l'interaction entre l'élève et l'environnement. La question de la modélisation de cette activité de l'enseignant peut alors se poser et comme l'indique Balacheff :

> « *La modélisation d'un processus didactique ne se limite pas à celle de la représentation des connaissances et de fonctions de décision du tuteur, elle doit considérer la nécessaire négociation du sens des situations que le dispositif informatique cherche à organiser.* » (Balacheff 1994, p. 38).

I.3. Un tuteur hybride pour l'analyse des décisions didactiques

Dans le but de construire un modèle de l'interaction didactique, un dispositif expérimental a été construit afin de recueillir et d'analyser les diagnostics et décisions de l'enseignant (Tahri 1993). Il s'agissait pour les enseignants (tuteurs humains) de piloter à distance et sur le principe du magicien d'Oz, c'est-à-dire à l'insu des élèves, une séquence d'apprentissage de la symétrie axiale avec Cabri-géomètre.

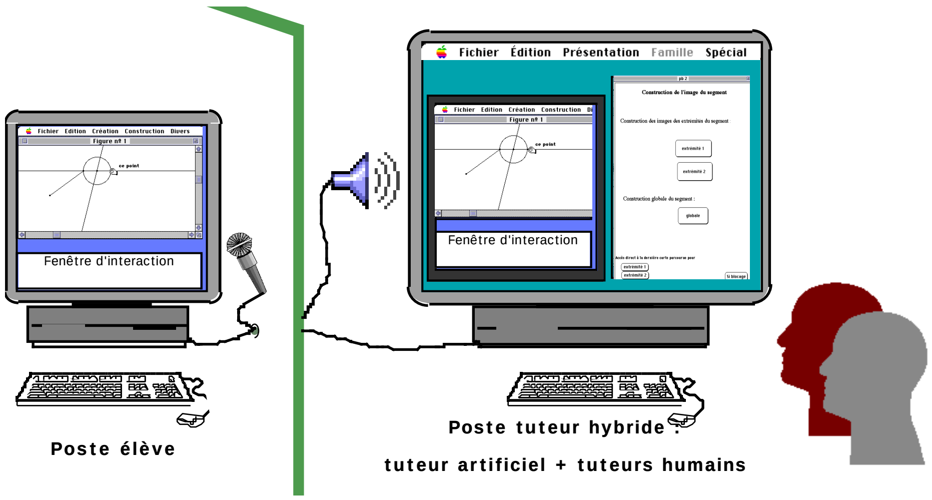


Figure 7 : Tuteur hybride pour l'analyse des décisions didactiques (Tahri 1993).

Le dispositif mis en place comprenait un tuteur hybride (un tuteur artificiel et deux tuteurs humains, cf. Figure 7) chargé de prendre, en temps réel, toutes les décisions relatives à la conduite de l'interaction de deux élèves avec Cabri-géomètre. Les informations sur l'activité des élèves accessibles en direct aux tuteurs humains étaient : l'ensemble des actions à l'interface du poste élève reproduites simultanément sur le poste tuteur, les propositions du tuteur artificiel et, suivant les expérimentations, les interactions verbales entre les deux élèves (Tahri 1993 ; Soury-Lavergne 1994).

Les décisions des tuteurs humains qui ont fait l'objet d'une analyse étaient celles relatives au diagnostic ainsi qu'au choix des problèmes proposés aux élèves.

Les analyses concluent sur la complexité du diagnostic en temps réel de l'activité des élèves. Cette complexité provient du fait que les éléments pris en compte par les tuteurs humains pour l'élaboration de leur diagnostic dépassent l'ensemble des seules actions exécutées par les élèves à l'interface. En effet, les actions des élèves prennent du sens lorsqu'elles s'insèrent a posteriori dans un ensemble d'événements, relativement à un objectif donné, lorsqu'elles sont reliées à une intention et comparées aux autres possibilités d'action offertes. La prise en compte de ces quatre aspects s'est révélée nécessaire aux tuteurs pour qu'ils puissent associer une conception à une procédure d'élèves. De plus, l'environnement de construction Cabri-géomètre fait apparaître de nouveaux critères d'interprétation et d'évaluation du travail de l'élève (par rapport à ce qu'ils peuvent être dans l'environnement papier-crayon). Par exemple, un usage combinatoire des menus de Cabri-géomètre sur quelques objets de départ peut amener l'élève à découvrir la bonne procédure de construction sans avoir nécessairement et initialement investi de connaissances géométriques. Il peut même reconstruire après-coup une justification géométrique de sa construction.

La question de la prise en compte de l'intention des élèves est importante dans le cadre de la conduite d'un processus d'apprentissage et d'enseignement. Les décisions à prendre, notamment sur le choix des problèmes suivants, ne sont pas les mêmes s'il s'agit d'élèves qui ne mobilisent pas une propriété géométrique ou s'ils la mobilisent implicitement sans l'utiliser explicitement dans Cabri-géomètre. Cette prise en compte de l'intention de l'élève n'a pas toujours été évidente pour les tuteurs humains à cause des limites imposées par le dispositif sur l'interaction tuteur-élève. En effet, certaines intentions de l'élève ne sont pas prévisibles ou restent ambiguïes du fait du « filtre » de l'interface. De même, les interventions de l'enseignant n'ont pas toujours été bien interprétées par l'élève.

Les tuteurs humains ont organisé le champ des problèmes en les associant à différentes procédures soit parce qu'elles y étaient favorisées ou au contraire déstabilisées, soit parce qu'elles y révélaient la prise en compte de propriétés remarquables de la symétrie (Soury-Lavergne 1996). Les tuteurs ont alors joué sur le choix des problèmes pour tenter de faire apparaître certaines procédures et d'en disqualifier d'autres. Les premiers problèmes proposés aux élèves l'ont été dans le but de pouvoir diagnostiquer les types de conception mis en œuvre. En cas de réussite, les problèmes suivants ont été choisis pour tester la résistance et la stabilité de la procédure ainsi que son adaptabilité aux particularités des problèmes (Tahri 1993, p. 217). En cas d'échec, les tuteurs ont également tenté de jouer sur le choix des problèmes pour amener les élèves à changer de procédure. Ils sont également intervenus plus directement dans le travail des élèves pour produire des actions qu'ils jugeaient plus significatives pour ceux-ci. En cas d'échec répété, ils ont considéré que le dispositif ne leur permettait pas d'aider les élèves à résoudre leurs difficultés (Soury-Lavergne 1994, p. 48). Malgré ce jeu sur le choix des problèmes supposés agir sur les procédures des élèves, il s'est avéré difficile de faire passer les élèves d'une situation d'échec à une réussite (Tahri 1993, p. 217).

Le dispositif mis en place préfigurait celui de TéléCabri. Il a montré en quoi les limites imposées, spécialement l'impossibilité de communiquer directement, gênaient le travail des tuteurs humains et donc le processus didactique. Les deux points mis en évidence sont la difficulté, d'une part de faire un diagnostic qui tienne compte de l'intention des élèves et d'autre part, de provoquer et contrôler une évolution dans les procédures mobilisées par les élèves.

I.4. Le préceptorat dans le projet TéléCabri

Le dispositif du magicien d'Oz ayant montré la complexité de la tâche de l'enseignant, l'objectif de modélisation de cette tâche en vue d'une automatisation a évolué vers celui de la détermination d'un dispositif assistant l'enseignant dans son activité. Il s'est alors agit de concevoir un dispositif informatique partenaire de l'élève et de l'enseignant, soutien de l'apprentissage et de l'enseignement individualisé et qui conserve les caractéristiques de la distance, de l'interaction supportée par un EIAH et médiatisée par les nouvelles technologies de communication.

Les questions didactiques auxquelles s'adresse le projet TéléCabri sont les suivantes (Balacheff 1996) :

- Analyse de la complexité des tâches de préceptorat dans le contexte de la téléprésence et spécification des outils nécessaires au précepteur distant.
- Principes de diagnostic de l'activité de l'élève dans le contexte TéléCabri et caractérisation de ce qui peut être automatisé.
- Caractérisation de l'espace de téléprésence en tant qu'espace dans lequel une relation didactique est négociée, c'est-à-dire une relation dont l'enjeu est le savoir.
- Analyse de la complexité d'un espace hétérogène d'interactions associant des périodes de préceptorat téléprésentiel, des périodes de travail autonome de l'élève et des périodes de préceptorat présentiel.

Cette problématique du projet TéléCabri inclue celle développée dans la thèse. En effet, les interactions observées dans le magicien d'Oz montrent que nos objets d'étude vont pouvoir être également observés dans les dispositifs basés sur le principe de TéléCabri.

Nos résultats sur le préceptorat, l'étayage et l'explication seront une première contribution au questionnement sur la complexité de la tâche de l'enseignant, que ce soit au niveau du diagnostic ou bien de la prise en compte des phases de travail autonomes, dans l'interaction didactique téléprésente.

II. PREMIERE REALISATION EXPERIMENTALE

Le projet TéléCabri a donné lieu à une première plate-forme expérimentale dans le cadre du projet TéléCo3, programme Téléprésence de la région Rhône-Alpes. Cette réalisation, à valeur de prototype, avait pour objectif de permettre les premières observations de l'interaction à distance entre un enseignant et un élève.

II.1. Un prototype dans les murs du laboratoire

La première plate-forme expérimentale est directement issue du dispositif de magicien d'Oz mis en place pour l'analyse des décisions didactiques de l'enseignant (Tahri 1993 ; Soury-Lavergne 1994). Elle permet la communication point à point de la vidéo et du son ainsi que le partage de l'espace de travail entre deux interlocuteurs distants... de quelques dizaines de mètres.

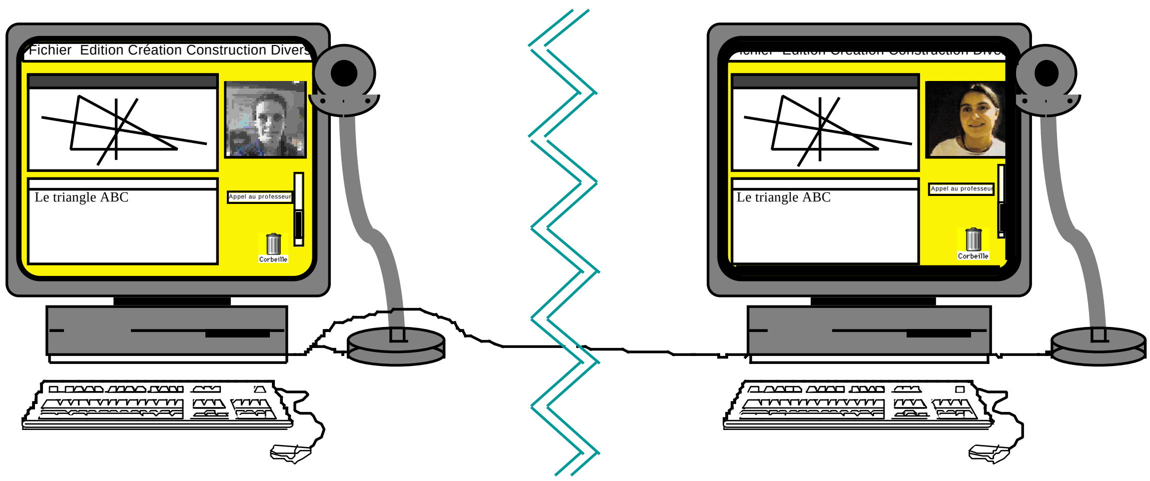


Figure 8 : Première plate-forme expérimentale
TéléCabri réalisée dans les murs du laboratoire.

La plate-forme expérimentale (Figure 8) est constituée de deux postes de travail (Macintosh), un poste élève et un poste précepteur, communiquant à travers un réseau local Ethernet pour ce qui concerne les données informatiques, et à travers des canaux dédiés ad hoc pour ce qui concerne la visiocommunication. Sur le poste élève (Figure 9) sont disponibles : Cabri-géomètre, un traitement de texte, une fenêtre vidéo, un bouton permettant l'appel du professeur et un indicateur de durée de communication entre l'élève et le précepteur. Le poste précepteur comporte une image de l'ensemble du poste élève et une fenêtre vidéo dans laquelle apparaît le visage de l'élève pendant la communication. Ainsi, au moment de la communication les deux postes ont une configuration quasiment symétrique. Le partage de l'espace de travail est réalisé grâce au logiciel Timbuktu de Farallon qui donne au précepteur un accès à l'écran de l'élève et donc au contrôle du curseur et des commandes accessibles par les menus déroulants.

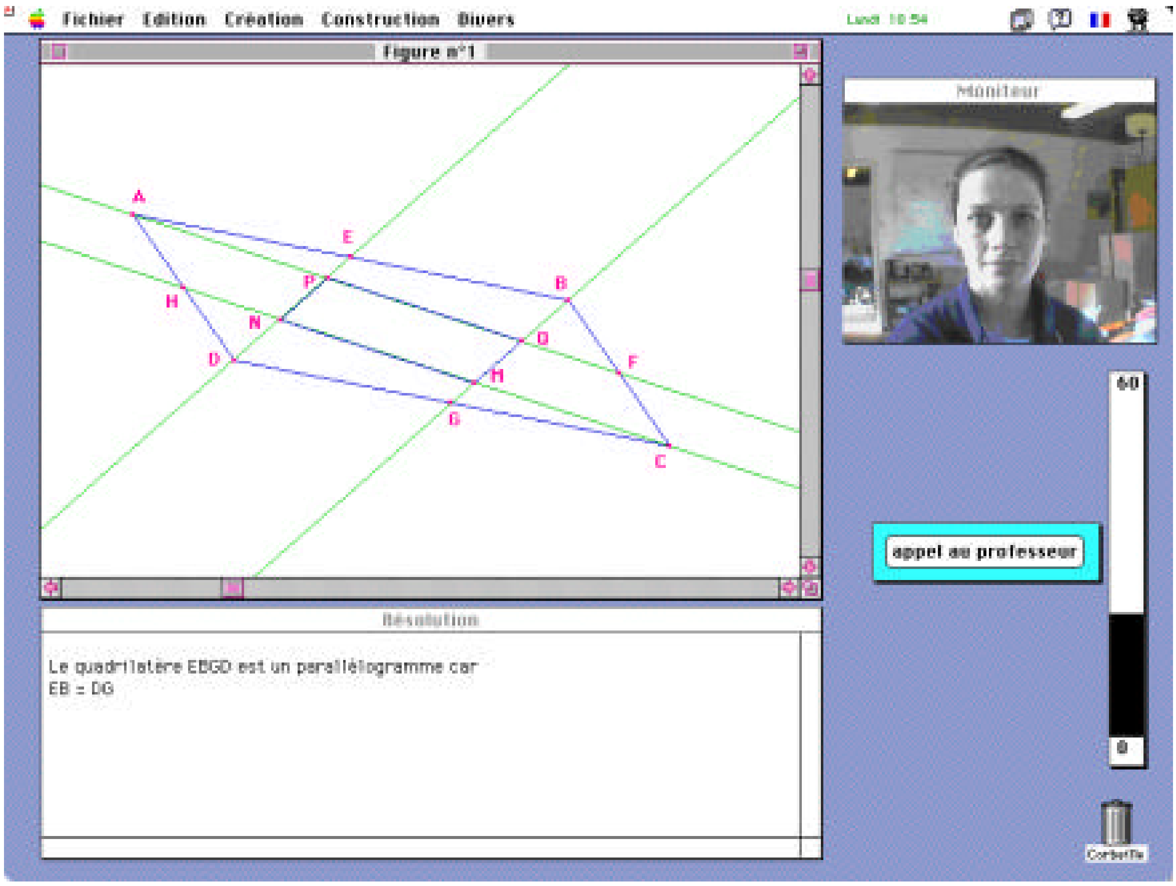


Figure 9 : L'interface élève de la plate-forme expérimentale TéléCabri mise en place au laboratoire.

La distance relativement faible entre les deux postes était cependant suffisante pour installer les utilisateurs dans l'illusion de la distance et permettait à la communication audio et vidéo d'être effectuée sans limitation de bande passante et donc d'être d'excellente qualité (son « comme au téléphone », mouvement parfaitement fluide et définition permettant de lire un texte posé devant la caméra). Dans le but de concrétiser cette distance pour les utilisateurs, une montre présente à l'écran avait pour fonction de matérialiser les coûts de communication (réalisation informatique de Vanda Luengo).

Cette même application nous a permis d'enregistrer, à intervalles réguliers, les contenus des fenêtres Cabri-géomètre et texte pour en permettre l'analyse.

II.2. Première campagne expérimentale

Une première campagne d'expérimentation a été conduite en 1995 avec ce dispositif. Son objectif était double. Il s'agissait d'abord de vérifier la robustesse de l'installation d'un point de vue technique et sa crédibilité en tant que dispositif pour l'enseignement à distance. Il s'agissait également de savoir si les observations recueillies étaient pertinentes pour l'analyse des interactions didactiques, ce second objectif étant tributaire du premier.

Nous avons observé dix séances de préceptorat avec ce premier dispositif. Pour chaque séance, nous avons convoqué, sur la base du volontariat, un élève et un professeur qui ne s'étaient jamais rencontrés. Les sept élèves ayant participé à cette première campagne expérimentale appartenaient à une classe de troisième d'un collège de l'agglomération grenobloise. À chacun, il était proposé de travailler, avec Cabri-géomètre, sur des problèmes de géométrie que nous leur donnions en début de séance. Ils savaient qu'ils pouvaient à tout moment appeler un professeur distant pour le solliciter à leur convenance. Ils ignoraient la localisation exacte de ce professeur (en fait un bureau voisin) et savaient que la durée de la communication, matérialisée sur l'écran de la machine, était plafonnée. Les sept professeurs de mathématiques, provenaient de différents lycées et collèges de la région. Ils savaient uniquement qu'un élève inconnu d'un niveau de fin de collège pouvait appeler à tout instant à propos de géométrie. Ils n'avaient aucune autre précision, en particulier sur l'activité de l'élève en dehors des phases de communication.

Pour chaque séance, trois ou quatre problèmes ont été proposés à l'élève. Ces problèmes (reproduits dans l'annexe 1) ont été choisis en fonction de leur complexité a priori et de leur pertinence relativement à Cabri-géomètre. Il s'agissait d'assurer que les échanges pendant l'interaction aient un contenu mathématique et didactique significatif. Tous les problèmes de cette première campagne d'expérimentation sont issus du manuel Cabri-classe (Capponi et Laborde 1994). Ils sont prévus pour être résolus dans l'environnement Cabri-géomètre et appartiennent au domaine organisé par le classique « théorème du milieu » dans un triangle. Ce choix tient au nombre significatif de recherches dans ce même domaine (Ag Almouloud 1992) et nous permettait d'avoir quelques idées sur ce qu'il peut advenir au cours des expériences.

II.3. Bilan sur le dispositif expérimental et premiers résultats

Les analyses des interactions observées lors de cette première campagne expérimentale sont présentées au chapitre 5. Cependant, un premier bilan sur son déroulement permet de comprendre les choix que nous avons faits pour la seconde campagne expérimentale.

Tableau 1 : Problèmes abordés au cours de l'interaction précepteur-élèves. Il n'existe pas de protocole 10, car Simon n'a jamais sollicité le précepteur.

		Problèmes				
n°	Précepteur / Elève	I	II	III	IV	V
1	Félicie / Théo	■	■			
2	Suzon / Maud	■	■			
3	Rose / Théo			■	■	
4	Jeanne / Paul		■		■	
5	Emile / Jean	■		■		
6	Gaston / Yvan		■			
7	Gaston / Simon		■			
8	Adèle / Paul			■		■
9	Jeanne / Remi		■	■		
10	Adèle / Simon					

L'organisation pratique des expérimentations, qui avait pour but de maintenir la fiction de la distance, a bien fonctionné. Pour cela, nous avons fait en sorte que le professeur et l'élève arrivent de façon décalée. Dans les consignes qui leur étaient données, nous ne leur disions rien de leur localisation respective. Dans le cours des interactions, la question de savoir où était l'interlocuteur n'a pas été posée. Elle a comme disparu au profit de comment résoudre la tâche mathématique.

Cette première campagne expérimentale a démontré que nos exigences sur la qualité du partage de l'espace de travail virtuel, du son et de la vidéo étaient suffisantes pour permettre un véritable engagement des sujets dans la tâche. Professeurs et élèves ont très rapidement oublié les particularités du dispositif pour s'engager dans leurs tâches respectives, enseigner et apprendre. Si l'implication rapide des utilisateurs confirme le fait que le dispositif n'est pas un obstacle au travail du précepteur et de l'élève, cela ne signifie pas qu'il soit transparent. Il devient alors nécessaire d'avoir des outils plus fins pour identifier les conséquences qu'a le dispositif dans l'interaction didactique. C'est le rôle que nous comptons faire jouer à notre analyse didactique des interactions du point de vue du précepteur présentées dans les chapitres 5 et 6.

Une première analyse de l'interaction montre qu'effectivement des phénomènes tels que l'étayage et l'effet Topaze apparaissent et sont pertinents pour rendre compte de l'interaction didactique observée (Balacheff et Soury-Lavergne 1995). De même, une analyse en terme de processus explicatif confirme l'intérêt du dispositif pour l'étude du travail de l'enseignant (Balacheff et Soury-Lavergne 1996). Cela renforce l'intérêt pour la didactique de cette situation particulière d'apprentissage et d'enseignement qu'est le préceptorat distant. Elle donne un accès privilégié au travail de l'enseignant et de l'élève en interaction (Hoyles et Sutherland 1989).

Cependant, la situation dans le laboratoire, même si elle a été prise au sérieux par les sujets expérimentaux, ne permet pas de modéliser les enjeux d'un point de vue didactique. La pertinence du dispositif étant démontrée, l'idée d'un programme de recherche doté d'un centre expérimental, à la façon du COREM de Bordeaux installé à l'école Jules Michellet (Brousseau 1998), a vu le jour. Dans cette perspective, la nécessité d'implanter le dispositif au cœur d'un véritable système didactique est apparue.

III. Un dispositif d'enseignement individualise et a distance insere dans une institution scolaire : TeleCabri au lycee-college de l'hopital

Les résultats de la première campagne expérimentale ont montré la pertinence de l'analyse didactique des usages de la téléprésence pour l'enseignement.

Mais si nous voulons observer des interactions enseignant élève pertinentes pour les analyses didactiques, il faut que nous puissions contrôler les contraintes de la situation dans laquelle ils interagissent et que nous observons.

Cette question des contraintes s'avère centrale. En effet, la problématique didactique est en général envisagée comme une tentative de modélisation de l'activité de l'enseignant et de l'élève, qui prend compte les contraintes qui agissant sur l'interaction, notamment celles qui sont caractéristiques du savoir en jeu. L'identification de ces contraintes permet de donner du sens aux comportements et décisions des acteurs de la relation didactique. Or, toutes les contraintes pertinentes ne sont pas identifiées. Cela rend impossible la reconstruction pièce par pièce, de manière expérimentale, de la situation didactique. L'autre façon de faire, que nous avons adoptée dans cette deuxième phase du projet TéléCabri, consiste à insérer le dispositif au sein d'une véritable institution scolaire. Nous faisons alors l'hypothèse que les contraintes de l'institution agiront également sur le fonctionnement du dispositif. En particulier, l'exigence que les apprentissages provoqués concernent des connaissances qui soient conformes aux savoirs tels qu'ils sont présentés dans les programmes officiels, sera présente. Nous avons ainsi les moyens de contrôler la validité didactique des situations observées.

Le choix de l'institution scolaire n'est pas non plus anodin. Il fallait trouver un terrain expérimental dans lequel la téléprésence soit un réel outil pour l'enseignement et l'apprentissage et pas un dispositif anecdotique. Le fait que le dispositif réponde à de véritables besoins, en permettant par exemple de résoudre certaines difficultés d'organisation de la structure au sein de laquelle nous allions l'intégrer, nous a paru un facteur de réussite de son insertion dans la pratique des enseignants et des élèves. La structure lycée-collège de l'hôpital de Grenoble répond à cette exigence.

III.1. Le lycée-collège de l'hôpital Michallon

À l'hôpital Michallon de Grenoble, il existe un lycée-collège qui prend en charge le soutien scolaire des élèves âgés de 11 à 20 ans qui sont amenés à séjourner à l'hôpital. Cette structure, initiée en 1991 par Laurence Thabaret avec le soutien de l'Académie de Grenoble, repose sur une équipe constituée d'un enseignant responsable de l'organisation, de deux enseignants à temps partiel (mathématiques et anglais) ainsi que d'une trentaine de volontaires pour enseigner les diverses disciplines. Sa mission est de prendre le relais des établissements scolaires afin de réduire l'impact négatif d'un séjour hospitalier en particulier sur la scolarité des patients. Son mode d'organisation, supervisé par le rectorat de Grenoble, alliant professeurs de l'éducation nationale et professeurs bénévoles, en fait une structure unique en France.

III.1.1. Le fonctionnement du lycée-collège assujetti au système de soins

Le fonctionnement normal du lycée-collège de l'hôpital consiste à assurer des cours individualisés, soit au pied du lit soit en salle de classe, pour tous les élèves qui sont dans un état de santé qui le permet. Les leçons sont organisées quotidiennement afin de s'adapter au mieux à la disponibilité des élèves.

Figure 10 : La salle de classe du lycée collège de l'hôpital.

Cependant, cette organisation quotidienne ne permet pas de prendre en compte les nombreux changements dans la disponibilité des élèves qui surviennent dans la journée. Il est en fait très fréquent qu'une leçon planifiée le matin même ne puisse pas avoir lieu parce que l'élève est trop fatigué ou reçoit des soins. À la prise en compte des contraintes thérapeutiques et de l'instabilité de l'état physique et moral des élèves, s'ajoute celle de la dispersion des élèves au sein d'un grand hôpital. Les distances et le temps de parcours d'une chambre à l'autre (fréquemment de l'ordre du quart d'heure) rendent impossible l'adaptation immédiate des planning d'interventions des enseignants à un changement dans la disponibilité des élèves : si un élève ne peut pas bénéficier d'un cours prévu, il est matériellement quasiment impossible pour l'enseignant de repasser plus tard dans la même demi-journée quand l'élève serait susceptible d'être de nouveau disponible.

Il s'ensuit que de nombreux cours n'ont pas lieu et que cela a un impact négatif sur le moral des élèves et la reconnaissance de la structure au sein de l'hôpital. En effet, l'indétermination créée par les leçons annulées s'ajoute à toutes les incertitudes liées à l'état de santé de l'élève hospitalisé et au déroulement du temps tout à fait particulier que vit le patient hospitalisé. La présence régulière d'un enseignant auprès de l'élève est reconnue par tous, élèves, parents et personnels soignants, comme un élément important dans les conditions de vie de l'enfant hospitalisé contribuant à sa guérison et à son retour à la vie normale[2].

III.1.2. Quelle place pour TéléCabri

Dans les conditions de fonctionnement décrites ci-dessus, un dispositif de téléprésence permettrait de résoudre certains problèmes d'organisation et pourrait assurer une plus grande stabilité de la « présence » des enseignants auprès des élèves. Il ne s'agit pas de remplacer les leçons en direct au pied du lit, mais de compenser l'annulation d'une leçon par une interaction téléprésente qui, elle, peut avoir lieu à la demande de l'élève lorsqu'il est de nouveau disponible. De plus, la mise à disposition de l'élève d'un dispositif pour interagir à distance, lui procure un support pour travailler de façon autonome. Si le même outil peut être utilisé par l'élève pour un travail indépendant ou en interaction avec un enseignant, alors il contribue à augmenter l'adaptation de toute la structure au rythme d'apprentissage propre à chaque élève et tout particulièrement à l'élève malade. Il est même alors possible de satisfaire une éventuelle demande spontanée de l'élève. Ainsi, la présence d'une plate-forme de télé-enseignement rend possible une articulation de phases de présence de l'enseignant auprès de l'élève, de travail autonome de l'élève et d'interaction téléprésente et contribue à l'adaptation et la continuité de l'assistance scolaire auprès de l'enfant malade.

En outre, l'existence d'un tel dispositif au sein de l'école de l'hôpital permet également de résoudre le problème de la continuité de l'enseignement durant l'alternance des périodes de soins à domicile et des périodes d'hospitalisation. En effet, malgré le développement croissant des hospitalisations courtes suivies d'une hospitalisation à domicile, le suivi scolaire à domicile par le lycée-collège pendant les suites de l'hospitalisation est inexistant[3]. Ce développement de l'hospitalisation à domicile entraîne un raccourcissement et un morcellement des séjours à l'hôpital et donc de l'action du lycée-collège auprès des élèves. La possibilité offerte aux élèves par TéléCabri, d'interagir à distance avec les enseignants déjà rencontrés lors de l'hospitalisation, est une amélioration significative de l'action de soutien scolaire. La poursuite logique est d'inclure les établissements scolaires d'origine des élèves au sein du dispositif de télé-enseignement. Cela redonnerait unité et cohérence à l'ensemble des interventions enseignantes auprès des élèves malades.

Dans ce contexte, le projet TéléCabri permet de répondre à de réels besoins en apportant des moyens complémentaires à l'action humaine pour assurer la continuité de la scolarisation des élèves pendant les épisodes de maladie, que ce soit à l'hôpital en dehors des moments de rencontre effective ou à domicile en complément des visites des enseignants.

---

[2] Déclaration des professeurs du CHU Michallon dans une lettre du 12 mai 1992 adressée au recteur de Grenoble pour le soutien de la création de la structure de lycée-collège de l'hôpital.

[3] D'autres structures regroupant des enseignants bénévoles, telle que le « Comité Isérois d'Aide à l'Enfance », prennent en charge les leçons au domicile des élèves. Mais les enseignants ne sont pas les mêmes entraînant une nouvelle rupture dans le suivi scolaire des élèves.

III.2. Principes et mise en place de la plate-forme au lycée-collège du CHU

TéléCabri apporte des ressources distribuées d'enseignement, coordonnant téléprésence et partage de l'espace de travail. Les caractéristiques techniques de la plate-forme ont été déterminées en fonction des besoins des utilisateurs et de la problématique TéléCabri.

III.2.1. Choix techniques

Les fonctionnalités techniques de la plate-forme mise en place ont pour objectif de faciliter l'organisation des rencontres entre professeurs et élèves en profitant au mieux de leur disponibilité. Dans ce but, le dispositif doit pouvoir offrir aux utilisateurs, élèves ou enseignants, différents types d'usage. Ces usages vont du travail autonome à l'interaction individualisée en passant par une communication asynchrone. Le dispositif est également accessible en différents lieux tels que la salle de classe du lycée-collège, la chambre du patient ou son domicile (voire son établissement scolaire).

Les fonctionnalités suivantes ont donc été considérées comme nécessaires pour la plate-forme du lycée-collège de l'hôpital (Balacheff 1996 ; Masseux 1998) :

- fonctionnalités de travail autonome de l'élève ou de l'enseignant : ressources logicielles pédagogiques dont Cabri-géomètre, accès Internet ;
- fonctionnalités spécifiques pour le travail autonome de l'enseignant : consultation des profils des élèves, outil d'aide au diagnostic de l'activité de l'élève, outil d'aide à la prise de décision ;
- fonctionnalités de travail interactif entre l'enseignant et l'élève : outil de consultation des enseignants disponibles, outils de travail collaboratif en temps réel (visiocommunication et partage d'applications point à point), outils de communication asynchrone (courrier électronique et envoi de fichier).

La réalisation technique d'une plate-forme décrite par les fonctionnalités énumérées ci-dessus nécessite un travail de recherche pour ce qui concerne les fonctionnalités de travail autonome de l'enseignant (ce qui n'est pas l'objectif de notre propre travail) ainsi que la résolution de problèmes relatifs aux technologies informatiques de communication. Ces derniers ont pu être résolus dans le cadre de partenariats industriels (Balacheff 1996). Ils ont conduit aux choix informatiques suivants :

- un réseau hétérogène, LAN Ethernet à l'intérieur de l'hôpital et RNIS à l'extérieur, pour assurer une qualité de communication suffisante pour l'interaction en temps réel ;
- une solution PictureTel de visiocommunication point à point adaptée aux spécificités du réseau hétérogène (incluant une passerelle de conversion des protocoles audio vidéo et contrôle d'applications entre les deux réseaux) qui a fait l'objet d'un prêt pour évaluation dans le cadre d'une collaboration avec la société PictureTel ;
- des ordinateurs individuels multimédia Hewlett-Packard et un serveur sur lesquels puissent tourner les applications de travail collaboratif ainsi que les logiciels pédagogiques. Ces machines ont été l'objet d'une dotation de la part de Hewlett-Packard dans le cadre de leur action Hewlett-Packard Distance Learning Initiative.

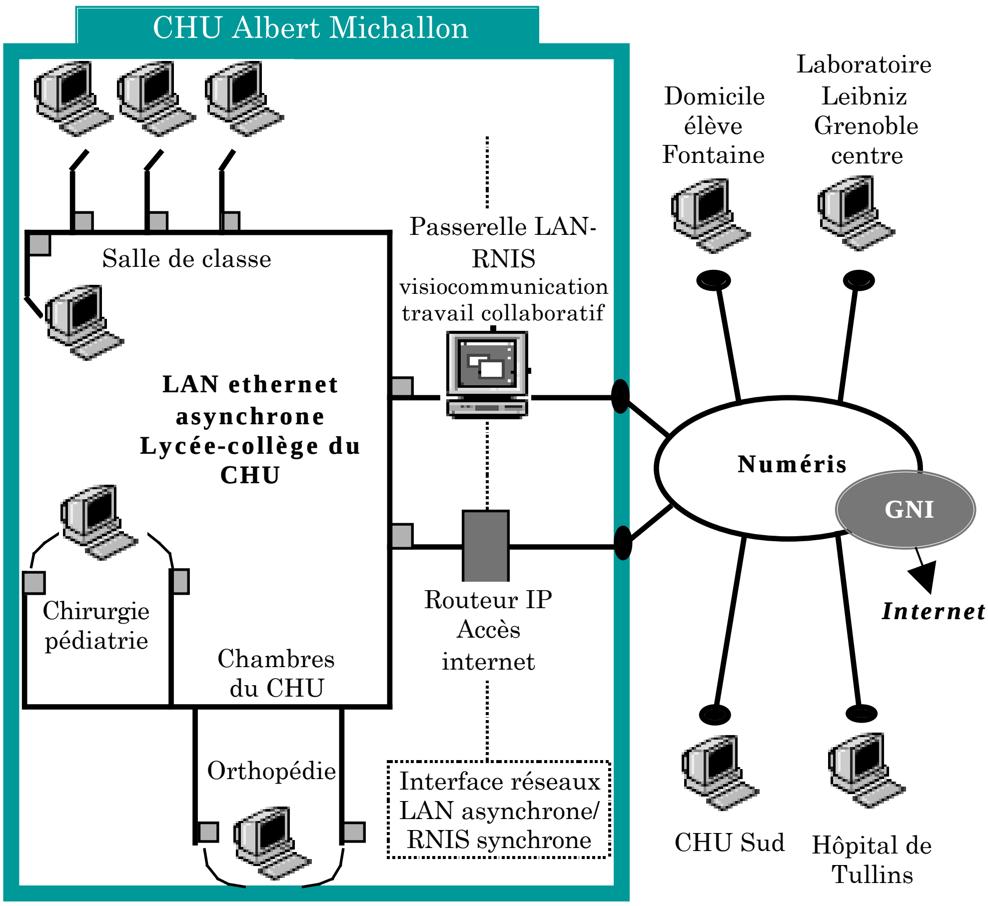


Figure 11 : Architecture[4] de la plate-forme du projet TéléCabri.

[4] Numéris est le produit RNIS de France Telecom. GNI (Grenoble Network Initiative) nous a fourni l'accès à Internet.

Les principes ayant guidé les choix techniques sont cohérents avec notre objectif de recherche, l'analyse des interactions individualisées entre un enseignant et un élève. Une telle plate-forme nous permet d'étudier certaines interactions en mathématiques d'un point de vue didactique.

III.3.2. Les usages de la plate-forme, l'aspect décisif de la formation des enseignants à l'outil technologique

Au delà de l'installation matérielle du dispositif, c'est l'usage qu'en font les enseignants et les élèves qui nous concerne. C'est à l'intérieur d'un certain usage que nous pourrons observer et analyser des interactions didactiques. La description de l'utilisation courante de la plate-forme est alors importante pour pouvoir comprendre dans quelle situation se trouvaient les enseignants et les élèves qui ont accepté de prendre part à nos expérimentations.

L'utilisation de la plate-forme est contrainte d'une part par les fonctionnalités qui sont effectivement disponibles et d'autre part par les compétences des utilisateurs. La présence ou l'absence d'une fonctionnalité du dispositif rend l'ensemble des autres fonctionnalités plus ou moins pertinentes. Ainsi, il est évident que la possibilité d'interagir à distance rend indispensable l'existence d'un support logiciel adapté au contenu de connaissances et partageable entre les deux interlocuteurs. Inversement, élèves et enseignants peuvent utiliser les logiciels pédagogiques soit de façon autonome soit en travaillant côte à côte. La pertinence de l'utilisation des outils de travail en présentiel conditionne en partie l'intérêt qu'ils pourront trouver à la téléprésence. L'exploitation de la téléprésence passe donc par celle des EIAH. Le type d'exploitation des logiciels pédagogiques fait par les enseignants est un bon indicateur de ce qu'ils pourront projeter et mettre en œuvre en téléprésence.

LES PRINCIPES SOUS-JACENTS DANS LA FORMATION PROPOSEE AUX ENSEIGNANTS

Pour la population d'enseignants bénévoles à laquelle nous nous sommes adressés, l'utilisation d'un ordinateur était une activité nouvelle pour laquelle la majorité n'avait aucune expérience. Une dimension de notre travail a donc consisté à familiariser les enseignants avec l’environnement informatique et à initier une réflexion sur la nature et l’organisation du travail à l’aide de ce dispositif. Nos compétences comme nos besoins expérimentaux étant exclusivement relatifs à l'enseignement des mathématiques, nous avons initialement centré nos efforts en direction des enseignants de mathématiques. Sans élaborer un véritable cursus de formation, nous avons mis en place des séances régulières d'initiation (une heure hebdomadaire, plus à la demande) basées sur les principes suivants.

D'abord, nous pensions que la bonne maîtrise informatique d'un logiciel tel que Cabri-géomètre permettrait d'une part d'aller plus vite dans la maîtrise ultérieure d'autres logiciels et était par ailleurs un bon moyen d'inciter les enseignants à avoir les compétences minimales sur le système d'exploitation windows (tel que la gestion des fenêtres, des fichiers, le démarrage d'une application). À partir de là, la maîtrise informatique des outils de téléprésence ne devait pas receler une grande complexité.

Ensuite, « c'est en faisant qu'on apprend ». Nous avons mis directement les enseignants dans la situation de manipuler Cabri-géomètre pour résoudre des exercices de géométrie. La convivialité de manipulation de l'environnement et sa pertinence mathématique nous ont fait supposer que les difficultés de manipulation, physiques et conceptuelles, seraient rapidement dominées lors de l'utilisation de Cabri-géomètre (en tout cas plus rapidement qu'avec d'autres logiciels).

Enfin, pour l'exploitation pédagogique de Cabri-géomètre, nous nous attendions à ce que chaque enseignant puisse concevoir une utilisation s'accordant au mieux avec son propre style pédagogique. Nous supposions également que, à moyen terme, certaines utilisations s'avéreraient plus pertinentes et entraîneraient une évolution de leurs pratiques d'enseignement.

Notre rôle consistait essentiellement à fournir une assistance technique lors de la découverte du logiciel, assistance destinée essentiellement à éviter que les débutants ne soient bloqués dans leur travail par une mauvaise manipulation.

L'UTILISATION EFFECTIVE

L'utilisation des logiciels est rentrée un peu dans les habitudes du lycée-collège mais ne correspond pas exactement à celle que nous souhaitions installer. Trois points sont caractéristiques de la pratique quotidienne du lycée-collège.

En premier lieu, le recours à l'informatique a permis d'organiser plus souplement les après-midi de travail dans la salle de classe de l'hôpital. L'organisation habituelle du travail des élèves a évolué pour insérer des phases de travail autonome avec la machine entre deux leçons programmées avec les enseignants. Cela a pour conséquence immédiate que les élèves n'attendent plus que leur professeur ait fini la leçon avec un autre élève et soit libre. Cependant, au cours de ces phases dédiées à l'informatique, peu de contrôle est effectué par les enseignants sur la nature du travail et des apprentissages de l'élève. Afin de compenser ce manque d'investissement du point de vue enseignement, les enseignants privilégient l'utilisation de logiciels très orientés vers l'acquisition de compétences facilement identifiables (type QCM). Ils s'assurent ainsi d'un niveau minimum de travail et d'apprentissage pour l'élève et d'un maximum d'autonomie dans son activité.

Un tel fonctionnement ne favorise pas l'utilisation d'environnements plus exigeants en terme d'organisation et de contrôle de la part de l'enseignant sur les apprentissages de l'élève. L'usage des environnements de type micromonde est donc plus rarement fait. Quelques enseignants utilisent toutefois Cabri-géomètre avec un élève lorsque le contenu de la leçon le justifie. Cependant, jusqu'à aujourd'hui, leur mise en œuvre de Cabri-géomètre correspond plutôt à celle d'un outil de dessin géométrique et n'exploite pas véritablement le caractère dynamique des constructions. Nous retrouverons les traces de ce fonctionnement dans nos analyses (chapitre 6).

Figure 12 : Interaction téléprésentielle entre un enseignant de mathématiques et une élève avec Cabri-géomètre.

Parallèlement, l'utilisation de la téléprésence a eu lieu dans le cadre des expérimentations que nous avons mises en place (cf. ce chapitre §IV. Seconde campagne expérimentale). La réalisation de cette campagne expérimentale impliquant certains usagers du lycée-collège de l'hôpital a nettement contribué à la dynamique de développement du projet en donnant surtout une preuve de l'existence et de la faisabilité de ce type d'interaction.

COMMENT AMELIORER L'UTILISATION DE LA PLATE-FORME ?

Ces constatations sur l’usage effectif de la plate-forme nous incitent à avoir un regard critique sur son intégration dans les pratiques quotidiennes. Quelques hypothèses peuvent être faites sur ce qui joue un rôle dans cette intégration, au delà de la disponibilité technique des différentes fonctionnalités.

La première est relative à la motivation des utilisateurs. Les enseignants étant des bénévoles, ils sont libres aussi bien de s'investir que de se désinvestir dans le projet. Cela rend la question de la motivation particulièrement cruciale. Or, la principale motivation des enseignants bénévoles du lycée-collège vient de la dimension sociale et humaine de la rencontre avec les enfants malades. Que cette rencontre leur permette, en plus, de faire en sorte que l'élève bénéficie des compétences qu'ils ont acquises au cours de leur carrière d'enseignant est un point également très positif. Mais ça ne signifie pas qu'ils vont vouloir faire évoluer significativement leurs compétences afin de pouvoir utiliser, même de façon limitée, le dispositif TéléCabri. La demande des élèves s'est avérée précieuse et suffisante pour inciter les enseignants à utiliser le dispositif et à se former. Cependant, si la motivation des usagers est nécessaire elle reste insuffisante pour que le dispositif s'intègre pleinement dans les usages quotidiens.

La deuxième hypothèse est que la formation que nous avons proposée aux enseignants n'était pas la mieux adaptée à ce public. Ceci nous indique qu'une meilleure maîtrise des processus en jeu dans ce type de formation est nécessaire (bien qu'elle échappe à notre problématique). Un programme plus élaboré de formation des enseignants, dans diverses disciplines, a été mis en place en collaboration avec la MAFPEN et est actuellement en cours.

La troisième hypothèse est celle de la complexité de la situation que nous introduisons avec TéléCabri. Cette complexité est issue des caractéristiques des EIAH et de l'interaction de préceptorat. C'est l'hypothèse que nous essayons de valider dans ce travail. Par volonté de s'adapter au mieux au programme que suivrait normalement l'élève, l'enseignant doit prendre en compte une grande diversité de niveaux et de contenus (toutes les filières d'enseignement général ou professionnel de la sixième à la terminale). Or il n'existe pas de « collection » de séquences didactiques informatisées (à la façon des listes d'exercices qu'on trouve dans les manuels scolaires) pour chaque demande de chaque élève. L'enseignant doit donc, soit préparer ses propres supports d'interaction pour la leçon, en supposant qu'il puisse les préparer à l'avance, soit réagir à chaud aux requêtes des élèves. Dans le premier cas, la réutilisation d'un support d'interaction n'étant pas très probable, l'investissement en préparation n'est pas rentable et difficilement justifiable pour un bénévole. Dans le second cas, la réponse à chaud à la requête d'un élève introduit une complexité qui est encore accrue par le contexte de téléprésence. C'est cette complexité que nous analysons dans les chapitres 5 et 6.

C'est dans le cadre de cette émergence de pratiques des EIAH et de la téléprésence au sein du lycée-collège de l'hôpital, que nous avons réalisé notre seconde campagne expérimentale.

IV. SECONDE CAMPAGNE EXPERIMENTALE

Nous avons organisé une campagne de 19 expérimentations dans le but d'observer et d'analyser les interactions téléprésentes de préceptorat.

IV.1. Les objectifs expérimentaux et l'organisation qui en résulte

Ces expérimentations ont été construites de façon à ce que les observations recueillies soient analysables dans le cadre de la théorie des situations. La théorie des situations étant un outil a priori destiné à l'analyse de toute situation d'enseignement et d'apprentissage, il suffisait que nous nous assurions d'un réel enjeu d'enseignement et d'apprentissage dans la séquence observée pour que la théorie soit applicable. Le fait d'insérer les expérimentations dans le déroulement effectif des après-midi de travail du lycée-collège de l'hôpital nous a permis de satisfaire ce point. La confirmation viendra également a posteriori par la mise en évidence de phénomènes liés à la présence d'un enjeu d'apprentissage et d'enseignement.

Le but était de réaliser, pour l'analyser, le préceptorat tel que nous l'avons caractérisé au chapitre 2. Nous avons caractérisé la situation du précepteur distant par le fait qu'il n'a connaissance au début de l'interaction :

(i) ni du problème mathématique que résout l'élève ;
(ii) ni de la solution de ce problème ;
(iii) ni du niveau mathématique de l'élève, en particulier des connaissances visées par le problème ;
(iv) ni du problème rencontré par l'élève dans la résolution de ce problème.

Il s'agissait donc de reproduire expérimentalement ces conditions. Pour cela, il fallait que l'enseignant soit dans l'ignorance, avant l'interaction, de qui allait l'appeler et à propos de quoi. Il fallait également que l'élève puisse commencer un travail seul qui soit ensuite partageable à distance. En proposant à l'élève de choisir une activité mathématique dans un ensemble assez vaste, nous nous sommes assurés de la découverte, à chaque nouvelle expérimentation, de la situation de l'élève par l'enseignant.

Au moment de l'ouverture de la communication entre le précepteur et l'élève, l'environnement partagé comprend (cf. Figure 13) : une fenêtre vidéo dans laquelle apparaît l'élève (du côté du précepteur mais le précepteur du côté de l'élève), une fenêtre de navigateur Internet dans laquelle est affiché l'exercice choisi par l'élève ainsi que la réponse de l'élève s'il en a rédigée une, enfin une fenêtre de Cabri-géomètre dans laquelle une figure géométrique est éventuellement construite.

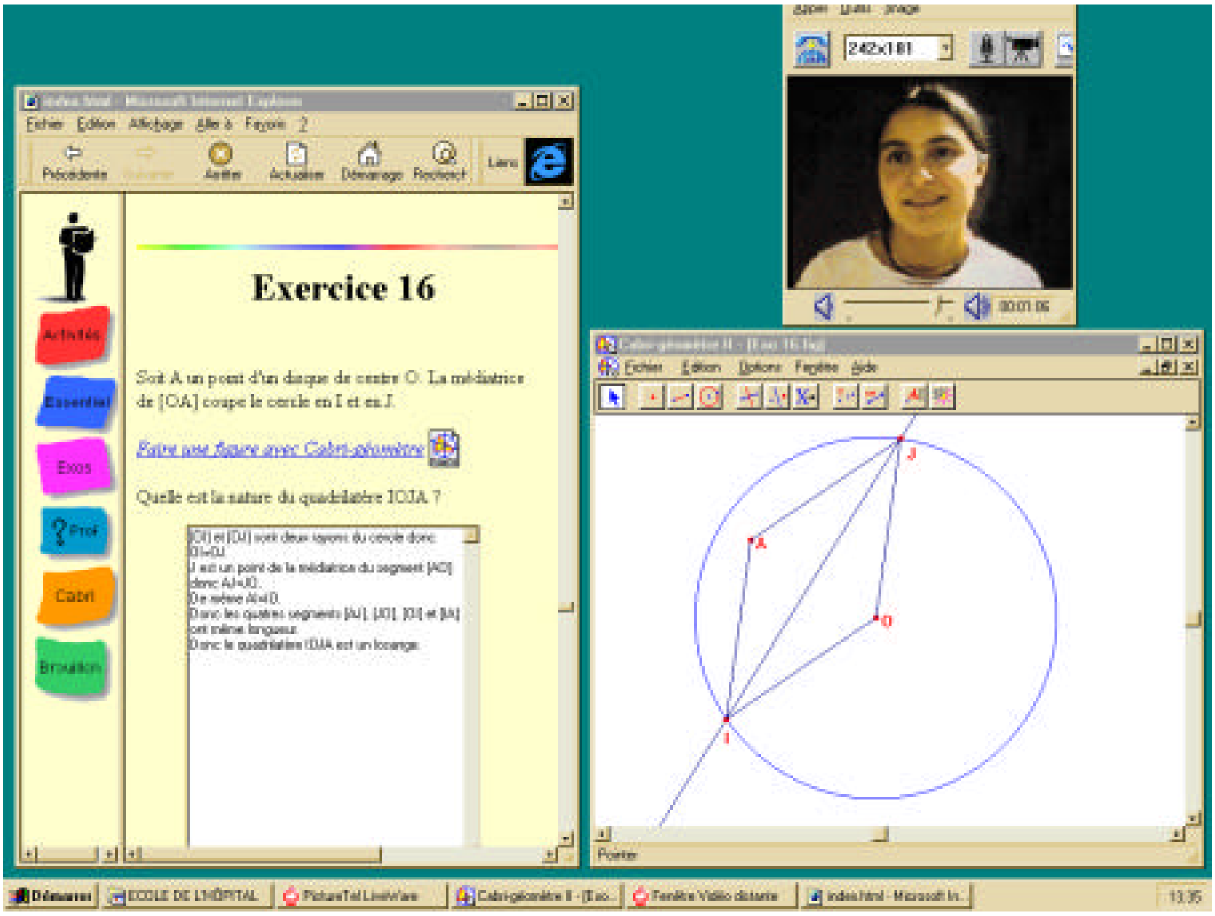


Figure 13 : Interface du poste enseignant comprenant une fenêtre pour la visiocommunication, une fenêtre de navigateur où apparaît un énoncé d'exercice ainsi qu'une zone de rédaction de texte et une fenêtre avec Cabri-géomètre, ces deux dernières fenêtres étant accessibles à l'enseignant comme à l'élève.

Un objectif de nos analyses du préceptorat était de voir comment l'enseignant s'appropriait l'exercice choisi par l'élève, s'orientait parmi les exercices déjà faits puis en choisissait un autre afin d'amener l'élève à certains apprentissages et pas à d'autres. Pour cela il fallait que l'environnement partageable propose un ensemble significatif de situations pour que l'enseignant puisse exercer un véritable choix, comme il l'avait fait dans le dispositif du magicien d'Oz. Les choix de problèmes par l'enseignant s'y étaient révélés significatifs d'une stratégie de conduite de l'interaction. En fait, l'enseignant a toujours laissé l'élève choisir l'exercice qu'il voulait faire et n'a jamais remis en cause ce choix.

Les cinq précepteurs, qui ont participé à nos expérimentations, sont trois enseignants bénévoles au lycée-collège de l'hôpital et deux enseignants de mathématiques du secondaire, membres de notre laboratoire. Les compétences de chacun sur Cabri-géomètre sont très diverses et nous permettent de voir dans quelle mesure elles sont nécessaires à la gestion d'une interaction de type préceptorat téléprésent. Les six élèves concernés étaient scolarisés au sein de la structure lycée-collège de l'hôpital, à un niveau de fin de collège.

IV.2. Recueil d'observations

Chacune des 19 expérimentations a eu lieu un après-midi *pendant le travail normal des élèves de l'hôpital*. Le précepteur venait au laboratoire pour pouvoir intervenir depuis le poste distant. Les élèves travaillant en salle de classe consacraient une partie de leur temps de cours de l'après-midi à un travail de géométrie à partir du support Web et de Cabri-géomètre (présentation de la tâche des élèves au §IV.3.). Lorsqu'ils le désiraient, ils pouvaient appeler le précepteur distant pour une interaction téléprésente. Au cours de chaque après-midi, deux élèves en moyenne ont pu travailler successivement avec le dispositif.

Nous avons ainsi recueilli 19 sessions de travail entre un précepteur et un élève, chaque session correspondant à une ou plusieurs interactions entre un même couple précepteur-élève.

Dispositif d'observation

Les observations ont été recueillies de la façon suivante. Du côté élève, un observateur était en charge de l'enregistrement sur cassette audio des interactions verbales. Il devait aussi s'occuper du démarrage du dispositif informatique, du chargement des applications nécessaires au travail des élèves et veiller à leur bon fonctionnement.

Du côté précepteur, nous avons également fait un enregistrement audio ainsi que deux enregistrements audio-vidéo. Le premier a consisté en un enregistrement au format S-VHS de l'image du moniteur du précepteur, image recueillie sur un magnétoscope grâce à un convertisseur (ScanDo) d'image informatique en image vidéo. On a ainsi obtenu un enregistrement vidéo, à la manière de la Figure 13, permettant de rejouer l'intégralité des actions de l'interface synchronisées avec les dialogues. Le second enregistrement vidéo, réalisé au format Hi-8 avec une caméra adaptée à la capture d'écrans d'ordinateurs (réglage de la vitesse de balayage possible), s'est avéré inexploitable. Il avait pour but de recueillir le profil arrière de l'enseignant, son ordinateur incluant ainsi l'image vidéo de l'élève (à la manière de la Figure 12). Il nous aurait permis, en particulier, d'avoir le déplacement des mains du précepteur. Le fonctionnement du dispositif d'observation du côté précepteur incluait la présence de l'expérimentatrice et d'un cameraman.

Traitement des observations

Chaque session expérimentale a fait l'objet d'une transcription de l'ensemble des interactions verbales ainsi que des états significatifs des fenêtres des applications Web et Cabri-géomètre. Cette conversion des données audio et vidéo en protocoles papier représente une première transformation des observables. Ce travail fait partie de l'activité du chercheur en didactique mais n'est pas problématisé. Néanmoins, nous apportons les précisions suivantes. Les choix de retranscription sont très simples et ont pour but de rendre la lecture des protocoles la plus transparente possible. La ponctuation est utilisée comme dans la prose pour marquer le rythme des phrases et l'intonation : une virgule pour une petite pause, un point pour une fin de phrase ou une chute de la voix, un point d'exclamation pour marquer la montée de l'intonation et un point d'interrogation pour une question. Nous avons utilisé les trois points soit pour indiquer qu'une phrase continuait d'un tour de parole sur l'autre chez un même locuteur (dans ce cas là, les trois points sont repris au début du tour de parole suivant), soit pour indiquer une phrase non terminée. Enfin, ayant supposé que les temps de silence ne seraient pas significatifs par rapport à l'enjeu mathématique et didactique de l'interaction, nous ne les avons généralement pas indiqués.

Les protocoles sont reproduits intégralement dans l'annexe 3. Les enregistrements audio et vidéo sont disponibles au laboratoire pour d'autres recherches.

IV.2. La tâche mathématique de l'élève

Les tâches proposées aux élèves devaient répondre à plusieurs contraintes.

D'une part, il fallait que les situations soient suffisamment nombreuses et variées pour que les élèves participant aux expériences aient un réel choix qui perdure pendant le déroulement de la campagne expérimentale. Cette contrainte est renforcée par le fait que, en définitive, relativement peu d'élèves de l'école de l'hôpital (cinq au total) étaient scolarisés au niveau qui nous intéresse (quatrième ou troisième). De plus, la richesse des exercices proposés était nécessaire pour s'assurer qu'une véritable découverte par le précepteur de la situation et de la tâche de l'élève aurait lieu au moment de la communication avec celui-ci. Cet impératif de richesse et de variété des situations nous a conduit à devoir proposer un grand nombre de tâches. Dans ces conditions, il s'est avéré matériellement impossible de concevoir un nombre suffisant d'exercices différents dont la pertinence soit didactiquement contrôlée. En particulier, nous n'avons pas pu faire subir à chaque exercice retenu toutes les transformations requises pour l'adapter à la téléprésence et le rendre pertinent dans le nouvel environnement de résolution constitué essentiellement de Cabri-géomètre. La conclusion de Kaye (§I.1.1. du début de ce chapitre) suggère que le coût élevé de la transformation des contenus pédagogiques pour l'enseignement à distance, n'est pas seulement imputable à une question de temps (Kaye 1994). Il paraît être également dû à une absence de critères et d'outils permettant de guider et de contrôler cette adaptation des contenus.

D'autre part, notre étude de l'interaction didactique passe par une analyse a priori de la situation qui va être proposée à l'élève et finalement gérée par le précepteur. Les exercices proposés devaient donc appartenir à un domaine dans lequel les outils de la didactique fonctionnent (notre problématique de recherche n'étant pas de construire de nouveaux outils pour l'analyse a priori).

Enfin, il fallait que les exercices représentent un chapitre du programme de quatrième afin de légitimer son apprentissage par les élèves dans le cadre de leur scolarisation au lycée-collège de l'hôpital. Notre choix a porté sur la géométrie à propos des quadrilatères et des parallélogrammes.

Nous avons sélectionné un ensemble d'activités et d'exercices dans le manuel Pythagore de quatrième (Bonnefond *et al.* 1992) ainsi que les activités relatives aux quadrilatères du manuel Cabri-classe (Capponi et Laborde 1994). À partir de cette collection d'exercices, nous avons conçu un site Web dont le contenu mathématique est structuré en trois parties (cf. Figure 14) : des activités pour débuter qui correspondent aux activités désignées comme telles dans les deux manuels, une banque de 40 exercices et enfin une partie « cours » rassemblant les définitions, les théorèmes et les propriétés sensés être appris par les élèves.

Figure 14 : Page d'entrée du site Web proposé aux élèves. Six groupes de pages sont accessibles. En plus des pages dont le contenu est mathématique, « Le professeur » propose une aide pour appeler l'enseignant, « Cabri-géomètre » propose une aide pour démarrer Cabri-géomètre et charger les fichiers de figures, « Brouillon » correspond à une feuille vierge pour écrire.

Les pages du site Web sont reproduites dans l'annexe 2.

Outre les « activités pour débuter », identifiées dès la page d'entrée du site (cf. Figure 14), les exercices proposés sont classés en trois catégories — savoir-faire, constructions, apprendre à démontrer — et par ordre croissant de difficulté à l'intérieur de chaque catégorie pour permettre à l'utilisateur de s'orienter parmi les types d'exercices proposés. Nous avons repris les catégories proposées par le manuel Pythagore sans faire d'analyse pour en tester la pertinence. En outre, nous avons essayé de mettre en évidence le problème II du manuel Cabri-classe, pour lequel nous avions pu faire plusieurs observations lors de la première campagne expérimentale (exercice intitulé « pour en finir avec les quadrilatères » cf. Figure 15).

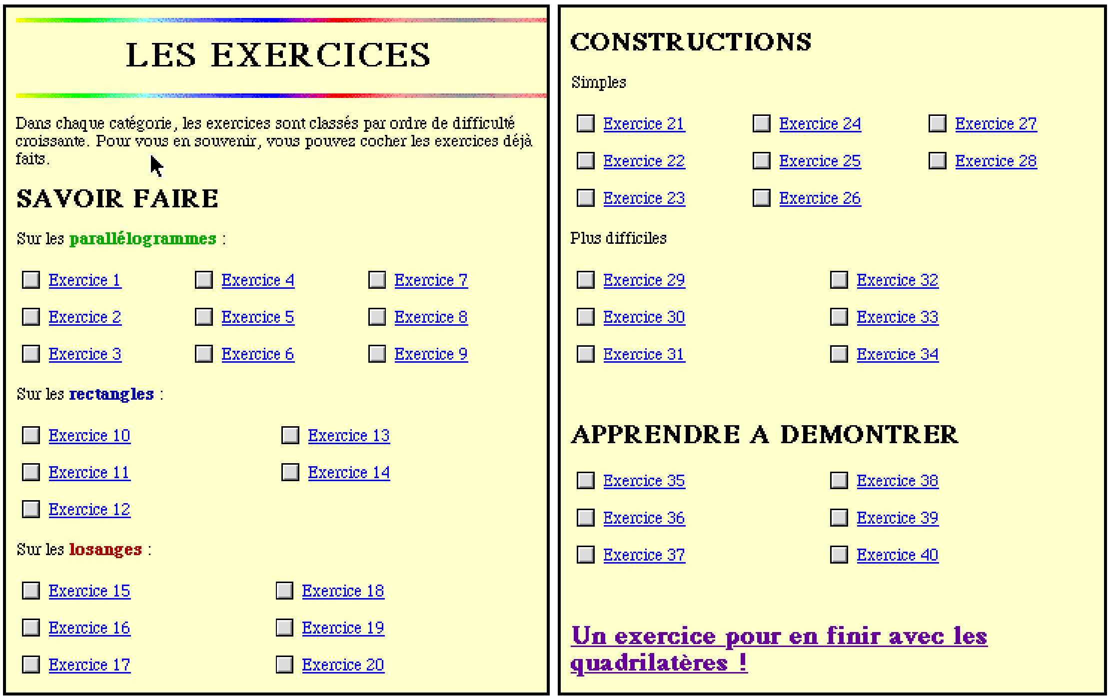


Figure 15 : Page de présentation et d'accès aux exercices dans le site Web conçu pour les expérimentations.

Le Tableau 2 permet de voir que, au cours des 19 séances expérimentales, 18 activités ou exercices différents ont été abordés sur les 50 qui étaient proposés. Les exercices 10 et 11 ont été faits par trois élèves, l'activité 2 et l'exercice 9 par deux élèves (l'exercice 14 est repris par le même élève avec le même précepteur). Il y a donc une grande dispersion des observations par rapport aux exercices choisis. D'autre part, excepté Chloé, aucun élève n'a choisi les exercices apparaissant dans la deuxième partie de la page. En fait, les exercices des catégories « savoir-faire » et « apprendre à démontrer » (n°21 à 40) n'étaient pas directement accessibles dans la fenêtre du navigateur, trop petite pour afficher la page entière. L'utilisation des ascenseurs pour accéder à cette deuxième partie de la page paraît avoir été un obstacle au choix de ces exercices par les élèves. De même, le problème II de la première campagne expérimentale n'a pas été repris.

Tableau 2 : Activités et exercices abordés par les couples précepteurs élèves dans la seconde campagne expérimentale.

n°	Précepteur / Elève	Activités / Exercices																	
		Act 1	Act2	1	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	22	24	27	32
11	Jeanne / Chloé	■																	
12	Jeanne / Bruno		■																
13	Louise / Léa		■																
14	Louise / Inès			■	■														
15	Louise / Chloé																	■	
16	Gaston / Bruno										■								
17	Marius / Chloé												■						
18	Marius / Inès							■											
19	Gaston / Inès									■		■							
20	Gaston / Chloé															■	■		
21	Jeanne / Léa										■	■							
22	Jeanne / Chloé																		■
23	Marius / Léa														■				
24	Marius / Alice											■							
25	Berthe / Léa					■	■												
26	Berthe / Chloé										■								
27	Berthe / Alice													■					
28	Berthe / Léa								■	■									
29	Berthe / Alice													■					

CONCLUSION, UNE REMARQUE DE METHODOLOGIE

La réalisation effective de TéléCabri, incluant la mise en place de la plate-forme et les expérimentations, a permis d'avancer significativement dans deux directions.

D'abord, elle a permis l'observation de situations de préceptorat et leur analyse didactique. Le préceptorat dans TéléCabri joue bien son rôle de microscope donnant un moyen d'accès fin et contrôlable aux interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu.

D'autre part, cette réalisation sur le terrain permet de contrôler que les contraintes agissant sur le dispositif analysé sont celles d'une situation didactique. Sans avoir les moyens théoriques de déterminer toutes celles qui agissent sur les situations didactiques et le préceptorat en particulier, nous avons pu nous assurer par un moyen externe que ces contraintes seraient à l'œuvre dans notre dispositif expérimental. C'est ce qui nous a conduit à inscrire TéléCabri dans une institution scolaire. Le choix du lycée-collège du CHU s'est avéré sensible à deux moments et avec deux conséquences différentes. Lors de la phase d'intégration du dispositif dans les usages, le fait que celui-ci réponde à de réels besoins et que les utilisateurs potentiels soient motivés s'est avéré être un facteur de réussite. La souplesse de l'organisation du lycée-collège, nécessaire pour faire face aux demandes des élèves hospitalisés, a également joué en faveur d'une facilitation de l'intégration de la plate-forme. Par ailleurs, au cours de la phase d'expérimentation, le nombre réduit d'élèves disponibles et de précepteurs opérationnels (pour des raisons purement conjoncturelles) nous a contraints à diversifier les activités mathématiques proposées aux élèves. Cette constatation nous conduit à la réflexion suivante.

La réalisation effective de TéléCabri a mis à jour un paradoxe méthodologique propre au préceptorat qui a eu des conséquences sur notre campagne expérimentale. D'une part, le préceptorat correspond à une situation didactique a priori assez libre sur le contenu mathématique, bien que soumise aux contraintes que l'on a vues (cf. chapitre 2). Il s'agit notamment de la découverte de la situation de l'élève par le précepteur, qui est alors libre de la faire évoluer. D'autre part, la réalisation expérimentale du préceptorat, dans un but d'observation et d'analyse, nécessite au contraire une répétition, voire une reproduction, des séquences pour en permettre une analyse rigoureuse et un début de validation. Or cette reproduction diminue peu à peu l'incertitude du précepteur au moment où commence l'interaction. Ce paradoxe associé aux contraintes du terrain expérimental, en particulier le nombre restreint d'élèves et d'enseignants, a rendu plus délicat le choix des tâches proposées. Du point de vue des analyses, le fait d'avoir plusieurs observations à propos des mêmes tâches, non seulement en diminue le coût (une unique analyse a priori par exemple), mais surtout permet de faire des comparaisons. Sans prétendre à une validation par la répétition, nous verrons que les analyses faites en comparant deux interactions à propos de la même situation sont particulièrement éclairantes. L'idéal pour nous aurait été d'observer toujours les mêmes situations. Mais la nécessité de maintenir le cadre institutionnel de la rencontre entre le précepteur et l'élève a nécessité de diversifier les situations proposées pour ne pas verser dans l'anecdotique.

Tableau 3 : Vue synthétique des deux campagnes d'expérimentation ayant donné lieu à des observations[5]

	date	n° de protocole	Professeur	Elève
Première campagne d'expérimentations	19 juin 1995	1	Félicie	Théo
	20 juin 1995	2	Suzon	Maud
	26 juin 1995	3	Rose	Théo
	26 mars 1996	4	Jeanne	Paul
	6 mai 1996	5	Emile	Jean
	21 mai 1996	6	Gaston	Yvan
	6 juin 1996	7	Gaston	Simon
	3 juin 1996	8	Adèle	Paul
	11 juin 1996	9	Jeanne	Remi
	15 juillet 1996	10*	Adèle	Simon
Seconde campagne d'expérimentations	7avril 1997	11	Jeanne	Chloé & Flora
		12		Bruno
	8 avril 1997	13	Louise	Léa
	29 avril 1997	14	Louise	Inès
		15		Chloé
	2 mai 1997	16	Gaston	Bruno
	5 mai 1997	17	Marius	Chloé
		18		Inès
	6 mai 1997	19	Gaston	Inès
		20		Chloé
	12 mai 1997	21	Jeanne	Léa
		22		Chloé
	15 mai 1997	23	Marius	Léa
		24		Alice
	16 mai 1997	25	Berthe	Léa
		26		Chloé
		27		Alice
	23 mai 1997	28	Berthe	Léa
		29		Alice

Les observations de la première et la seconde campagne expérimentale constituent un ensemble assez hétérogène quant aux tâches abordées par les élèves. Nous proposons donc d'analyser d'abord un ensemble d'interactions relatives à un unique problème, le problème II (annexe 1), qui ont toutes été observées au cours de la première campagne expérimentale (chapitre 5). Nous proposerons ensuite, au chapitre 6, des analyses relatives à la seconde campagne expérimentale.

[5] Tous les précepteurs et les élèves ont été renommés.

Chapitre 5

Analyse du préceptorat dans TéléCabri : le rôle de Cabri-géomètre

Les protocoles rassemblés au cours de nos deux campagnes expérimentales rendent compte d'un ensemble d'interactions à partir desquelles nous allons pouvoir tester la pertinence de nos propositions relativement au préceptorat, à l'étayage et à l'explication.

La construction théorique de l'étayage et de l'explication que nous avons proposée a des conséquences sur la façon dont nous devons conduire nos analyses des interactions.

D'une part, l'étayage et l'explication sont décrits en tant que processus et modélisés par la négociation. Ils ne sont pas de brefs épisodes de l'interaction mais correspondent au sens que les épisodes prennent dans le cours de l'interaction. Par conséquent, l'analyse doit permettre de reconstruire ce processus de négociation et pour cela doit rendre compte de l'ensemble de l'interaction.

D'autre part, la compréhension de l'étayage et l'explication passe par celle de la connaissance en jeu dans l'interaction entre le précepteur et l'élève. C'est par rapport à cet enjeu de l'interaction que nous pourrons décider dans quelle mesure les épisodes relatés relèvent de l'étayage ou de l'explication. Or, dans nos expérimentations, l'enjeu de connaissance est construit au cours de l'interaction et est lui-même l'objet d'une négociation. Cela donne une deuxième raison pour proposer une analyse qui retrace les interactions dans leur intégralité.

Les interactions que nous allons analyser sont médiatisées par l'ordinateur. Pour les mathématiques, cette médiatisation est essentiellement assurée par Cabri-géomètre. Cabri-géomètre est l'environnement de référence commun au précepteur et à l'élève. Ainsi, l'analyse du rôle joué par Cabri-géomètre dans l'interaction est essentielle pour comprendre le travail du précepteur et donc l'étayage ou l'explication dans TéléCabri. Un des premiers objectifs de notre analyse est de déterminer le rôle joué par Cabri-géomètre dans la tâche mathématique et dans l'interaction de préceptorat. C'est en référence à ce rôle que nous pourrons, dans le chapitre suivant, découper plus précisément des séquences de protocoles illustrant le travail du précepteur relevant de l'étayage ou de l'explication. Lors de la première campagne expérimentale, les problèmes proposés aux élèves (trois ou quatre problèmes donnés sur support papier à l'élève et pas au précepteur) ont été choisis dans le manuel Cabri-classe regroupant des activités diverses élaborées spécifiquement pour être réalisées avec Cabri-géomètre.

L'analyse a priori de ces problèmes permet d'avoir accès de façon théorique au rôle de Cabri-géomètre dans la résolution du problème et rend plus pertinente l'analyse des interactions de ce point de vue. Nous examinerons, au cours de ce chapitre, la question du rôle que joue la figure construite dans Cabri-géomètre d'une part dans la validation des conjectures et d'autre part dans la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante. En particulier, nous regarderons dans quelle mesure les vérifications des conjectures permises spécifiquement par la présence d'une figure sont liées à la perception. Nous analyserons également comment la figure construite dans Cabri-géomètre donne un statut différent aux propriétés qui correspondent à une condition suffisante ou bien à une condition nécessaire. Pour conduire l’analyse a priori d’un problème autour de ces deux questions — la validation des conjectures et la différenciation entre condition nécessaire et condition suffisante — nous aurons besoin de distinguer plusieurs types de figures suivant la manière dont elles sont construites dans Cabri-géomètre et la nature des vérifications de propriétés auxquelles elles peuvent donner lieu.

Nous débutons donc ce chapitre (section I) par la présentation des moyens de vérification permis par la figure de Cabri-géomètre. Nous poursuivons (section II) par l’analyse a priori du problème II (cf. annexe 1) abordé par six couples (précepteur, élève). Nous consacrons la suite du chapitre (sections III à VI) à l'analyse des interactions de préceptorat, relatives à ce problème, qui concernent quatre précepteurs différents, Jeanne, Gaston, Félicie et Suzon[1].

[1] Il s'agit de pseudonymes.

I. VERIFICATION DE PROPRIETES SUR LA FIGURE DE CABRI-GEOMETRE ET DIFFERENTS TYPES DE CONSTRUCTION

Une partie du travail de l'élève concerne les vérifications de propriétés qui sont spécifiquement liées à la présence d'une figure de Cabri-géomètre. Ces vérifications relèvent d'une démarche de justification. Nous proposons de distinguer quatre sortes de vérification d'une propriété qui utilisent la figure de Cabri-géomètre. Nous repérons ces vérifications par la nature du contrôle mis en œuvre.

La première vérification, que nous appelons *perceptive*, consiste à constater la propriété sur un Cabri-dessin. La deuxième vérification consiste à s'assurer perceptivement de la propriété sur un Cabri-dessin mais en assistant et contrôlant la perception par l'utilisation de constructions géométriques annexes. Ces constructions accessoires jouent le rôle d'un instrument de vérification. Nous reprenons le terme de *perception instrumentée*, introduit par Rollet, pour renvoyer à ce type de contrôle (Rollet 1997). Dans ces deux premiers cas, la vérification peut s'effectuer sur un ou plusieurs Cabri-dessins. Mais tout déplacement d'un point s'accompagne, si besoin est, de la recomposition du Cabri-dessin pour qu'il présente à nouveau les propriétés voulues. Il n'y a pas de lien établi entre les différents Cabri-dessins sur lesquels s'opère la vérification.

La troisième vérification consiste à contrôler perceptivement la propriété sur une série de Cabri-dessins conceptualisés comme les représentants de la même figure géométrique. Le choix des points déplacés et des déplacements effectués permet de contrôler la représentativité des Cabri-dessins obtenus par rapport à la figure géométrique au niveau de laquelle s'opère la vérification. En particulier, le déplacement de tous les points de base de la figure dans deux directions indépendantes est un critère de représentativité (il reste à montrer dans quelle mesure ces déplacements permettent effectivement d'invalider la propriété s'il y a lieu). Cette vérification a lieu à la fois sur tous les Cabri-dessins pris séparément mais également sur tous les Cabri-dessins pris comme représentants d'une même figure géométrique. Le déplacement permet ainsi d'accéder à un autre type de validation puisqu'il fait porter la vérification sur la figure et plus uniquement sur le Cabri-dessin. Cependant, il est crucial de remarquer que cette vérification est encore liée à la perception. C'est uniquement la perception qui permet de savoir que tous les Cabri-dessins obtenus au cours du déplacement conservent la propriété géométrique voulue. Nous proposons de parler de *perception augmentée* pour signifier que la perception de l'utilisateur est sollicitée d'une autre façon que dans le cas de la perception instrumentée. La perception augmentée peut être associée à une instrumentation de la perception pour une double vérification. Mais elle reste liée aux capacités d'observation de l'utilisateur.

La seule vérification liée à la présence de la figure de Cabri-géomètre mais qui ne soit pas tributaire de la perception de l'utilisateur est celle obtenue avec *l'oracle*. L'oracle est ainsi un quatrième niveau de vérification fondamentalement différent des trois premiers. Son rôle est d'affranchir l'utilisateur du contrôle perceptif. Deux types d'oracles ont été implémentés dans Cabri-géomètre. Celui de la première version, utilisé dans la première campagne expérimentale, produit une réponse en partie indépendante de la configuration des objets du Cabri-dessin parce qu'elle est construite à partir de l'énoncé de la figure géométrique. L'oracle tient compte de la configuration du Cabri-dessin à propos duquel il est interrogé pour invalider la perception de l'utilisateur. Il envoie le message suivant : « cette propriété est apparemment vraie sur votre figure mais ne l'est pas dans le cas général. Voulez-vous un contre-exemple ? ». Il montre ainsi comment Cabri-géomètre a justement les moyens de savoir autrement qu'en utilisant les apparences, invitant implicitement l'utilisateur à faire de même. L'oracle de Cabri II, utilisé dans la seconde campagne expérimentale, fonctionne différemment. Il libère également l'utilisateur de l'usage de la perception mais effectue néanmoins le contrôle au niveau du Cabri-dessin en donnant une réponse propre à chaque Cabri-dessin. Ce deuxième oracle peut être associé à un déplacement (donc à un contrôle perceptivement augmenté) alors que l'oracle implémenté dans la version précédente n'a pas de raison d'être associé au déplacement de la figure puisqu'il est indépendant du Cabri-dessin.

Tableau 1 : Quatre vérifications d'une propriété P
dans une figure de Cabri-géomètre.

Type de vérification	Procédure de vérification d'une propriété P
Perceptive	P est constatée perceptivement sur un ou plusieurs Cabri-dessins
Perception instrumentée	P est constatée perceptivement sur un ou plusieurs Cabri-dessins à l'aide de constructions géométriques aidant la perception
Perception augmentée	P est constatée perceptivement sur une série de Cabri-dessins représentants d'une figure géométrique et obtenus par déplacement de tous les points de base dans deux directions indépendantes
Oracle	P est donnée comme vraie par l'oracle

Ces quatre vérifications sont utilisables et combinables pour n'importe quelle propriété de toute figure qui soit accessible à la perception ou bien à l'oracle. Cependant, elles ne donnent pas toutes le même résultat à propos de la même figure. Les différences de résultat sont essentiellement liées à la façon dont la figure est construite. En effet, les quatre vérifications ne discriminent pas de la même façon le fait que la propriété soit construite, c'est-à-dire que la propriété soit le résultat d'une déduction à partir des propriétés explicitement mises en œuvre dans la construction, ou non.

Les deux premières vérifications ne permettent pas de faire la différence entre une propriété construite et une propriété uniquement perceptive. La vérification perceptivement augmentée, c'est-à-dire avec le déplacement, approche mieux la distinction entre propriété construite et non construite puisqu'elle se situe théoriquement au niveau de la figure. Cependant, il n'y a pas de bijection entre les propriétés validées par déplacement et les propriétés déductibles de la construction. Pour s'en convaincre, les arguments sont les suivants. D'une part, la perception augmentée est dépendante de la perception de l'utilisateur. Cela entraîne que l'utilisateur peut très bien ne pas voir une certaine propriété, qu'elle soit conservée au cours du déplacement ou non. D'autre part, la seule chose qui soit sûre, c'est que les propriétés construites ne peuvent pas être invalidées ; elles sont toujours conservées au cours du déplacement. Mais une propriété non construite peut également être conservée au cours d'un déplacement apparemment quelconque. Par exemple, la construction d'une conique peut donner une ellipse qui le reste quand on déplace les cinq points de base dans certaines régions du plan. Un autre exemple se trouve dans le protocole 19 où le précepteur valide à l'aide du déplacement la figure faite par l'élève alors que la suite de l'interaction montre au précepteur que cette figure n'était pas complètement construite. En fait, il reste à prouver que quelle que soit la figure de Cabri-géomètre et quelle que soit la propriété non déductible de la construction que l'on souhaite y observer, il existe un déplacement simple (à définir) qui permette d'invalider perceptivement cette propriété.

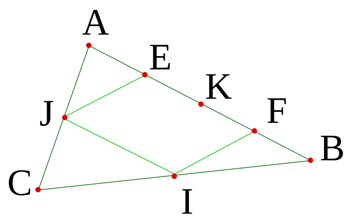
Le contrôle géométrique d'une propriété de la figure ne relève pas de la typologie proposée parce qu'il est un contrôle intellectuel qui prend en compte uniquement les propriétés géométriques de l'énoncé de la figure et celles qui s'en déduisent. Il est ainsi lié à la figure géométrique par son énoncé mais indépendamment de sa réalisation en un Cabri-dessin.

Ces différents types de vérification d'une propriété dans Cabri-géomètre permettent de distinguer les figures de Cabri-géomètre. En effet, toutes les figures de Cabri-géomètre ne produisent pas le même résultat suivant le type de vérification auquel elles sont soumises. Comme nous venons de le voir, cela dépend des objets qui sont effectivement construits. Ainsi, on peut catégoriser les figures de Cabri-géomètre, en référence à une propriété P, suivant les types de contrôle qui donnent que cette propriété est vérifiée dans la figure. Une figure sera dite *construite au sens de Cabri-géomètre* (ou robuste par déplacement ou manipulation directe) si la propriété P est constatée perceptivement au cours de tout déplacement de la figure. Elle est *perceptivement instrumentée*, si la propriété y est vérifiée sur un Cabri-dessin à l'aide de mesures ou de tout autre construction d'objets géométriques annexes. Une même figure peut être à la fois construite et perceptivement instrumentée. Elle est *perceptive* sans autre précision, si la propriété est vérifiée perceptivement mais ne résiste pas aux autres vérifications.

II. ANALYSE A PRIORI DU PROBLEME II

"Des quadrilatères dans un triangle"

Construisez un triangle ABC quelconque. I est le milieu de [BC], J le milieu de [AC] et K le milieu de [AB].
E est le milieu de [AK] et F le milieu de [KB].



Déplacez A, B et C et observez le quadrilatère EJIF.
À quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un parallélogramme ? Justifiez.
À quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un rectangle ? Justifiez.
À quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un carré ? Justifiez.

Figure 1 : Énoncé du problème II (cf. annexe 1).

Les trois questions du problème portent sur les rapports entre deux sous-figures : le triangle ABC et le quadrilatère EFIJ. Il s'agit pour l'élève de découvrir des liens entre ces deux sous-figures et de produire ensuite une justification.

Construction des figures

La construction de la figure initiale ne présente pas de difficultés pour un élève de fin de collège. D'une part, l'énoncé propose les objets à construire dans l'ordre où ils interviennent dans la construction. D'autre part, les primitives de Cabri-géomètre utilisées sont élémentaires : le point, le segment et le milieu. Cette construction initiale admettant comme points de base A, B et C oriente la suite du travail de l'élève.

Au cours du problème, Cabri-géomètre peut être sollicité pour illustrer, explorer ou valider les différentes situations géométriques pertinentes. Suivant le type de vérification et les propriétés en jeu, différents niveaux de construction de la figure seront nécessaires. Cela entraîne soit la construction d'autres figures, soit l'évolution de la figure initiale. En particulier, si l'élève, ou le précepteur, souhaite faire apparaître explicitement dans la figure les propriétés géométriques qui interviennent dans la situation, il devra lui ajouter des contraintes supplémentaires. Il devra soit reconstruire toute la figure pour y inclure la propriété explicitement dans la construction des sommets du triangle (qui ne peuvent plus être les points de base comme cela est le cas dans la figure initiale), soit redéfinir ces points. Les deux procédures sont coûteuses. Nous verrons comment elles interviennent dans le travail de l'élève sur le problème mathématique et comment elles sont considérées comme utiles, nécessaires ou au contraire superflues lors de l'interaction de l'élève avec le précepteur. Nous étudierons plus particulièrement dans l'analyse de chacune des trois questions les constructions qui sont susceptibles d'être utilisées.

Production des conjectures

La production d'une conjecture peut être décomposée en deux phases :

- l'identification, dans la figure, d'une concomitance entre une propriété du quadrilatère et une propriété du triangle ;
- la transformation de cette observation en une implication.

L'identification de la simultanéité des deux propriétés passe par l'identification d'une propriété du triangle qui seule est problématique puisque la propriété du quadrilatère est donnée dans l'énoncé. Pour les élèves de fin de collège, les triangles se répartissent en quatre catégories : triangles isocèles, équilatéraux, rectangles et tous les autres auxquels ils font référence en parlant de « triangles quelconques ». Il est intéressant de remarquer deux choses à propos de ces catégories. D'une part ces définitions permettent de classer les triangles à partir des propriétés de *leurs côtés* relativement les uns aux autres (égalité de longueur, orthogonalité, angles). D'autre part, ces catégories ne sont pas exclusives. Un triangle peut être à la fois isocèle et rectangle, mais aussi, tout triangle équilatéral est isocèle et enfin les propriétés vérifiées pour tout triangle, donc pour un triangle quelconque, sont valables pour les triangles des trois autres catégories, c'est-à-dire qu'un triangle quelconque peut être n'importe quel triangle et donc isocèle, équilatéral ou rectangle. Pourtant, dans l'usage qui en est fait en classe, lorsque le professeur parle d'un triangle quelconque il ne souhaite généralement pas que l'élève pense à un triangle d'une autre catégorie et demande que la représentation graphique ne présente pas l'une de ces propriétés. Cette exigence ne prend pas le même sens dans Cabri-géomètre où la figure d'un triangle construit sans propriété particulière peut donner lieu à différents Cabri-dessins, dont certains présentant les propriétés de triangle isocèle, équilatéral etc…

Une fois la propriété du triangle identifiée, la conjecture est une implication qui relie la propriété sur le triangle et la propriété visée sur le quadrilatère. Elle peut être par exemple : P(Triangle) P(Quadrilatère), mais aussi la déduction réciproque ou l'équivalence. À nouveau, Cabri-géomètre joue un rôle dans l'élaboration d'un lien entre propriété du triangle et propriété du quadrilatère. En effet, la construction de la figure initiale avec comme points de base A, B et C entraîne que seuls ces trois points sont manipulables. Ainsi, lors de la recherche de la conjecture, seul le déplacement de ces points permet d'obtenir le quadrilatère voulu. Si l'on considère que la manipulation de ces points agit d'abord sur le triangle et par conséquence sur le quadrilatère, alors la propriété observée sur le triangle qui permet d'obtenir le quadrilatère voulu est une propriété suffisante. Cependant, on peut regarder aussi ces trois points comme des moyens de manipuler *de façon indirecte* le quadrilatère afin de lui donner la propriété voulue. Une fois le bon quadrilatère obtenu, on constate la propriété sur le triangle. La propriété du triangle qui est ainsi obtenue est vue comme une propriété nécessaire. Par conséquent, dans Cabri-géomètre, les conjectures de la forme P(T) P(Q) n'ont pas le même statut que leur réciproque. Cela doit avoir des conséquences sur les résultats des différentes vérifications permises sur la figure.

Justification des conjectures

La troisième phase du travail de l'élève concerne la justification de sa conjecture. Cette justification peut impliquer, d'une part une vérification liée à la figure de Cabri-géomètre et d'autre part, une preuve indépendante de la figure.

La vérification de chacune des deux propriétés en jeu dans la conjecture peut faire l'objet d'un contrôle de l'un des quatre types que nous avons présentés en I.1. Elle peut également faire l'objet d'un contrôle géométrique. C'est-à-dire que l'élève sait que la propriété est vérifiée dans la figure suivant n'importe quel type de vérification parce qu'il sait qu'elle est déductible des propriétés géométriques de la construction. Il a alors ainsi directement les moyens de passer à l'autre mode de justification que l'on peut attendre pour ce problème : la démonstration.

Si pour un élève de fin de collège, en phase d'apprentissage de la démonstration, le terme de justification est souvent utilisé comme synonyme de démonstration, cela ne veut pas dire que la justification qu'il va produire, même s'il l'appelle démonstration, en soit une. La démarche de justification peut être, soit de l'ordre de l'argumentation (par exemple affirmer qu'il n'a pas été trouvé de contre-exemple), soit de l'ordre de la preuve (Duval 1992). Différents types de preuve peuvent apparaître chez les élèves, allant de la vérification de la propriété conjecturée sur un Cabri-dessin, avec tous les types de vérification que nous venons de décrire, à la démonstration (Balacheff 1988).

La production d'une démonstration n'est pas forcément une preuve de la conjecture. Ainsi, dans le problème, il n'est pas précisé si les conditions doivent être nécessaires ou suffisantes. Cela donne deux, voire trois, démonstrations différentes.
Si la propriété est *nécessaire*, alors il faut que l'élève montre l'implication :

P(Quadrilatère)   P(Triangle).

Si elle est *suffisante* il doit montrer :

P(Triangle)   P(Quadrilatère).

Dans ce dernier cas, l'hypothèse de la démonstration, P(Triangle), est justement la réponse à la question de l'exercice, c'est-à-dire ce qui correspond à la réponse finale de l'élève. L'élève trouve sa réponse à l'exercice en la mettant en hypothèse dans la démonstration, donc en la supposant vérifiée. C'est un raisonnement qui peut s'avérer difficile pour des élèves ne maîtrisant pas la démonstration. En effet, ce type de raisonnement est d'une certaine façon contraire à ce que l'élève est supposé faire en classe de mathématique, c'est-à-dire produire des réponses à partir du résultat obtenu l'issue d'un raisonnement mathématique. Souvent, la demande de justification a pour rôle de faire expliciter par l'élève le raisonnement qui l'a mené au résultat afin que l'enseignant puisse vérifier qu'il a bien mis en œuvre des connaissances mathématiques (qu'il n'a pas deviné par exemple). Margolinas précise que « le résultat tient lieu de signe pour le professeur de l'activité de l'élève » (Margolinas 1993, p. 203).

Première question, « pour avoir un parallélogramme »

Pour répondre à la première question, l'élève fait une construction et remarque que dans le cas particulier de son Cabri-dessin et de ceux qu'il obtient par déplacement, EJIF est un parallélogramme. Cela implique qu'il n'y a pas de conditions spécifiques sur ABC pour obtenir le parallélogramme. La conjecture est alors « Pour tout triangle ABC, EFIJ est un parallélogramme ». Cette réponse peut paraître un peu surprenante pour un élève qui cherche à répondre à la question car, dans un contexte scolaire, chercher les conditions sur un triangle c'est déterminer s'il s'agit d'un triangle isocèle, équilatéral ou rectangle et ce n'est pas dire qu'il n'y a pas de condition. La conjecture réciproque n'a pas de sens parce que, l'ensemble des conditions étant vide, elle reviendrait à remettre en cause les données du problème (le fait que ABC soit un triangle ou E, F, I et J des milieux). Il y a là un effet de formulation de la question de l'exercice. Elle suppose l'existence d'une condition, renvoyant ainsi l'élève à sa tâche de recherche de condition. Un autre choix de formulation, par exemple « Manipulez la figure, que remarquez-vous ? », n'aurait pas introduit cet effet tout en renvoyant à la même tâche mathématique.

En revanche, la justification demandée est conforme aux règles du contrat didactique. Si c'est une démonstration, elle peut se faire de trois façons. La première consiste à appliquer une seule fois le théorème des milieux d'un triangle pour en déduire simultanément que le segment [IJ] est parallèle et qu'il a pour longueur la moitié du segment [AB]. Les élèves concernées étant en classe de quatrième ou troisième, il est possible que Thalès soit utilisé à la place du théorème des milieux. Un calcul permet d'établir que [EF] a pour longueur également la moitié de [AB] donc que [EF] et [IJ] sont de même longueur et parallèles, donc qu'ils forment un parallélogramme. La deuxième démonstration consiste à appliquer trois fois le théorème des milieux d'un triangle. La première utilisation dans le triangle ABC permet de déduire que [IJ] est parallèle à [EF]. Les deux autres se font dans les triangles ACK et BCK. Ce deuxième point nécessite pour l'élève, d'avoir identifié les deux triangles ACK et BCK. Or le segment [CK] n'est pas construit initialement dans l'énoncé. On sait que le recours à un élément nouveau dans la figure ainsi que le repérage de deux triangles à l'intérieur d'un triangle de départ, peuvent être difficiles pour certains élèves (Duval 1994). La troisième démonstration utilise deux fois le théorème des milieux dans les triangles ACK et BCK. Elle nécessite donc également d'avoir identifié la médiane [CK]. Ces deux dernières démonstrations ne sont donc pas équivalentes à la première du point de vue du travail demandé à l'élève puisqu'elles nécessitent d'avoir recours à un nouvel élément dans la figure, la médiane [CK].

Cabri-géomètre dans cette première question permet essentiellement de « voir » que EFIJ est toujours un parallélogramme. Le fait que EFIJ soit un parallélogramme est directement déductible de l'énoncé. C'est donc une propriété invariante par déplacement qui sera validée par tous les types de vérification.

Deuxième question, « pour avoir un rectangle »

Pour la deuxième question, le rectangle EFIJ est obtenu facilement dans Cabri-géomètre, en déplaçant n'importe lequel des points A, B ou C. Il est plus facile pour l'élève d'obtenir un rectangle en déplaçant C, ce qui laisse fixe un côté du parallélogramme qu'en déplaçant A ou B, ce qui modifie simultanément les deux directions des côtés du parallélogramme. Lorsque le rectangle est obtenu, le triangle est isocèle. C'est une réponse « lisible » sur la figure et didactiquement acceptable à la demande de condition sur le triangle car elle correspond à un triangle particulier.

La conjecture qui correspond à cette manipulation est en fait : si EFIJ rectangle alors ABC isocèle. Elle correspond au fait que l'élève a d'abord essayé d'obtenir le rectangle demandé dans l'énoncé puis a ensuite regardé ce qu'il était advenu du triangle. La propriété ABC isocèle apparaît ainsi comme une condition nécessaire. Mais une fois que l'élève a identifié cette condition sur le triangle, il peut tester sur sa figure que chaque fois qu'il a un triangle isocèle, il obtient un rectangle. Le contrôle perceptif effectué par l'élève sur sa figure passe alors du parallélogramme au triangle. Cette deuxième vérification est celle de la conjecture réciproque et correspond à ABC isocèle comme une condition suffisante. En fait, suivant la sous-figure du Cabri-dessin sur laquelle s'exerce le contrôle perceptif de l'élève, le statut de la condition sur le triangle passe de nécessaire à suffisant.

Donc, par les vérifications qui opèrent au niveau d'un unique Cabri-dessin, la condition ABC isocèle peut être vue indifféremment comme nécessaire et/ou suffisante. En revanche, les moyens de vérification mis en œuvre au niveau de la figure font passer la condition de l'une à l'autre. Plusieurs types de vérification associés à différentes figures peuvent être mis en œuvre pour valider la conjecture.

À ce stade là, la figure de Cabri-géomètre est encore la figure initiale du problème. A, B et C sont des points de base. Les deux propriétés, ABC isocèle et EFIJ rectangle, ont fait l'objet d'une vérification perceptive au moment de l'identification de la conjecture. Une vérification instrumentée est possible à l'aide de cercles pour le triangle et à l'aide de mesures d'angles pour le rectangle par exemple. La vérification instrumentée validera également les deux propriétés et les deux conjectures qui correspondent à la condition nécessaire et à la condition suffisante (nous ne parlons pas explicitement de l'équivalence qui se déduit des deux conjectures réciproques). Une vérification par déplacement invalidera les deux propriétés, donc les deux conjectures. L'oracle (de

Cabri-géomètre première version) répondra « oui mais ce n'est pas le cas général », invalidant également les deux propriétés.

Si la figure est construite, elle peut l'être de deux façons. Soit l'élève construit ABC isocèle puis EFIJ à partir du triangle, soit il construit le rectangle EFIJ et le triangle ABC autour. Pour ces deux figures, toutes les vérifications sont positives. Mais dans la première figure et à propos de ABC isocèle, c'est toujours une condition suffisante qui est vérifiée et dans la seconde c'est toujours une condition nécessaire. Ceci entraîne la chose suivante. Si l'élève avait conjecturé une condition suffisante qui ne soit pas nécessaire, ABC équilatéral par exemple, cette condition ne serait invalidée par aucune vérification dans la figure du premier type (c'est-à-dire construite à partir du triangle). Cette conjecture n'est pas improbable si le premier Cabri-dessin obtenu par l'élève lors de sa recherche de conjecture est un triangle équilatéral. En revanche, une conjecture suffisante mais non nécessaire ne sera pas vérifiée par le déplacement dans une figure construite à partir du rectangle. Ainsi, la façon dont est construite la figure, c'est-à-dire l'ordre de dépendance des objets dans la figure, joue un rôle sensible pour faire la différence entre condition nécessaire et suffisante. Pour résumer, une figure construite à partir du triangle ABC valide toutes les conditions suffisantes sur le triangle, une figure construite à partir du rectangle valide toutes les conditions nécessaires sur le triangle et ceci quelque soit le type de vérification parmi les quatre que l'on a vues.

Il apparaît clairement que la figure de départ, construite à partir de l'énoncé, favorise les vérifications de la condition suffisante. Cependant, le recours à la reconstruction de la figure à partir du rectangle permet de donner du sens au fait que la condition ABC isocèle est également nécessaire.

La démonstration passe par l'utilisation de la définition du rectangle comme parallélogramme ayant deux côtés consécutifs perpendiculaires. L'angle droit s'obtient en remarquant que, dans un triangle ABC isocèle en C, la médiane [CK] issue de K est également la hauteur. Elle est donc perpendiculaire au côté opposé [AB]. Or [CK] est également parallèle à [IF] (ou [JE]) par application du théorème des milieux dans le triangle BCK (ou ACK). D'où l'angle droit dans le parallélogramme.

Cette démonstration fait intervenir la médiane [CK], comme les deux dernières démonstrations proposées pour la première question. Donc de toute façon, l'utilisation de [CK], élément nouveau dans la figure, est inévitable. La seconde question sera plus facile pour l'élève s'il a fait, pour la question 1, une démonstration utilisant aussi [CK].

Troisième question, « pour avoir un carré »

La troisième question est déstabilisante pour l'élève car la réponse est un triangle remarquable qui n'a pas de nom spécifique. En effet, c'est un triangle isocèle dont la hauteur issue du sommet a la même longueur que la base. Ce n'est pas un objet institutionnalisé pour des élèves de collège et lycée. De plus, la propriété de ce triangle qui est recherchée dans le problème, relie la médiane et la base et non les côtés entre eux, comme précédemment et comme pour tous les triangles « connus ». Le travail de l'élève consistera probablement dans un premier temps à écarter les trois réponses possibles (triangle isocèle, rectangle et équilatéral) pour ensuite revenir à la recherche de conditions moins évidentes sur le triangle et dans lesquelles la médiane [CK] joue un rôle central. Pour invalider la conjecture « si ABC équilatéral alors EFIJ carré », tentante pour des raisons « d'équilibre », l'élève doit, soit trouver un contre-exemple dans Cabri-géomètre, soit démontrer que si ABC est équilatéral alors EFIJ n'est pas un carré. Ces deux options n'ont pas les mêmes conséquences sur la suite du travail de l'élève.

Regardons ce qui se passe si l'élève a recours à Cabri-géomètre pour vérifier sa conjecture ABC équilatéral. Si sa figure est la figure initiale (A, B et C points de base) alors, il peut la placer dans une position où perceptivement ABC est équilatéral ou bien dans une position où perceptivement EFIJ est un carré. Dans les deux cas, la perception doit invalider la propriété sur laquelle ne porte pas le contrôle perceptif initial. De même, une instrumentation de la perception, à l'aide de cercles pour le triangle et de mesures d'angles et de côtés pour le carré, doit également aboutir à une invalidation. Évidement, la validation par déplacement et l'oracle invalident également la propriété et donc la conjecture. Dans le cas où l'élève construit effectivement le triangle ABC de façon à ce qu'il soit équilatéral, alors la perception, la perception instrumentée, le déplacement (perception augmentée) et l'oracle invalident également la propriété EFIJ carré. Cela tient au fait que cette propriété n'est ni nécessaire ni suffisante, contrairement au cas traité dans la deuxième question. Mais aucune des manipulations décrites ne permet de faire apparaître la condition nécessaire et suffisante : CK = AB.

En revanche, l'invalidation de la condition du triangle équilatéral par un raisonnement met en évidence cette condition.

La déduction suivante, (a), invalide la conjecture du triangle équilatéral :

$$\boxed{a} \quad \left.\begin{array}{r} IJ = 1/2\ AB \text{ et } IF = 1/2\ CK \\ ABC \text{ triangle équilatéral : } AB \neq CK \end{array}\right\} \quad IJ \neq IF \qquad EFIJ \text{ n'est pas un carré.}$$

La contraposée de (a) montre que AB = CK est une condition nécessaire :

$$\boxed{b} \quad \left.\begin{array}{r} IJ = 1/2\ AB \text{ et } IF = 1/2\ CK \\ EFIJ \text{ est un carré} \qquad IJ = IF \end{array}\right\} \quad AB = CK.$$

Enfin, une dernière déduction, la réciproque de (b), permet de vérifier que la condition « AB = CK » est également une condition suffisante :

$$\boxed{c} \quad \left.\begin{array}{r} IJ = 1/2\ AB \text{ et } IF = 1/2\ CK \\ AB = CK \end{array}\right\} \quad IJ = IF \qquad EFIJ \text{ est un carré.}$$

Ainsi, l'utilisation d'un raisonnement déductif pour invalider la première conjecture, permet d'accéder à la bonne condition et à sa justification.

Le rôle de Cabri-géomètre dans cette question est tout à fait particulier. En effet, dans le cas où la conjecture est invalidée par une construction dans Cabri-géomètre, la condition « AB = CK » n'apparaît pas. Ensuite, l'exploration dans Cabri-géomètre ne permet pas de voir, indépendamment d'une anticipation de la propriété, que les deux segments [AB] et [CK], qui ont deux directions différentes et pas d'extrémité commune, sont de même longueur. Ainsi, l'invalidation de la conjecture avec Cabri-géomètre ne suggère pas d'emblée de piste pour trouver la condition voulue sur le triangle. Cependant, une fois que la condition est trouvée, Cabri-géomètre permet à nouveau, comme dans la deuxième question, de différencier condition nécessaire et condition suffisante. Une construction, dans Cabri-géomètre, d'un triangle isocèle ayant sa hauteur égale à sa base permet d'obtenir un carré quel que soit le Cabri-dessin (cf. Figure 2) :

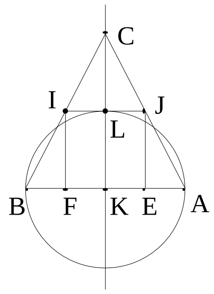


Figure 2 : ABC est un triangle isocèle en C tel que CK = AB. La construction utilise le cercle centré en K de diamètre [AB]. EFIJ est un carré.

En fin de compte, la réponse CK = AB ne correspondant pas à une propriété du triangle institutionnalisée, elle ne sera reconnue comme réponse que si l'élève tient compte des contraintes mathématiques en priorité sur les indications didactiques de la situation. Il s'agit d'un problème de dévolution. L'élève ne doit pas chercher à résoudre le problème en cherchant quels sont les savoirs institutionnalisés en jeu mais en ne tenant compte que des contraintes mathématiques de la situation.

Conclusion sur l'analyse a priori

La conclusion de cette analyse a priori est que dans ce problème, derrière une formulation similaire, les trois questions nécessitent un travail très différent de la part de l'élève.

La première raison est que l'obtention des réponses passent par une remise en cause du contrat didactique habituel et son évolution.

La seconde raison est que le logiciel Cabri-géomètre joue un rôle différent, tant dans l'élaboration des conjectures que dans la construction de la démonstration. Pour les questions 1 et 2, la figure initiale permet de découvrir facilement les propriétés du triangle ainsi que la conjecture. En revanche, pour la question 3, Cabri-géomètre permet d'invalider une condition sur le triangle mais ne donne pas d'indication pour découvrir la solution. Seul le recours au raisonnement permet de trouver la condition AB = CK. De plus, la présence ou l'absence de la hauteur [CK] sur la figure joue un rôle central dans l'élaboration de la démonstration. Il y a là toutes les conditions telles que les ont identifiée Comiti et Grenier qui rendent nécessaire l'intervention du précepteur (Comiti et Grenier 1995). Une fois que la condition sur le triangle est trouvée, Cabri-géomètre favorise la démonstration de cette condition en tant que condition suffisante. Le passage à la condition nécessaire implique la reconstruction complète de la figure.

Nous allons maintenant analyser les interactions de préceptorat en étudiant particulièrement le rôle que fait jouer le précepteur à Cabri-géomètre au niveau de la recherche, de la validation des conjectures ainsi que dans l'élaboration des démonstrations.

III. JEANNE

Jeanne, le précepteur, interagit avec deux élèves différents à propos de ce problème. Il s'agit d'abord de Paul (protocole 4) et ensuite de Rémi (protocole 9). Avec Rémi, ils n'abordent pas la deuxième et la troisième question.

III.1. Jeanne et Paul, analyse du protocole 4

III.1.1. Début de l'interaction

Paul appelle Jeanne pour avoir une aide sur un morceau de résolution. Il a construit une figure, sans la médiane [CK] et rédigé une réponse à la première question (première démonstration de l'analyse a priori). Il formule sa requête très directement :

1.	Paul	:	Bonjour, comment est-ce que je pourrais démontrer que, que EJ = IE ?

Jeanne lui demande de dire d'abord quel est le problème. Cela amène Paul à donner l'énoncé de sa figure et sa conjecture :

25.	Paul	:	Heu, donc, heu, voilà, et il faut démontrer heu, que ABC, heu que EFIJ est rectangle…
26.	Jeanne	:	Oui.
27.	Paul	:	… quand ABC est isocèle.

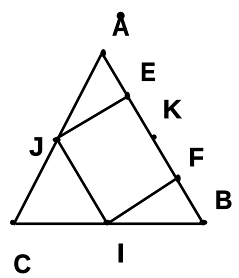


Figure 3 : Figure initiale de Paul (protocole 4, p. 50).

Jeanne continue son investigation de la situation de Paul en le questionnant sur ce qu'il a fait avec Cabri-géomètre :

28.	Jeanne	:	Oui d'accord, ça va. Alors, vous avez commencé à chercher quelque chose, ou **vous avez fait des dessins heu, pour heu vérifier que c'est toujours vrai, quand ABC était isocèle,** le rectangle, on obtenait un rectangle.

Jeanne demande donc d'emblée ce qui se passe dans Cabri-géomètre. Il se déroule alors un épisode notable autour de la figure de Cabri-géomètre. Nous analysons cet épisode plus loin (cf. §III.1.3.) en le rapprochant d'un autre épisode qu'il permet de comprendre.

III.1.2. « Effets de contrat » et exigences du précepteur relativement au théorème des milieux

Paul a demandé une aide pour la justification de la conjecture « si ABC isocèle alors EFIJ rectangle ». Jeanne joue sur un « effet de contrat » pour lui faire mobiliser le théorème des milieux qui permet de construire la démonstration de cette question 2 :

42.	Jeanne :	Bien. **Voilà alors à votre avis heu, on parle beaucoup de milieux.** Est-ce que vous, vous êtes en quatrième peut-être ?
43.	Paul :	Troisième.
44.	Jeanne :	Troisième. **Est-ce que vous avez une idée de la leçon à laquelle ça se rapporte ?**
45.	Paul :	Ben déjà c'est Thalès.
46.	Jeanne :	Par exemple.
47.	Paul :	C'est Thalès parce que il y avait une question avant, c'était heu, démontrer que, que IJEF est un parallélogramme.

L'effet de contrat utilisé par Jeanne ne provoque pas le résultat attendu chez Paul. Celui-ci propose le théorème de Thalès et explique que c'est parce qu'il l'a déjà utilisé dans la première question.

Ce transfert par Paul du théorème qu'il a utilisé pour une question à la question suivante peut être le résultat de deux processus qui n'ont pas les mêmes conséquences en terme d'apprentissage, même si le comportement observable de Paul est finalement le même (dans les deux cas Paul propose d'utiliser Thalès). Le premier processus correspond à la mobilisation d'indications didactiques véhiculées par le problème. Il s'agit du fait que si un problème destiné à une utilisation didactique comporte plusieurs questions, alors les questions ont un rapport entre elles. Ce processus peut aboutir au transfert du théorème de Thalès de la question 1 à la question 2 indépendamment de sa pertinence dans la tâche. C'est le même type de processus de transfert qui indique à un élève d'utiliser Thalès dans tous les exercices du chapitre de son manuel consacré à Thalès. La mobilisation de Thalès dans ce cas là est liée à des raisons didactiques. Mais, dans la situation de Paul, les deux questions sont relatives au même problème. Elles sont donc reliées entre elles d'un point de vue mathématique. Le travail qu'a fait Paul pour répondre à la première question a pu lui permettre de saisir la structure de la situation mathématique, le rôle joué par la médiane [CK] et donc d'anticiper l'utilité de

Thalès pour la deuxième question. Ce deuxième processus de transfert de Thalès relève d'un raisonnement mathématique.

Le lien entre les deux questions du problème n'est pas, a priori, purement didactique. Les deux questions appartiennent au même problème parce qu'elles relèvent de la même situation mathématique. Cela montre que la mobilisation du théorème de Thalès peut être le résultat de deux processus étroitement liés, celui guidé par les informations didactiques de la situation, et celui guidé par la structure mathématique de la tâche. Les deux processus ont pour conséquence que Paul mobilise Thalès. Cependant, ils n'ont pas le même effet sur le sens qu'il va pouvoir lui associer et donc sur l'apprentissage.

Jeanne veut faire appel au théorème des milieux en cherchant à le faire associer aux milieux. Les éléments disponibles dans le protocole ne permettent pas pour l'instant de décider si Jeanne cherche à provoquer, chez Paul, un « effet de contrat » plutôt qu'une exploitation de la structure mathématique du problème. Cependant, le résultat obtenu, Thalès, n'est pas celui qu'elle attend. Elle devra recommencer.

Paul explique comment il a utilisé Thalès pour la première question. Jeanne valide cette première démonstration puis réagit à l'utilisation de Thalès :

82.	Jeanne	:	Bien. À mon avis **vous allez chercher des méthodes un peu, un peu compliquées. Vous avez des, une autre méthode qui est beaucoup plus simple et qui vous simp, qui vous rendrait la vie plus facile.**
83.	Paul	:	Mm.
84.	Jeanne	:	**Recherchez, vous voyez on vous a dit : I milieu, J milieu, E milieu, K milieu…**
85.	Paul	:	Mm.

On peut supposer qu'en invoquant les milieux, Jeanne essaye de faire construire par Paul un lien entre les hypothèses de la figure et les théorèmes qui peuvent lui être appliqués. Cependant, cette indication des milieux peut être à nouveau à l'origine de deux processus distincts. Soit Paul associe à milieu le concept mathématique de milieu et recherche alors les situations mathématiques impliquant des milieux qui seraient utilisables dans la situation présente. Soit Paul entend le mot milieu et cherche à lui associer « phonétiquement » une situation impliquant le mot milieu mais sans véritable contrôle mathématique. La première tentative de recours aux informations didactiques disponibles dans la situation par Jeanne avait débouché sur Thalès avec une signification difficilement maîtrisable. Là encore, Jeanne n'a pas les moyens de contrôler lequel des deux processus est déclenché, bien que leurs résultats soient différents en terme d'apprentissage.

86. Jeanne : Vous n'avez pas d'autre façon que Thalès, par exemple c'est parce que vous êtes en troisième que vous avez pensé à Thalès, cherchez bien dans votre scolarité précédente, vous avez des facilités ailleurs. **Dans quel autre, à quel autre moment, vous avez entendu parler de tant de milieux ?**
87. Paul : Hum…
88. Jeanne : Vous voulez que je vous aide ?
89. Paul : Oui.
90. Jeanne : **En quatrième cherchez un peu ! Vous avez un triangle etc…**
91. Paul : La droite des milieux.
92. Jeanne : Voilà !

Lorsque Jeanne « aide » Paul en lui précisant que c'est en quatrième qu'il a rencontré le théorème recherché, il ne va pas produire la réponse par un processus mathématique mais bien en utilisant un moyen qui n'a plus de rapport avec le problème mathématique. À ce moment là, Jeanne provoque délibérément l'« effet de contrat ».

98. Jeanne : Très bien, et bien on va vous laisser chercher. **Pensez à la droite des milieux dans les triangles. Et pensez que il y a d'autres triangles aussi, qui ne sont peut-être pas matérialisés sur la figure mais que vous pouvez créer vous-même.**
99. Paul : Ouais d'accord.

Jeanne conclut son intervention en signalant à Paul qu'il peut utiliser des sous-figures non encore matérialisées. Elle donne cette indication au passage, comme si c'était un détail, alors que c'est un élément central de la résolution de ce problème (cf. analyse a priori). Elle lui demande de refaire la démonstration de la question 1. Paul comprend, lui, que l'aide se rapporte à la question 2, à propos de laquelle il a appelé, puisque sa démonstration de la question 1 a été approuvée.

III.1.3. Décalage entre l'attente du précepteur et le travail de l'élève

Lorsque Paul rappelle, il a fait la démonstration de sa conjecture sur le triangle isocèle et a un problème pour la troisième question. Mais auparavant, Jeanne vérifie ce qu'il a fait pour la deuxième question. Paul explique que la médiane (CK) est aussi la hauteur dans un triangle isocèle. Jeanne poursuit :

115. Jeanne : **Est-ce que vous avez utilisé cette droite des milieux dont vous parliez ?**
116. Paul : Oui.
117. Jeanne : Vous pouvez pas me le dire vite fait là ?
118. Paul : Pour dire que…
119. Jeanne : Oui allez-y.
120. Paul : **Je l'ai utilisé dans le triangle BCK.**
121. Jeanne : **Bon d'accord voilà, très bien, j'ai compris. Et puis ?**
122. Paul : Et puis donc IF est égal à…
123. Jeanne : **D'accord ça j'ai compris… Oui maintenant j'ai compris. Et puis ?**

La suite de l'interaction montre que Jeanne attend une certaine démonstration et évalue les informations données par Paul par rapport à cette démonstration et pas par rapport à la logique propre de la démonstration de Paul. La démonstration qu'elle attend utilise deux fois le théorème des milieux, dans les triangles ACK et BCK (cf. « les autres triangles » du tour de parole 98). Cela permet de déduire simultanément le parallélisme et l'égalité des longueurs des côtés (IF) et (JE). Comme Paul a fait autrement, Jeanne va avoir besoin de plus de détails :

123.	Jeanne	: Et puis après alors là… **Dans quel autre triangle vous avez travaillé ?**
124.	Paul	: Et puis heu c'est tout.
125.	Jeanne	: Alors donc, vous avez eu IF, qu'est ce qui lui est arrivé, **alors là je préfère qu'on creuse un peu.** Dans le triangle BCK, (IF) qu'est ce qui lui est arrivé ?

Paul explique comment il obtient que (IF) et (IJ) sont perpendiculaires. Jeanne approuve mais demande :

139.	Jeanne	: D'accord. Vous avez donc prouvé qu'il y avait combien d'angles droits ?
140.	Paul	: Heu, quatre. Ben un !
141.	Jeanne	: Ah !
142.	Paul	: **Mais c'est… j'avais prouvé que c'est un parallélogramme.**
143.	Jeanne	: Oui. Alors vous continuez, redites-moi bien maintenant la synthèse. Donc vous avez obtenu au départ un parallélogramme et puis ?
144.	Paul	: Et puis heu, vu qu'il y a un angle droit, ça fait un rectangle.
145.	Jeanne	: Très bien voilà. Donc là vous avez trouvé ce qu'il fallait. Alors maintenant on va parler de… **Mais vous aviez prouvé vraiment que c'était un parallélogramme ?** Parce que…
146.	Paul	: Oui oui.
147.	Jeanne	: **On s'était quitté là-dessus mais vous m'aviez pas bien prouv… dit pourquoi c'était un parallélogramme. Je vous avais donné un autre heu, un autre chemin à suivre…**
148.	Paul	: Oui…
149.	Jeanne	: … parce que la réciproque de Thalès…
150.	Paul	: Oui avec la droite des milieux !
151.	Jeanne	: **Mais vous l'avez appliqué…**
152.	Paul	: Oui oui.
153.	Jeanne	: **… sur combien de triangles ? Combien de fois ?**
154.	Paul	: Sur heu, sur seulement ABC.
155.	Jeanne	: **Mais ça ne vous prouve pas que c'était un parallélogramme, attention hein ?** Vous avez donc conclu, en utilisant ABC, non ABK vous m'avez dit ? Sur ABK vous aviez travaillé ?
156.	Paul	: Heu pas pour, non non pas pour le…
157.	Jeanne	: **Pour le parallélogramme vous avez utilisé quoi donc alors ?**
158.	Paul	: Pour le parallélogramme, ABC.
159.	Jeanne	: **ABC, et vous avez dit quoi alors ? Qu'est-ce que vous avez dit ?**

Jeanne attend toujours la seconde démonstration de l'analyse a priori, bien que Paul lui ait déjà donné une démonstration avec Thalès appliqué une seule fois dans le triangle

ABC. Finalement, Paul explique comment il a construit sa démonstration qui est différente de celle attendue par Jeanne.

Cet épisode montre bien comment l'anticipation par Jeanne d'une démonstration particulière l'empêche, pour un moment, d'entendre celle que lui propose Paul.

Jeanne profite du fait que Paul donne sa démonstration pour lui faire expliciter l'utilisation du théorème des milieux lorsqu'il ne le fait pas :

164.	Paul	:	(IJ) est parallèle à (AB)…
165.	Jeanne	:	Oui.
166.	Paul	:	… donc est parallèle à (EF).
167.	Jeanne	:	**Et pourquoi et pourquoi à ce propos…**
168.	Paul	:	Hein ?
169.	Jeanne	:	**Et pourquoi ? Je ne, je me rappelle pas…**
170.	Paul	:	Parce que I est le milieu de [BC]…
171.	Jeanne	:	Mm.
172.	Paul	:	… et J le milieu de [AC].
173.	Jeanne	:	**Parfait merci.** (IJ) parallèle à (AB) d'accord.

Jeanne contrôle ainsi la mise en œuvre du théorème des milieux au niveau d'un pas de démonstration. Cela correspond à une tentative de maîtrise de l'apprentissage chez l'élève. Ce court épisode associé à l'usage particulier que Jeanne fait des informations didactiques de la situation, donne une première caractérisation des moyens mis en œuvre par Jeanne pour faire résoudre le problème et en contrôler les résultats en terme d'apprentissage.

III.1.4. Les contre-exemples dans Cabri-géomètre

Au début de l'interaction (cf. III.1.1.), à propos de la question 2, Paul raconte qu'il à trouvé, au cours de son travail autonome, un Cabri-dessin où ABC était isocèle mais EFIJ pas rectangle. Il ne considère cependant pas que le Cabri-dessin trouvé soit un contre-exemple et puisse invalider sa conjecture. Jeanne n'ayant pas accès à ce Cabri-dessin, propose finalement de faire comme s'il n'avait pas existé. Cet épisode illustre le rôle sensible que peut jouer la présence, dans l'interaction, d'une figure de Cabri-géomètre.

Regardons plus précisément l'épisode.

29.	Paul	:	Oui en effet, ouais j'ai j'ai trouvé une fois, que, en fait le triangle était isocèle mais y avait pas un rectangle.
30.	Jeanne	:	**Ah! Ça c'est embêtant ! Vous avez bien fait les milieux des milieux…**
31.	Paul	:	Oui.
32.	Jeanne	:	… sur le côté [AB] ?

33.	Paul	: Oui.
34.	Jeanne	: Et vous avez détruit votre dessin ?
35.	Paul	: Non non il y est, enfin…
36.	Jeanne	: On peut le voir ?
37.	Paul	: Heu… pff pff. Non, non mais, oui j'ai, oui je l'ai plus là le dessin que j'avais. Heu… c'était comment ? Pff…
38.	Jeanne	: **Bon ça ne fait rien on va …**
39.	Paul	: Ouais.
40.	Jeanne	: **On va repartir du dessin qui est là. Vous m'entendez bien là ?**
41.	Paul	: Oui oui.

Jeanne a réagit d'abord en vérifiant la construction qui a produit le Cabri-dessin litigieux (30-32). Ensuite, comme Paul ne le retrouve pas, elle propose de repartir du dessin actuel. Même si elle avait, elle, de bonnes raisons de savoir que ce Cabri-dessin[2] n'était pas un contre-exemple, Paul n'avait pas accès à ces raisons là. Le fait d'abandonner la recherche peut ainsi avoir pour lui une tout autre signification. Si Jeanne abandonne la recherche du Cabri-dessin, c'est d'abord parce qu'elle n'a ni les moyens de le retrouver effectivement, ni, peut-être, ceux d'engager des recherches et un travail à propos du statut des contre-exemples. La poursuite de la résolution du problème par la validation de la conjecture sur le triangle isocèle permettra en outre à Paul d'avoir accès aux mêmes raisons que Jeanne et donc de comprendre après coup qu'il ne pouvait pas y avoir de figure telle qu'il le dit. Jeanne a donc tout intérêt à minimiser l'importance de ce Cabri-dessin et à poursuivre. Ainsi, momentanément, l'existence d'un Cabri-dessin ne vérifiant pas les propriétés de la conjecture n'est pas considérée comme un contre-exemple, ni par Paul ni par Jeanne. Comme nous allons le voir maintenant, cela joue un rôle dans la suite de l'interaction, notamment au cours de la question 3, pour l'invalidation de la condition ABC équilatéral.

Plus tard, Paul, qui travaille sur la question 3, appelle Jeanne pour lui dire qu'il a trouvé que quand ABC est équilatéral alors EFIJ est un carré, mais qu'il a un problème. Il a construit la figure ci-dessous (cf. Figure 4). Jeanne le questionne sur la façon dont il a obtenu sa conjecture :

[2] On peut faire l'hypothèse que le Cabri-dessin en question était un triangle isocèle en un autre sommet que C.

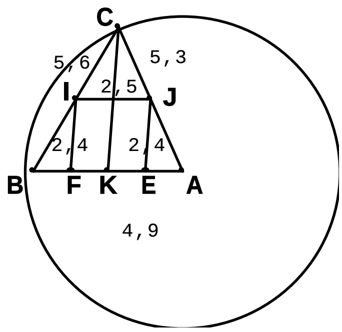


Figure 4 : Figure Cabri-géomètre construite par Paul. B n'est visiblement pas sur le cercle de centre A passant par C (protocole 4, p. 54).

189.	Jeanne	:	Comment l'avez-vous fait ?
190.	Paul	:	Ben, justement.
191.	Jeanne	:	**Vous l'avez trouvé, vous avez fait les mesures, vous avez inscrit des mesures là sur votre figure.**
192.	Paul	:	Heu oui…
193.	Jeanne	:	**Est-ce qu'elles correspondent à un triangle équilatéral celles-là ?**
194.	Paul	:	Non non pas celle-là. Je vais la…
195.	Jeanne	:	Alors…
196.	Paul	:	… je vais la refaire.
197.	Jeanne	:	Heu oui s'il vous plaît. Voilà !

Jeanne invalide donc le premier Cabri-dessin mais pas la figure qui est pourtant construite de façon perceptive. La perception y est instrumentée par un cercle et des mesures pour obtenir le triangle équilatéral. Paul déplace des points et propose la Figure 5, dans laquelle les côtés du triangle n'ont toujours pas des mesures égales.

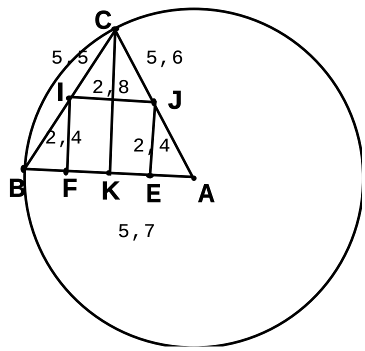


Figure 5 : Figure obtenue par Paul comme rectification de la Figure 4. Les mesures des côtés du triangle ABC ne sont toujours pas égales (protocole 4, p. 55).

198.	Paul	:	Voilà, donc là…
199.	Jeanne	:	Oui ?
200.	Paul	:	Quand je, quand je lui demande de de vérifier…
201.	Jeanne	:	Oui ?
202.	Paul	:	… si le segment [IJ] et le segment [EJ] sont égaux, il me dit que oui. *(Le message de Cabri-géomètre est "Cette propriété est apparemment vraie dans votre figure mais ne l'est pas dans le cas général. Voulez-vous un contre-exemple ?")*
203.	Jeanne	:	Oui.
204.	Paul	:	Mais quand on mesure, l'un fait 2,4…
205.	Jeanne	:	Oui.
206.	Paul	:	… et l'autre fait 2,8.

Paul interprète le retour de l'oracle comme une confirmation du fait que EFIJ est un carré dans son Cabri-dessin. Il attribue le *apparemment* du message de Cabri-géomètre à la construction pas entièrement explicite de tous les éléments de la figure, ce qui correspond effectivement au fonctionnement de l'oracle. Il semble supposer que la même figure construite avec le triangle effectivement équilatéral serait validée par l'oracle. Mais, simultanément Paul voit sur sa figure construite dans Cabri-géomètre que les mesures des côtés sont différentes. Il est donc face à une contradiction entre, d'une part, son anticipation et l'oracle de Cabri qui donnent tous les deux que perceptivement le quadrilatère est un carré et, d'autre part, sa vérification instrumentée des mesures des côtés qui donne des valeurs différentes invalidant la perception. En définitive, Paul est déstabilisé par une contradiction entre les différents moyens de vérification de la propriété qu'il convoque simultanément : une vérification perceptivement instrumentée par les mesures des côtés et l'oracle.

Localement, dans l'interaction avec Cabri-géomètre, le problème rencontré par Paul est dû à une non-gestion par Cabri-géomètre du fait que des mesures sont affichées à l'écran au moment où l'oracle est invoqué. L'oracle de Cabri-géomètre, version 1, construit sa réponse à partir de l'énoncé de la figure géométrique. Si l'énoncé ne permet pas de déduire la propriété testée, alors Cabri-géomètre vérifie si la propriété n'est pas perceptivement vérifiée sur le Cabri-dessin. Seulement, cette prise en compte de la perception ne tient pas compte de la vérification instrumentée qu'a pu faire l'utilisateur. Notamment, dans le cas de la figure de Paul, Cabri-géomètre ne tient pas compte de l'affichage des mesures. Il prend en compte, d'une part le fait que la figure n'est pas construite d'une façon qui permette d'en déduire que IJ = EJ et, d'autre part, que indépendamment des mesures des segments, donc de la vérification instrumentée de Paul, et uniquement d'un point de vue perceptif, les deux segments peuvent être vus comme égaux. Il répond donc que [IJ] et [EJ] sont apparemment égaux mais que ce n'est pas vrai dans le cas général. Or, sur la figure telle que la voit Paul, des mesures sont affichées qui, elles, ne sont pas du tout apparemment égales. Le fait que Paul utilise une construction perceptive du triangle équilatéral entraîne que Cabri-géomètre ne se prononce que sur le caractère non construit de la propriété. Il ne prend pas en compte la vérification instrumentée mise en œuvre par Paul. L’oracle de Cabri-géomètre 1 n’est, en effet, pas conçu pour donner une réponse relative au Cabri-dessin particulier à propos duquel il est sollicité. Sa réponse est fondée sur les déductions possibles à partir des caractéristiques géométriques de la figure qui ont fait l’objet d’une construction explicite. Or, les mesures des côtés relèvent du Cabri-dessin particulier et pas de la figure. Elles ne sont donc pas prises en compte dans l’élaboration de la réponse par l’oracle. L'oracle de Cabri II aurait produit une autre réponse puisqu'il fonctionne au niveau du Cabri-dessin.

Jeanne demande à Paul de se prononcer sur le fait que EFIJ est un carré :

207. Jeanne	:	Donc, c'est oui ou c'est non ?
208. Paul	:	Ben donc c'est non mais…
209. Jeanne	:	Alors votre conjecture…
210. Paul	:	Mais le logiciel me dit que c'est oui.

Paul reste dans l'incertitude car il n'a pas d'autres moyens, en particulier théoriques, de décider. Une façon de l'aider à dépasser cette incertitude serait de lui demander de construire effectivement le triangle équilatéral. Cela permettrait de dépasser le stade de la perception et d'exploiter véritablement les capacités géométriques de Cabri-géomètre. Avec une construction au sens de Cabri-géomètre, l'oracle répondrait que les côtés n'ont pas la même longueur. Une autre façon d'éviter la difficulté est de remarquer que le triangle de Paul n'est pas un triangle équilatéral, ni par construction, ni d'après les mesures (cf. Figure 5). Donc il ne permet ni d'illustrer la conjecture ni de l'invalider. C'est ce que va utiliser Jeanne pour tenter de contourner la contradiction :

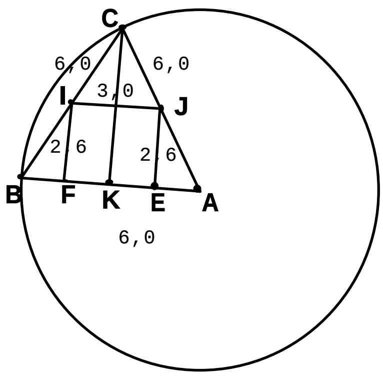


Figure 6 : Figure présentant un triangle ABC équilatéral et un rectangle EFIJ qui n'est pas un carré (protocole 4, p. 55).

211.	Jeanne :	**Ah ! Votre triangle n'est pas équilatéral actuellement.**
212.	Paul :	Mm. *Silence (Paul déplace la figure pour que les trois côtés de ABC aient même longueur, cf. figure 4).*
213.	Jeanne :	Voilà, il l'est !
214.	Paul :	Ah !
215.	Jeanne :	**Donc vous voyez là que ?**
216.	Paul :	Ben que justement c'est toujours pas, IJ et EJ sont toujours pas égaux.
217.	Jeanne :	**Donc ça n'est toujours pas un carré. Et votre but c'est d'arriver à quoi ?**
218.	Paul :	À ce, à ce que IJEF soit un, un carré.
219.	Jeanne :	Oui d'accord et vous pensez y arriver de quel façon ?
220.	Paul :	Ben ça je sais pas heu, de toute façon puisque le triangle est équilatéral… heu… pff pff pff…
221.	Jeanne :	Dites-moi, vous êtes en troisième, je peux peut-être vous aider. **Vous persistez à penser que ça arrivera quand le triangle est équilatéral ?**
222.	Paul :	Oui.

Finalement, Paul ne « lit » pas le Cabri-dessin de la Figure 6 comme un contre-exemple de sa conjecture. Devant le fait que les segments n'ont pas la longueur voulue, il ne remet pas en cause sa conjecture (cf. 222). Jeanne décide alors d'intervenir avec des arguments d'une autre nature que la production d'un contre-exemple.

Pour cet élève, les rétroactions du milieu Cabri-géomètre, qui auraient dû conduire à l'invalidation de sa conjecture, ne sont pas lues de cette façon là. L'ambiguïté créée par les deux vérifications dans Cabri-géomètre d'une part, et le traitement des contre-exemples fait par le précepteur d'autre part, n'ont pas contribué à faire évoluer la prise en compte des contre-exemples par Paul.

III.1.5. Invalidation de la conjecture « ABC équilatéral ⇒ EFIJ carré »

Le recours à une figure de Cabri-géomètre comme contre-exemple n'a pas été concluant pour invalider au yeux de Paul la conjecture ABC équilatéral EFIJ carré (cf. §III.1.4.). Jeanne va utiliser l'argument théorique (a) présenté dans l'analyse a priori.

$$\boxed{a} \quad \left.\begin{array}{r} IJ = 1/2\ AB \text{ et } IF = 1/2\ CK \\ ABC \text{ triangle équilatéral : } AB \neq CK \end{array}\right\} \quad IJ \neq IF \qquad EFIJ \text{ n'est pas un carré.}$$

III.1.5.1. MAÏEUTIQUE

Jeanne va guider Paul, qui pense toujours que la condition ABC équilatéral est bonne, pour qu'il produise la déduction (a). Elle commence par les deux relations IJ = 1/2 AB et IF = 1/2 CK :

223. Jeanne	:	Bien. **Dites-moi, heu [IJ] c'e…**
224. Paul	:	Oui.
225. Jeanne	:	… **par rapport, comparé à d'autres segments du dessin,** [IJ] c'e…
226. Paul	:	Mm.
227. Jeanne	:	**C'est quelle relation, a-t-il, à quelle, y a une relation entre un côté du triangle et [IJ]**, laquelle ?

Paul répond sans problème que IJ = 1/2 AB mais pour IF c'est moins évident.

231. Jeanne	:	1/2. Pour [IF], **cette relation elle existe avec quel autre segment ?**
232. Paul	:	Avec heu, [AC] et [BC]. Ah non !

Cette réponse de Paul (cf. 232) révèle une relation qu'il tient implicitement pour vraie dans le triangle de départ, à savoir que la relation entre [IF] et [BC] est analogue à celle existant entre [IJ] et [AB]. Il y a là un effet de centration sur les côtés tel que nous l'avions identifié en analyse a priori. Au moment où il l'explicite, il prend peut-être conscience, au moins dans le cas tout particulier qu'il regarde, que ça n'est pas aussi simple.

233. Jeanne	:	Vous êtes sûr ?
234. Paul	:	Avec heu… avec [EF].

Paul change alors de point de vue et utilise une relation interne au carré pour répondre, alors que la question de Jeanne portait sur une relation entre un segment du triangle et un segment du carré. Jeanne ne valide pas la réponse et précise qu'il s'agit de la même relation que celle de IJ et AB :

240. Paul	:	[IF] hum…
241. Jeanne	:	**Il, il a la même relation…**
242. Paul	:	C'est la moitié de [CK].

Par une maïeutique, Jeanne a donc fait produire par Paul les deux égalités du départ de son raisonnement. Il faut maintenant qu'elle fasse établir que dans un triangle équilatéral la hauteur a une longueur différente de celle des côtés. Elle utilise la même technique de maïeutique :

243. Jeanne : **D'accord et [CK] ça représente quoi dans votre dessin ?**
244. Paul : La hauteur.
245. Jeanne : **La hauteur de qui ?**
246. Paul : De ABC.
247. Jeanne : **Qui est un triangle de quelle sorte ?**
248. Paul : Équilatéral.
249. Jeanne : **Alors heu, les trois côtés du triangle équilatéral sont égaux, je ne vous apprends rien, que pensez-vous de la hauteur [CK] ?**
250. Paul : Heu… pff pff pff…

Jeanne a alors recours à Cabri-géomètre pour mettre en évidence que les deux longueurs AB et CK ne sont pas les mêmes. Paul mesure effectivement une longueur plus petite pour CK. Jeanne, qui travaille maintenant sur des relations internes aux segments du triangle, anticipe que cela va surprendre Paul :

255. Jeanne : **Alors est-ce que ça vous choque ? Ou est-ce que vous pensiez que ça faisait 6 ?**
256. Paul : Non, non non, ça… Non mais je savais que ça faisait le double de de [IF]…
257. Jeanne : Oui.
258. Paul : … et de [EJ].

Pour produire sa réponse, Paul a utilisé une relation entre le triangle et le carré. Il montre ainsi qu'il sait que ce qui relie [IF] (côté du carré) au triangle, c'est une relation avec [CK] et pas avec [AC] ou [CB]. Il utilise cette relation, au moins a posteriori, pour justifier son anticipation de la longueur de [CK]. Quoi qu'il en soit, Jeanne n'a pas besoin de prendre ceci en considération pour terminer l'exposé de son raisonnement :

259. Jeanne : **Pour prouver que EFIJ est un carré, vous voyez ?**
260. Paul : Oui.
261. Jeanne : **Bon vous avez besoin d'avoir des côtés de même longueur je l'imagine.**
262. Paul : Oui ben justement ouais.
263. Jeanne : **Ben, mais si l'un est la moitié de AB et l'autre est la moitié de CK, pensez-vous que vous aurez un carré de cette façon là ?**
264. Paul : Ah non.

Jeanne peut légitimement faire comme si Paul avait compris. À cet instant précis, si l'on peut faire l'hypothèse que Paul a bien relié la longueur de [IF] à celle de [CK] (cf. 256), cela reste insuffisant pour en déduire qu'il a compris le reste du raisonnement. La suite de l'interaction ne permet pas de conclure. Jeanne poursuit sur la justification de son intervention. Bien que la maïeutique qu'elle a mise en œuvre puisse laisser penser à Paul qu'il est l'auteur du raisonnement, Jeanne ne le lui laisse pas croire. Elle explicite le fait que ce raisonnement vient d'elle, et qu'elle avait de bonnes raisons en tant que précepteur d'agir ainsi :

265.	Jeanne	:	**Voilà, alors vous voyez, je vous ai donné cette idée, parce que vous, dans votre tête, il était évident que le triangle devait être équilatéral pour arriver à cela.**
266.	Paul	:	Mm.
267.	Jeanne	:	**Et vous voyez que vous aviez fait une heu conjecture, vous aviez pensé quelque chose de faux donc vous étiez un peu aveuglé par votre idée…**
268.	Paul	:	Mm.
269.	Jeanne	:	**Vous n'avez pas cherché autrement. Ça va ?**
270.	Paul	:	Oui d'accord.
271.	Jeanne	:	Est-ce que je vous laisse chercher d'une autre façon maintenant ?
272.	Paul	:	Ouais.
273.	Jeanne	:	D'accord alors je vous laisse, à tout à l'heure !
274.	Paul	:	À tout à l'heure !

Elle décide de laisser travailler Paul de façon indépendante pour la recherche d'une autre conjecture. De son point de vue, le travail de Paul a maintenant plus de chance d'être « productif » puisqu'il va chercher dans une direction qui n'est pas vaine (cf. 265-267).

III.1.5.2. DANS QUELLE MESURE PEUT-ON PARLER D'ETAYAGE ?

Cet épisode dans l'interaction est complètement contrôlé par Jeanne dans le but que Paul abandonne sa conjecture fausse. Elle considère (elle le dit explicitement en 267-269) que cette conjecture fait écran à l'avancée de Paul vers la solution et qu'il est donc de son devoir d'enseignante de stopper sa recherche dans cette direction. Pourtant, rien ne dit, et rien ne montrera tout au long du protocole, qu'il n'aurait finalement pas fallu que Paul travaille beaucoup plus longtemps sa conjecture fausse pour provoquer un véritable apprentissage, relatif aux contre-exemples par exemple.

La décision d'intervenir est prise par Jeanne après qu'elle ait pu constater que l'invalidation de la conjecture ne viendrait pas d'un contre-exemple de Cabri-géomètre. Ainsi, la situation de Paul, initialement prévue pour que la conjecture soit invalidée grâce à Cabri-géomètre, n'a pas correctement fonctionné. Ce choix de Jeanne a pour but de rétablir la situation. De plus, elle rend la suite du travail possible. Or la suite du travail peut permettre à Paul de trouver et valider la bonne conjecture. Il aura alors dans ce cas là les moyens d'invalider par lui-même, a posteriori, cette première conjecture erronée. Ainsi, l'intervention de Jeanne a une utilité très momentanée et devrait devenir complètement inutile dès que Paul aura identifié la bonne condition sur le triangle. Enfin, Jeanne justifie auprès de l'élève en quoi son intervention était nécessaire. Il y a donc une négociation du sens de cette intervention. En particulier Jeanne ne laisse pas croire à Paul qu'il est l'auteur du raisonnement. Tous ces éléments tendent à montrer qu'il s'agit d'un étayage de l'activité de Paul par Jeanne.

III.1.6. Utilisation d'un raisonnement et de Cabri-géomètre pour transformer une condition nécessaire en condition suffisante

Paul cherche, dans la question 3, une condition sur le triangle pour avoir EFIJ carré. Avec Jeanne, il a rejeté la condition ABC équilatéral. Puis, sur sa seule initiative et de façon autonome, il a construit la figure « à l'envers » (cf. le triangle en haut à gauche de la Figure 7), c'est-à-dire en partant du carré et reconstruisant le triangle autour. Il appelle alors le précepteur.

III.1.6.1. Identification d'une condition

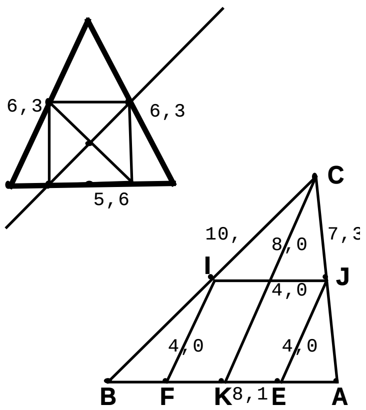


Figure 7 : Dans le triangle de gauche, le carré a été construit avant le triangle (protocole 4, p. 58).

278. Paul : Ouais, heu donc j'ai refait la, j'ai refait la figure à l'envers… *(cf. Figure 7)*
279. Jeanne : Très bien.
280. Paul : … en partant d'un carré et en faisant le triangle autour.
281. Jeanne : Oui.
282. Paul : **Et je trouve que en fait ça fait un triangle isocèle mais je vois pas, je vois pas ce qu'il a de particulier en plus quoi !**

Ainsi, Paul recherche la condition sur le triangle en explorant sa construction dans Cabri-géomètre et pas en utilisant le raisonnement produit par Jeanne pour invalider la conjecture du triangle équilatéral. On peut donc conclure que, si l'intervention de Jeanne a permis à Paul de rejeter sa conjecture, ce dernier ne s'est pas approprié les raisons de ce rejet. L'analyse a priori nous permet de prévoir que Paul aura du mal à « trouver » la condition AB = CK. D'une part, la figure ne comporte pas la construction du segment [CK] (cf. triangle de gauche dans la Figure 7) et d'autre part, même si [CK] était construit, le fait que les segments [CK] et [AB] soient de même longueur est difficilement visible si l'on ne le sait pas par ailleurs. Jeanne doit donc intervenir.

283. Jeanne : Est-ce que c'est vraiment un carré ?

284. Paul	:	Heu ouais ouais j'ai…
285. Jeanne	:	**Bien à mon avis, vous devriez retracer tous les segments qui étaient dans le dessin de début.**
286. Paul	:	Celui-là là ?
287. Jeanne	:	Oui par rapport au dessin du début là, le dessin de la première question disons, il faudrait remettre tous les, tous les segments, il en manque, quand je compare l'un et l'autre, les deux figures qu'il y a sur l'écran, il manque des segments là, voilà. Dans la deuxième figure…

En lui conseillant de retracer les segments, Jeanne vise en fait uniquement le segment [CK] car c'est le seul qui manque et il est nécessaire à l'élaboration de la condition. Jeanne peut alors reprendre sa technique de maïeutique pour faire refaire à Paul la contraposée du raisonnement construit précédemment ((b) dans l'analyse a priori). Elle lui fait d'abord expliciter les segments qui doivent être égaux :

295. Jeanne	:	Ça pourrait se faire, d'accord ! **Alors, pour que ce soit un carré il faut…**
296. Paul	:	Mm.
297. Jeanne	:	**On a déjà le parallélogramme qui a un angle droit qui est un rectangle. Qu'est-ce qui nous manquerait pour arriver au carré ?**
298. Paul	:	Heu ben pff, les longueurs égales.
299. Jeanne	:	Les long… par exemple, **alors vous allez me les dire avec les lettres** qui sont à côté, ça ne me dérange pas.
300. Paul	:	Donc heu, il faut que IJ soit égal à JE.
301. Jeanne	:	Très bien IJ soit égal à JE. **Alors on regarde sur la figure de gauche, hein on est d'accord ?**
302. Paul	:	Mm.

La précision que donne Jeanne à propos de la figure de gauche est significative du rôle que Jeanne va faire jouer par la suite aux figures de Cabri-géomètre. Cette figure a été construite à partir du carré. Donc la construction vérifie (au sens des quatre vérifications que nous avons proposées) la déduction (b) de l'analyse a priori. Jeanne tente de faire construire (b) par Paul. Elle lui demande alors d'utiliser cette figure et de mobiliser le lien entre les segments du carré qui sont égaux et les segments relatifs au triangle :

303. Jeanne	:	Alors on a un carré, IJ doit être égal à JE. **Mais vous savez que IJ et JE sont liés aux autres segments, à certains autres segments, par une certaine relation. On en a parlé tout à l'heure hein ?**
304. Paul	:	Oui.

Le « tout à l'heure » fait référence à la déduction précédente dont elle est en train de construire la contraposée. Le résultat attendu arrive :

305. Jeanne	:	Bien. Donc si IJ doit être égal à JE, ça oblige dans le dessin à avoir une autre égalité !
306. Paul	:	**Que CK soit égale à AB.**
307. Jeanne	:	À AB. Il faudrait que CK soit égal à AB.
308. Paul	:	Mm.

Paul produit la solution de la question 3 mais ne l'identifie pas comme telle. Nous avons vu dans l'analyse a priori que cela peut être expliqué par le fait que cette propriété du triangle n'est pas caractéristique d'un triangle connu. Jeanne est donc obligée de signaler que la condition est trouvée :

309. Jeanne	:	**Donc ça, vous l'avez là ça y est ?** Redressez ! Redressez votre parallélogramme **dans la figure de droite** là, c'est un parallélogramme actuellement. Voilà. Remettez le tel qu'il était dans la fin de la question… Voilà, très bien ! Vous voyez CK devrait être égal à AB, alors, r**accourcissez, ou je ne sais pas, si vous avez la possibilité de faire un dessin dans lequel CK serait égal à AB**. Voilà. Encore. Voilà, on y était, on l'avait eu ! Voilà ! *(cf. Figure 8)*
310. Paul	:	Mm. Oui. Oui non mais d'accord !

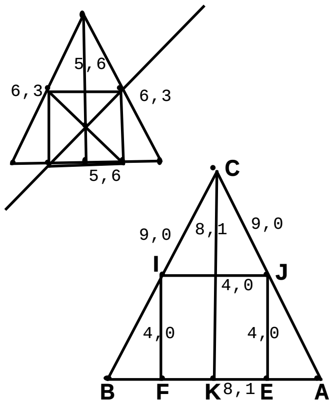


Figure 8 : Utilisation de la condition AB = CK pour mettre perceptivement le triangle de droite dans la bonne position et obtenir EFIJ carré (protocole 4, p. 59).

Une condition nécessaire a été trouvée. Jeanne incitera Paul à l'utiliser dans la figure de droite, où elle va pouvoir fonctionner comme condition suffisante. Cependant, même si cette condition permet de mettre la figure dans la position adéquate dans Cabri-géomètre (cf. Figure 8 la construction est perceptivement instrumentée par les mesures), pour l'instant, le résultat de l'implication construite par Jeanne est une condition nécessaire.

Le problème est résolu puisqu'une condition a été trouvée. Cependant, la justification construite par Jeanne et Paul est celle d'une condition nécessaire. Jeanne décide de poursuivre le travail.

311. Jeanne	:	Ah oui ! Et oui ! Bon alors voilà. **Et maintenant on va travailler là-dessus.**
312. Paul	:	D'accord.

La demande relative à la position du triangle de droite est une première indication du fait que Jeanne va essayer de faire transformer par Paul cette condition en condition suffisante. Cette intention de Jeanne est confirmée par la suite de l'analyse. Nous reviendrons sur les raisons qui sont susceptibles d'expliquer pourquoi elle décide de continuer.

III.1.6.2. ROLE DE CABRI-GEOMETRE DANS LA TRANSFORMATION DE LA CONDITION NECESSAIRE AB = CK EN CONDITION SUFFISANTE

Jeanne dispose d'au moins deux démarches possibles pour amener Paul à vérifier que la condition est suffisante (cf. analyse a priori). Soit elle utilise à nouveau une maïeutique pour faire produire par Paul la déduction (c), soit elle a recours à Cabri-géomètre et fait construire le triangle qui utilise explicitement la condition de CK = AB. Jeanne demande :

313. Jeanne : CK est égal à AB.
314. Paul : Ouais.
315. Jeanne : Bien. Alors vous allez prendre certains triangles et vous allez me dire ce que vous pouvez, heu don… vous, vous allez me parler de leur côtés. **Alors si CK est égal à AB, il y a des d'autres égalités dont on peut parler.** Par exemple ?

Cela paraît être le début d'une nouvelle maïeutique qui commencerait par l'explicitation (pour la troisième fois) de l'implication reliant AB = CK et IJ = IF. Mais Jeanne invalide la réponse « IJ = JE » qui a un rôle identique à celui de IJ = IF (les deux sont une égalité entre deux côtés adjacents du quadrilatère EFIJ) :

316. Paul : Heu, IJ est égal à JE.
317. Jeanne : Attendez ! N'allez pas si vite. **IJ est égal à JE, mais ça m'intéresse pas.**
318. Paul : Ouais. Mm.
319. Jeanne : **Moi j'étais basée, je suis partie sur CK égal AB. Et rappelez-vous que CK c'est quoi déjà ?**
320. Paul : CK c'est le double de… de JE.
321. Jeanne : **D'accord.**

Paul a interprété le fait que Jeanne ne trouve pas sa première proposition intéressante comme le résultat d'une volonté de faire redonner le détail de l'implication. Il propose donc CK = 2 JE. Cependant, si Jeanne était effectivement en train de faire expliciter par Paul la déduction (c), l'étape suivante devrait correspondre à l'explicitation de AB = 2 IJ . Or Jeanne pose une autre question :

321. Jeanne : D'accord. **Il représente quoi pour le triangle ABC ?**
322. Paul : La hauteur.
323. Jeanne : Ce [CK]. Oui ?
324. Paul : Et la médiane.
325. Jeanne : **Et la médiane ! La médiane m'intéresse.**

En fait, Jeanne est en train d'essayer d'amener Paul à la construction du triangle satisfaisant à la condition AB = CK. Cette figure nécessite la construction d'un cercle de centre K et de diamètre [AB] (cf. Figure 2 de l'analyse a priori). C'est pour cela que le mot « médiane » lui paraît intéressant, car il est lié au fait que K est le milieu de [AB] et

K est le centre du cercle à construire. Paul suit une autre voie qui est celle de la construction de (c). Il n'a donc pas la possibilité de comprendre où l'emmène Jeanne.

326.	Paul	:	Mm.
327.	Jeanne	:	D'accord ? *Silence* **Donc parlez-moi de BK !**
328.	Paul	:	BK ? Ben BK c'est la moitié de AB.
329.	Jeanne	:	Oui aussi. Et aussi ?
330.	Paul	:	C'est égal à IJ.
331.	Jeanne	:	Et aussi ?
332.	Paul	:	À EF.
333.	Jeanne	:	Et aussi ?
334.	Paul	:	Han ! À… à IF si c'est un carré. À JE.
335.	Jeanne	:	Oui et aussi ?
336.	Paul	:	À… à AK.
337.	Jeanne	:	**Par exemple, oui… ça c'est intéressant !**
338.	Paul	:	Mm. *Il chuchote* CK… *à nouveau plus fort* Heu oui ! *Il chuchote* CK…

Jeanne suit son propre plan. Elle joue à la devinette avec Paul. Le fait que BK soit la moitié de AB n'est pas intéressant alors que le fait que BK soit égal à AK est intéressant pour Jeanne car cela indique le cercle à construire, le point K jouant un rôle pivot. À ce moment là, Jeanne décide de laisser Paul chercher un peu tout seul. Deux hypothèses antagonistes rendent compte de cette décision : soit elle pense que Paul n'a plus les moyens de comprendre l'enjeu de l'interaction et qu'il faut le laisser réfléchir par lui-même, soit elle pense que maintenant Paul a tous les moyens pour terminer son travail tout seul.

339.	Jeanne	:	Est-ce que vous voulez que je vous laisse chercher ?
340.	Paul	:	Oui. Mm.
341.	Jeanne	:	**Alors donc on est, on se quitte sur le fait que AB doit être égal à CK.**
342.	Paul	:	Ouais.
343.	Jeanne	:	Voilà. Je vous laisse chercher encore un peu ?
344.	Paul	:	D'accord.

Le rappel de la condition AB = CK par Jeanne a deux interprétations possibles. Soit elle signale que cette condition est une condition nécessaire, ce qui correspond à une sorte d'institutionnalisation de la dernière étape de l'interaction à propos de laquelle elle peut penser qu'un accord est établi (le passage à la condition suffisante ne s'étant pas opéré). Soit, cette déclaration de Jeanne est une prescription destinée à Paul. Elle lui dit en fait qu'il *doit* construire une figure telle que CK = AB, la construction de la figure restant à découvrir.

Lorsque Paul rappelle, il a rédigé la déduction qui montre que la condition est nécessaire mais n'a pas fait de nouvelle construction.

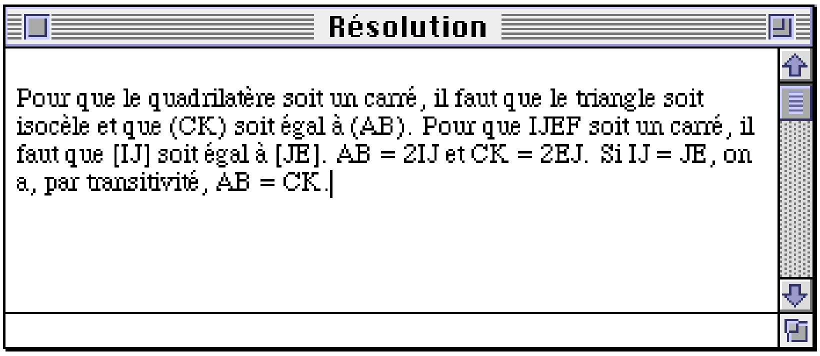


Figure 9 : Réponse rédigée par Paul qui montre que AB = CK est une condition nécessaire mais pas forcément suffisante.

Jeanne approuve et enchaîne :

366. Jeanne : Voilà, bien ! Alors heu… **Est-ce que vous pensez qu'on a trouvé la condition pour que, en dessinant un tel triangle on obtienne, avec les autres points que l'on construira, c'est-à-dire I, J, E, F, vous pensez qu'on aura un carré ?**
367. Paul : Oui.
368. Jeanne : Est-ce que vous désirez qu'on reparte à zéro, **qu'on reprenne AB = CK comme hypothèse, rappelez-vous on avait un triangle heu, isocèle hein,** au départ.
369. Paul : Oui.
370. Jeanne : Voilà. Et… puisqu'on a prouvé que c'était un rectangle bon, et… on va, **on va repartir de là, et on va construire à présent la figure. Et on pourra mesurer peut-être, pour avoir confirmation que notre condition est une bonne condition.** Vous êtes d'accord ?
371. Paul : D'accord.
372. Jeanne : Voilà, je vous quitte ?
373. Paul : Oui.
374. Jeanne : Je, vous m'appellerez dès que vous aurez terminé.
375. Paul : D'accord.

Jeanne demande maintenant tout à fait clairement à Paul de vérifier, à l'aide d'une construction de Cabri-géomètre, que la condition est une bonne condition. Cela semble se traduire pour elle par la possibilité de construire une figure à partir de cette condition (cf. 366). Il est vrai que l'utilisation d'une condition suffisante pour la construction de la figure de Cabri-géomètre permet toujours d'avoir une figure qui vérifie la propriété voulue. Ce n'est pas le cas d'une condition nécessaire. Lorsque Paul rappelle, il a bien construit la figure voulue par Jeanne.

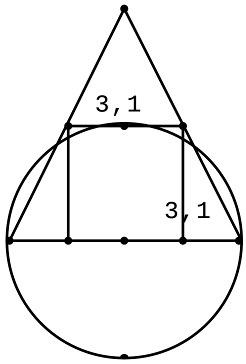


Figure 10 : Construction faite par Paul pour vérifier que la condition AB = CK est une « bonne » condition, c'est-à-dire une condition suffisante (protocole 4, p. 62).

376. Jeanne : Oui ?
377. Paul : Ça y est !
378. Jeanne : **Alors, c'est confirmé ?**
379. Paul : Oui.
380. Jeanne : Bien. **Donc, donc je pense que là on a, moi je considère que le problème est terminé** dans ce sens que après on pourrait faire des, des recherches de calcul d'angle. C'est-à-dire, on pourrait dire ceci est vrai, enfin on aurait un carré si, par exemple, l'angle heu au sommet, on faisait un triangle isocèle d'un angle, dont l'angle au sommet serait de tant de degrés, ou bien les angles à la base seraient de tant de degré. Ça pourrait se faire.
381. Paul : Mm.
382. Jeanne : **Mais moi je considère que là le problème est terminé, on aura un carré si la base de ce triangle a pour, a la même longueur que la hauteur heu, issue du sommet principal. Voilà.**

Jeanne ne demande pas la rédaction de la solution relative à la condition suffisante, elle accepte une vérification au niveau d'une construction de Cabri-géomètre et ne demande pas d'autre preuve. Elle conclut en justifiant le fait qu'elle puisse considérer le problème terminé (cf. 382).

Il y a un basculement de la situation, dans la troisième question, au moment où Jeanne est intervenue pour invalider la conjecture de Paul sur le triangle équilatéral. Jeanne a pris alors le contrôle de la situation et n'a pas pu le refaire passer du côté de Paul. Cette intervention qui, au moment où Jeanne en a pris la décision, a pu lui paraître nécessaire à l'évolution de Paul vers la solution, s'avère finalement avoir empêché ce dernier de construire lui-même un raisonnement pouvant l'amener à la solution. Jeanne a dû le guider pour qu'il trouve la bonne condition.

III.1.7. Conclusion sur le protocole 4, Jeanne et Paul

III.1.7.1. Les constructions dans Cabri-geometre

Les constructions sont toutes faites par Paul, Jeanne ne manipule pas Cabri-géomètre. On peut distinguer deux périodes dans les constructions que Paul a faites pour résoudre ce problème.

La première période correspond à une seule figure, suggérée par l'énoncé, qui accompagne la résolution jusqu'à l'invalidation de la condition du triangle équilatéral (première partie de la question 3 du problème). Cette première construction est faite correctement, c'est-à-dire que les milieux sont construits au sens de Cabri-géomètre. Ensuite, Paul ne refait pas sa figure mais la déforme pour qu'elle « montre » un triangle isocèle ou équilatéral. Dans le cas du triangle équilatéral, il s'aide d'un cercle qui lui permet de placer plus précisément les sommets du triangle. Il met ainsi en œuvre une vérification perceptivement instrumentée. Ce fonctionnement qui consiste à ne pas reconstruire explicitement toutes les figures nécessaires répond à un souci d'économie que l'on retrouve dans plusieurs protocoles, chez les élèves comme chez les précepteurs. Cela peut ne pas poser de problème, soit parce que élèves et précepteurs lisent directement les propriétés géométriques de la figure et savent maîtriser dans quelle mesure elle est construite ou non ou pourrait l'être effectivement (voir le protocole 19 exemplaire de cette négociation), soit parce qu'au cours de la résolution de problèmes, la figure faite dans Cabri-géomètre n'est pas sollicitée pour construire le raisonnement.

Mais cette absence de construction au sens de Cabri-géomètre peut poser des problèmes, et le cas de Paul en est un exemple. Notamment elle provoque un conflit entre, d'une part la vérification perceptivement instrumentée et d'autre part, l'oracle. Une véritable construction aurait changé les retours de Cabri-géomètre et donc vraisemblablement la situation de Paul. Cela lui aurait permis de rejeter de lui-même la condition ABC équilatéral. Jeanne ne le lui a pas demandé.

La seconde période débute une fois que Paul a admis et / ou compris que ABC équilatéral n'était pas une bonne conjecture et en cherche une autre. Il a alors besoin de Cabri-géomètre pour « découvrir » cette autre conjecture. Il fait une deuxième construction « à l'envers », c'est-à-dire en partant du carré pour tenter d'en identifier les propriétés. Or, nous avons vu dans l'analyse a priori que Cabri-géomètre ne facilitait pas l'identification de la condition. Une fois que cette condition a été identifiée avec l'intervention de Jeanne, Paul réalise une troisième construction, à la demande de Jeanne, pour confirmer sa conjecture et sa démonstration de la question 3. Il construit un triangle ayant une hauteur égale à la base. Cette construction dans Cabri-géomètre joue en fait le rôle d'une preuve. Elle n'est pas accompagnée d'une rédaction textuelle.

Les constructions de Cabri-géomètre sont supposées jouer trois rôles. Elles sont d'abord un lieu d'exploration et de découverte des conjectures. Dans ce protocole, ça ne marche pas toujours. En particulier, Cabri-géomètre n'a pas permis à Paul de découvrir la troisième condition, obligeant ainsi Jeanne à intervenir. Ensuite les constructions de Cabri-géomètre jouent un rôle dans la validation par l'intermédiaire des contre-exemples. Là encore, ça ne marche pas. Cela est dû aux constructions en partie perceptives, aux résultats contradictoires entre les différentes vérifications mises en œuvre par Paul, mais surtout à ses connaissances. Elles ne lui permettent pas de lire les retours de Cabri-géomètre comme des contre-exemples. Toujours à propos de la validation, la figure finale de Cabri-géomètre joue le rôle d'une preuve pour Paul de même que pour Jeanne. Le dernier rôle que nous avons identifié est de permettre de différencier une condition nécessaire d'une condition suffisante. La condition nécessaire est le résultat des propriétés mises en œuvre dans la construction. La condition suffisante est une propriété explicitement utilisée dans la construction et qui permet justement d'observer à tous les coups une propriété attendue. C'est comme cela que Jeanne essaye de les utiliser.

III.1.7.2. THALES OU THEOREME DES MILIEUX DANS UN TRIANGLE, LES EXIGENCES DU PRECEPTEUR

Jeanne exige que Paul utilise le théorème des milieux à la place de Thalès. Cette exigence, que l'on va retrouver également chez Gaston le seul autre précepteur ayant été confronté au même choix, est la conséquence de son statut d'enseignant. Elle considère que l'élève utilise Thalès non pas parce que la situation mathématique le justifie mais parce qu'il vient de l’étudier en cours. En temps qu'enseignant, le précepteur relie la mobilisation de Thalès à un dépistage d'intention didactique par l'élève alors que la mobilisation du théorème des milieux serait interprétée comme la marque d'une adaptation à la situation mathématique. Mais finalement, qu'est-ce qui, dans la situation mathématique, justifie en priorité le recours au théorème des milieux par rapport à Thalès ? Cela ne peut pas être une raison d'économie (autant de pas de démonstration pour chaque théorème). En fait, ce qui justifie l’application du théorème des milieux c'est surtout le cadre didactique de la résolution de ce problème. Dans une situation didactique, en utilisant le théorème le plus élégant pour la situation, l'élève prouve sa maîtrise de la situation et des outils possibles. Il montre ainsi sa maîtrise des connaissances mathématiques. S'il sait reconnaître la suffisance de connaissances plus anciennes, il montre du même coup qu'il a perçu en quoi les connaissances plus nouvelles étaient nécessaires et justifiées.

L'exigence d'utiliser le théorème des milieux plutôt que Thalès est ainsi une exigence purement didactique et qui n'est pas justifiée par la situation mathématique. Cela renforce notre observation de l'utilisation des « effets de contrat » par Jeanne. Nous y revenons ci-dessous.

III.1.7.3. INCITATION A PRENDRE EN COMPTE LES INDICATIONS DIDACTIQUES PLUTOT QU'« EFFETS DE CONTRAT »

Ce que nous avons appelé les « effets de contrat » provoqués par Jeanne sont ses interventions auprès de Paul pour l'inciter à prendre en compte certaines indications didactiques contenues dans la situation. Si l'on revient à la caractérisation du contrat didactique que nous avons proposée au chapitre 1 (§I.2.) — la négociation du contrat didactique est le processus qui permet d'obtenir la dévolution — alors les interventions de Jeanne ne sont pas des effets de contrat mais plutôt exactement le contraire. Les indications de Jeanne qui amènent Paul à utiliser les informations didactiques de la situation ne peuvent que l'empêcher d'arriver à interagir de façon adidactique avec le milieu. Ces interventions de Jeanne vont à l'encontre de la dévolution. Elles ne sont donc pas des effets de contrat.

Cependant, ces interventions de Jeanne agissent sur la relation de Paul avec le milieu. Elles modifient ce que Paul doit prendre en compte pour résoudre son problème en l'incitant à utiliser autre chose que des rétroactions du milieu adidactique. Nous avons vu que l'on ne peut pas non plus dire immédiatement si le comportement de l'élève est le résultat d'une prise en compte d'indications didactiques ou non. Les interventions de Jeanne n'ont donc pas un résultat automatique. Elles peuvent laisser la place à un travail mathématiquement significatif de la part de Paul.

III.2. Jeanne et Rémi, analyse du protocole 9

Jeanne interagit pour la seconde fois à propos de ce problème. Elle le connaît donc mais ne connaît pas l'élève.

III.2.1. Début de l'interaction

À propos de la question 1, Rémi propose la conjecture correcte et situe sa difficulté au niveau de l'explication :

8.	Rémi	:	Alors la question c'est "À quelles conditions sur ABC, ce quadrilatère est-il un parallélogramme ?"
9.	Jeanne	:	Oui.
10.	Rémi	:	On parle du quadrilatère EJIF.
11.	Jeanne	:	Oui.

12.	Rémi	:	Alors j'ai répondu qu'il n'y avait, qu'il n'y avait aucune condition sur ABC…
13.	Jeanne	:	Oui.
14.	Rémi	:	Mais heu, j'ai j'arrive pas, j'arrive mal à expliquer comment !

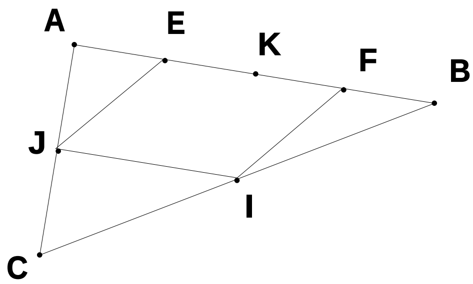


Figure 11 : Figure initiale de Rémi (protocole 9, p. 119).

Jeanne vérifie qu'il a utilisé la validation par déplacement pour tous les points de base puis commence à l'aider.

III.2.2. Intervention de Jeanne, effet de contrat et étayage sur le théorème des milieux

Jeanne demande :

35.	Jeanne	:	**Alors vous avez bien lu le texte et y a quelque chose, un mot qui vous semble plus important que d'autres.**
36.	Rémi	:	Ben les milieux.
37.	Jeanne	:	**Bon, le mot milieu. Bien alors donc ça doit évoquer pour vous quelque chose.**

Dans sa formulation, Jeanne fait de nouveau appel au « mot » milieu comme avec Paul. Elle provoque donc plutôt une prise en compte par l'élève des indications didactiques de la situation en faisant appel à un lien phonétique et pas forcément mathématique entre le mot « milieux » et le théorème.

38.	Rémi	:	Ben y a la règle des milieux ouais, qui est conservée là plutôt…
39.	Jeanne	:	**Redites moi ça ! Bien plus clairement.**
40.	Rémi	:	Heu, pff… Heu pff c'est compliqué heu…
41.	Jeanne	:	**Vous êtes dans quelle classe ?**
42.	Rémi	:	En troisième.
43.	Jeanne	:	**En troisième donc heu, vous devez pouvoir répondre. Ça a été fait l'année dernière.**

Rémi propose la règle des milieux d'une façon qui n'est pas acceptée par Jeanne. Elle considère que ce n'est pas clair soit pour un problème de vocabulaire (règle à la place de théorème ou bien conservée à la place d'applicable) soit parce qu'elle veut le faire expliciter par Rémi. C'est cette deuxième interprétation que retient Rémi qui se met à expliciter le théorème.

44. Rémi : Et ben, quand heu, quand on construit le, le milieu de deux côtés…
45. Jeanne : De deux côtés de quoi ?
46. Rémi : De…
47. Jeanne : Dans quelle figure ?
48. Rémi : Ben dans un triangle.
49. Jeanne : Mm.
50. Rémi : Quand on construit heu, quand on construit le milieu de deux côtés et qu'on les joint il sera parallèle au troisième côté.
51. Jeanne : Qui c'est il ?
52. Rémi : Hein ?
53. Jeanne : Qui est il ? Vous dites "il sera", c'est qui ?
54. Rémi : Heu, le segment. Le segment des, qui joint les deux milieux.
55. Jeanne : Voilà, sera parallèle ?
56. Rémi : Au troisième côté !
57. Jeanne : Du triangle. D'accord ?
58. Rémi : Oui.

Le statut de Jeanne comme précepteur responsable des apprentissages apparaît dans cet épisode à travers ses exigences sur la formulation du théorème (cf. 39).

III.2.2.1. ÉTAYAGE, LA TRANSFORMATION D'UN RECOURS AUX INDICATIONS DIDACTIQUES DE LA SITUATION EN OUTIL DE RESOLUTION

Une fois que Rémi a formulé le théorème d'une façon acceptable, Jeanne demande :

59. Jeanne : Très bien. **Alors ici est-ce que vous pouvez employer cette règle là ?**

Rémi construit le pas de démonstration qui lui permet d'obtenir que [IJ] // [AB]. Jeanne poursuit :

77. Jeanne : **Bon alors, est-ce que c'est intéressant ce que vous venez de me dire là ?**
78. Rémi : Ben heu, ben oui !
79. Jeanne : **Pourquoi ?**
80. Rémi : Ben on a déjà, on a déjà deux côtés parallèles.
81. Jeanne : **Parfait ! Et nous nous voulons prouver, nous voulons arriver à quoi ? À prouver quoi ?**
82. Rémi : Que les, que que les autres côtés sont parallèles deux deux. Enfin, les quatre côtés sont parallèles deux à deux.

Ainsi, Jeanne a provoqué artificiellement la mobilisation par Rémi du théorème des milieux. Mais Rémi est capable de reconstruire après coup le raisonnement mathématique qui permet de résoudre son problème. Il y a étayage de la part de Jeanne dans le sens où d'une part elle marque les différentes étapes du travail de Rémi : mobilisation du théorème (cf. 37), vérification de son employabilité (cf. 59) et vérification de l'intérêt du résultat (cf. 77). D'autre part, son aide reste provisoire et permet à l'élève de dépasser une difficulté locale tout en lui laissant le contrôle de certains aspects de la situation. Il reste maintenant à vérifier que Rémi est capable tout seul de mobiliser et d'utiliser ce théorème dans d'autres situations.

III.2.2.2. REINVESTISSEMENT DU THEOREME DES MILIEUX

Dans cette même question, le théorème peut être encore appliqué deux fois pour obtenir que les deux autres côtés opposés du quadrilatère EFIJ soient parallèles. Mais cela implique d'utiliser le segment [CK] qui n'est pas construit dans la figure.

88.	Rémi	: **On peut faire pareil avec [FI].** […] [FI] on…
99.	Jeanne	: Allez-y !
100.	Rémi	: On veut que ce soit parallèle à, à [EJ].
101.	Jeanne	: Oui. Bien alors là on aimerait bien hein ?
102.	Rémi	: Ouais.

Rémi tente donc de mobiliser le théorème dans un autre cas. Jeanne souligne le fait que ça ne se passe pas exactement comme précédemment.

103.	Jeanne	: **Est-ce que vous y arrivez de la même façon ?**
104.	Rémi	: Ben pas vraiment parce que bon…
105.	Jeanne	: **Pourquoi ?**
106.	Rémi	: **Ben parce que là c'est, on a pas un côté en face.** On a on a encore un seg, un segment de deux milieux.
107.	Jeanne	: Oui lequel ?
108.	Rémi	: Un segment qui joint le, qui joint les le milieu de de [AC] et de [AK].
109.	Jeanne	: Oui.
110.	Rémi	: Le segment [JE] donc.
111.	Jeanne	: **Le segment [JE] il joint le milieu de [AC] et de [AK]**.

Rémi a donc bien identifié les deux milieux des côtés mais cela ne lui permet pas encore de voir que c'est suffisant pour appliquer le théorème. Il n'a pas mobilisé le segment [CK] (qui n'est pas matérialisé sur la figure) et voit uniquement le segment [JE] qui appartient à un autre triangle. Il est conscient que cela ne lui permet pas d'appliquer directement le théorème. Il y a là un signe que le théorème n'est pas encore complètement maîtrisé par l'élève. En particulier, sa connaissance du théorème ne lui permet pas de s'affranchir de la reconnaissance perceptive de la configuration prototypique du triangle avec un segment des milieux. Un autre niveau de maîtrise du théorème permettrait justement de l'utiliser pour « voir » le segment [CK]. C'est peut-être ce qu'essaye de souligner Jeanne en 111. Elle va réessayer de faire appliquer le théorème indépendamment de la reconnaissance du segment [CK], donc du triangle de départ.

111.	Jeanne	: **Est-ce que vous pouvez employer le théorème que vous av… venez de dire au sujet de [IJ] par exemple.** Juste le, le segment des milieux dont vous venez de parler est-ce que vous pouvez le réemployer ici ?

112. Rémi	:	Heu ben oui !
113. Jeanne	:	Oui ? **Alors redites le moi ce, ce théorème là.** C'est un théorème hein ?
114. Rémi	:	Mm.
115. Jeanne	:	**Allez-y ! Redites le moi.**
116. Rémi	:	Et ben quand heu… quand on joint, quand on joint les milieux de deux côtés dans un triangle…
117. Jeanne	:	Oui.
118. Rémi	:	Ce segment il est parallèle au troisième côté de ce triangle.
121. Jeanne	:	D'accord.

Jeanne fait répéter le théorème. Le fait de faire répéter correspond à un effort de sa part pour simultanément contrôler l'apprentissage chez l'élève et lui faire prendre en compte les caractéristiques du théorème. Cela lui permet alors de demander dans quel triangle doit être appliqué le théorème :

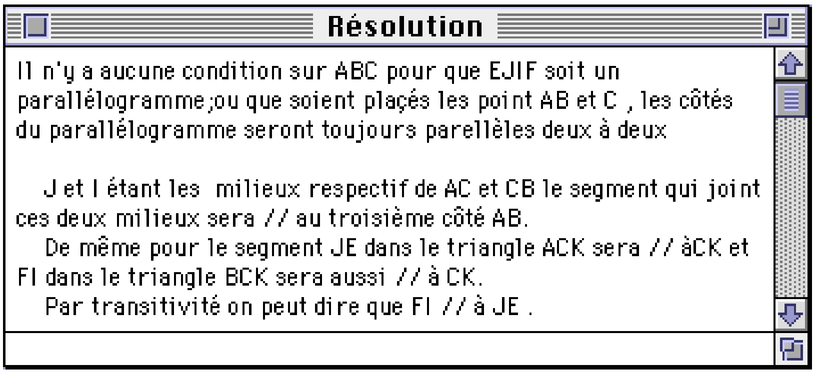
121. Jeanne	:	**Alors en attendant, vous avez prouvé, vous avez trouvé que J et E étaient les milieux de côtés d'un triangle ? Lequel s'il vous plaît ?**
122. Rémi	:	Et ben J milieu de [AC] ben dans, dans le triangle heu… dans le triangle ACK.
123. Jeanne	:	ACK d'accord. Heu ça, **peut-être si vous joignez le C le K** ça **vous aiderait.**
124. Rémi	:	Ouais. *(Il trace le segment [CK]).*
125. Jeanne	:	Voilà. Je vous quitte ! **Vous êtes sur la bonne voie…**

On peut ainsi faire l'hypothèse que ce qui bloquait Rémi était plus l'absence du segment [CK] dans sa figure que la difficulté d'utiliser le théorème des milieux. L'absence de [CK] empêche la reconnaissance perceptive d'un triangle. La connaissance du théorème des milieux permet-elle de « voir » [CK] et comment ? Le fait que Jeanne ait provoqué artificiellement la mobilisation du théorème des milieux empêche-t-il Rémi de maîtriser correctement son choix dans une situation mathématique donnée ? La réponse à ces deux questions permet de décider s'il y a étayage ou non.

Une fois que Jeanne s'est assurée que le théorème des milieux allait être appliqué et que la médiane [CK] était utilisée par l'élève, elle peut se retirer de l'interaction car les deux éléments centraux de la résolution sont explicités.

III.2.3. Épilogue : le travail personnel de Rémi

Il n'y aura pas d'autre interaction entre Jeanne et Rémi. Cela ne nous permet pas en particulier de savoir quelle utilisation du théorème des milieux Rémi allait pouvoir faire suite à cette interaction. Le texte finalement écrit par Rémi est le suivant :


Résolution

Il n'y a aucune condition sur ABC pour que EJIF soit un parallélogramme;ou que soient plaçés les point AB et C , les côtés du parallélogramme seront toujours parellèles deux à deux

J et I étant les milieux respectif de AC et CB le segment qui joint ces deux milieux sera // au troisième côté AB.
De même pour le segment JE dans le triangle ACK sera // àCK et FI dans le triangle BCK sera aussi // à CK.
Par transitivité on peut dire que FI // à JE .

Ce texte ne sera pas relu ni corrigé par Jeanne. Cependant il montre que le théorème des milieux est localement correctement utilisé par Rémi.

III.3. Conclusion sur le travail de Jeanne

Dans les deux protocoles, l'aide de Jeanne pour la première question consiste, d'une part à demander l'utilisation du théorème des milieux et d'autre part, à suggérer d'utiliser la médiane [CK].

Dans les deux protocoles, elle suggère le théorème en faisant appel aux indications didactiques de la situation. Elle joue sur la présence du mot milieu à la fois dans l'énoncé du problème et dans le nom du théorème. Lorsque ce premier essai n'est pas concluant elle « aide » l'élève en lui indiquant dans quelle classe le théorème qu'elle attend a été appris. Nous avons vu au cours de l'analyse qu'un tel jeu sur la situation ne permet pas forcément à l'élève d'associer un sens correct à la mobilisation du théorème des milieux.

Jeanne vérifie ensuite que l'énoncé du théorème est connu de l'élève, au besoin en le lui faisant répéter. Cette demande de répétition de la part de Jeanne peut être considérée comme un moyen mis en œuvre pour contrôler l'apprentissage. Elle se retrouve dans d'autres protocoles où ce précepteur intervient. Par exemple dans le protocole 11, après avoir passé toute l'interaction à associer les noms des angles aux angles d'une figure, et alors qu'elle vient de le redire, Jeanne demande :

294. Jeanne : Bon alors qu'est ce qu'on sait sur les, deux parallèles et une sécante, qu'est-ce qu'elles forment ? **On répète, histoire de fixer la chose.**
295. Chloé : Les angles alternes internes, alternes externes…
296. Jeanne : Qui sont ? Qui sont comment, un, les angles alternes internes qui sont comment ?
[…]

Jeanne vérifie enfin que le théorème des milieux est correctement appliqué. Pour pouvoir vérifier que le théorème est correctement appliqué, il peut être utile d'avoir plusieurs occasions de le faire appliquer. C'est peut-être ce qui l'incite à introduire la médiane [CK] dès la première question, avant que la situation mathématique ne le justifie entièrement. L'utilisation précoce de [CK] par Jeanne peut avoir plusieurs raisons. La première est que, comme Jeanne intervient sur un problème qu'elle ne connaît pas, elle a pu d'abord trouver la deuxième démonstration de l'analyse a priori (celle qui fait intervenir [CK]) et ne pas avoir eu le temps d'en trouver une autre. Cependant, cet argument n'est valable que durant le début du premier protocole car justement Paul a fait une autre démonstration qu'il soumet à Jeanne et qu'elle valide finalement. Pour le second protocole, Jeanne sait donc déjà qu'il existe une autre démonstration qui n'utilise pas [CK]. Elle indique néanmoins à Rémi d'utiliser [CK]. La deuxième raison est donnée par l'analyse a priori. [CK] est nécessaire pour répondre aux questions suivantes du problème. Jeanne favorise donc cette démonstration dans la première question pour faciliter ensuite le travail de l'élève dans les autres questions. La troisième raison qui apparaît est liée au fonctionnement de Jeanne en tant que précepteur responsable d'un apprentissage. En demandant que la démonstration utilise [CK] dans la première question, Jeanne implique du même coup que le théorème des milieux soit utilisé trois fois. C'est une bonne occasion de faire répéter la mise en œuvre du théorème par l'élève et donc de lui permettre de l'apprendre et de pouvoir vérifier qu'il a bien compris.

Les autres conclusions sur le travail de Jeanne sont les mêmes que celles du protocole 4 (cf. III.1.7.). En effet, il ne s'est rien passé de significatif autour de la figure de Cabri-géomètre entre Jeanne et Rémi.

En conclusion, les interventions de Jeanne ont essentiellement pour but de faire prendre en compte, par l'élève, certaines indications didactiques de la situation. Ce sont donc des interventions dans la relation élève-milieu mais qui ne relèvent pas de l'étayage. En effet, un aspect de l'étayage consiste bien pour le précepteur à faire prendre en compte, par l'élève, les caractéristiques importantes du problème qu'il est en train de résoudre. Or les indications didactiques de la situation ne sont pas des caractéristiques mathématiques importantes du problème (même si elles peuvent apparaître ainsi à Jeanne).

IV. GASTON

Gaston, le précepteur, interagit avec deux élèves différents à propos de ce problème : Yvan (protocole 6) et Simon (protocole 7).

IV.1. Gaston et Yvan, analyse du protocole 6

IV.1.1. Début de l'interaction

Yvan appelle Gaston pour savoir où il doit rédiger la réponse qu'il a trouvée pour la première question du problème. Gaston le questionne à propos de sa figure pour savoir quelle est sa conjecture et comment il l'explique :

22. Gaston : D'accord, **je vois que tu as fait la figure.**
23. Yvan : Voilà. Alors, heu, on me demande de déplacer A, B et C et observer le quadrilatère EJIF.
24. Gaston : **Oui, qu'est-ce, qu'est-ce que tu as vu ?**
25. Yvan : Heu… que c'est un parallélogramme.
26. Gaston : **Tu penses que c'est un parallélogramme ?**
27. Yvan : Ouais. J'en suis certain.
28. Gaston : Oui.
29. Yvan : Heu… Quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un, heu parallélogramme ? Alors y en faut aucune.
30. Gaston : **Oui, alors est-ce que tu peux expliquer** ça **?**

Gaston utilise la figure pour savoir ce que l'élève a fait.

IV.1.2. Thalès ou théorème des milieux ?

Yvan propose oralement la démonstration qui utilise trois fois le théorème de Thalès (deuxième démonstration de l'analyse a priori où le théorème des milieux est remplacé par Thalès). Gaston réagit à l'utilisation de Thalès :

32. Gaston : Heu… oui, oui, **Thalès, oui, si on veut oui.**
33. Yvan : Voilà. Heu…
34. Gaston : **Tu es dans quelle classe ?**
35. Yvan : Comment ?
36. Gaston : **Tu es dans quelle classe ?**
37. Yvan : Troisième.
38. Gaston : D'accord. **C'est un théorème de quatrième aussi** ça **!**
39. Yvan : Thalès ?
40. Gaston : Heu oui, ça…
41. Yvan : On voit dans certaines figures, heu, particulières.
42. Gaston : **Oui, c'est, c'est le cas ici hein !**

Comme Jeanne, le précepteur précédent, Gaston note l'utilisation de Thalès dans cette situation. Le théorème de Thalès étant une généralisation du théorème des milieux, son utilisation est justifiée mathématiquement. Cependant, elle peut avoir deux significations. Dans le premier cas l'élève, qui est en troisième, vient d'apprendre le théorème de Thalès et l'utilise dans ce problème parce qu'il correspond justement à l'apprentissage le plus récent. Dans ce cas là, l'élève lit une indication didactique dans le problème, indication qui peut être formulée de la façon suivante : un problème posé doit permettre de mettre en œuvre ce qui est un enjeu d'apprentissage ou vient de l'être. Dans le second cas, l'élève a choisi Thalès plutôt que le théorème des milieux car Thalès en est une généralisation. Le théorème général est plus efficace que le particulier car il est applicable dans de plus nombreuses situations. Le théorème général remplace le théorème particulier qui était nécessaire pour l'apprentissage mais qui est devenu caduque du fait de l'existence d'une généralisation. Cela paraît être le cas d'Yvan qui reconnaît que le théorème a été vu précédemment dans des cas particuliers. De son côté, Gaston peut considérer que l'utilisation d'un cas particulier du théorème, dans une situation mathématique qui le justifie pleinement, est la marque d'un bon niveau de maîtrise des moyens utilisés puisqu'elle permet leur adaptation au problème à résoudre.

Gaston n'insiste pas sur l'utilisation du théorème de Thalès à la place de celui des milieux mais remarque qu'Yvan l'applique également dans des triangles qui ne sont pas complètement matérialisés sur la figure (cf. Figure 12 où Les points C et K sont construits mais pas le segment [CK]).

48.	Gaston	:	**Tu as pas eu besoin de tracer [CK] ?**
49.	Yvan	:	Non.
50.	Gaston	:	**Non, c'était pas nécessaire !**

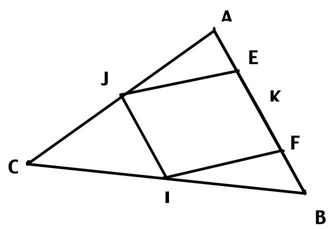


Figure 12 : Construction d'Yvan pour la première question (protocole 6, p. 73).

Ce comportement d'Yvan dénote une autre connaissance du théorème des milieux (ou Thalès puisqu'il l'appelle comme ça) que celle de Rémi. Elle lui permet notamment de « voir » et d'utiliser le segment [CK] sans avoir besoin de le construire. Finalement Gaston valide la démonstration d'Yvan sans demander de modification. La façon dont Yvan a répondu à ses deux remarques, celle sur Thalès et celle sur le segment [CK] non construit, lui a peut-être fait prendre la décision de ne pas insister.

Plus tard, par deux fois, Gaston revient sur la question du théorème des milieux comme cas particulier de Thalès. À l'écrit comme à l'oral, Yvan utilise Thalès. Gaston le remarque lorsqu'il lit la rédaction qu'a faite Yvan pour la première question (il n'avait pas encore eu l'occasion de la lire) :

233. Gaston : **Bon tu m'avais dit tout à l'heure…**
234. Yvan : J'avais démontré…
235. Gaston : **… que le théorème des… de Thalès…**
236. Yvan : Voilà.
237. Gaston : **Dans un cas particulier d'ailleurs.**
238. Yvan : Mm mm.

Ensuite, au cours de la troisième question portant sur les conditions sur le triangle pour avoir un carré, Yvan réutilise la même propriété :

340. Yvan : Alors heu… je dis que “ IJ est égal à la moitié de AB ”.
341. Gaston : **Oui, c'est une propriété connue ça.**
342. Yvan : Voilà. Et puis heu…
343. Gaston : **C'est quoi ça ta pro…**
344. Yvan : Thalès.
345. Gaston : **C'est Thalès avec des milieux hein ?**
346. Yvan : Voilà.
347. Gaston : **Du théorème des milieux des fois. D'accord.**

Yvan enchaîne sur la suite de son raisonnement et ne reprend pas la remarque de Gaston. Celui-ci n'insiste pas.

Gaston a donc fait à trois reprises la remarque que le théorème des milieux est un cas particulier de Thalès. Le fait que l'élève utilise Thalès à la place du théorème des milieux signifie au départ pour Gaston que l'élève a pris en compte des indications didactiques dans le problème. Gaston ne demande pourtant pas explicitement que le théorème des milieux soit utilisé ce qui de toute façon ne permettrait pas de résoudre le problème du sens associé à l'utilisation du théorème. Cette position de Gaston est le résultat d'une négociation entre Yvan et Gaston sur les raisons qui font qu'Yvan a utilisé Thalès. Au fur et à mesure de l'interaction, Gaston a pu se rendre compte qu'Yvan prenait en compte les caractéristiques mathématiques de la situation pour décider d'utiliser Thalès. Il n'y avait donc plus lieu pour le précepteur d'insister.

IV.1.3. Le rôle de Cabri-géomètre dans la question 2

Gaston lance Yvan sur la seconde question (comment faire pour que le quadrilatère soit un rectangle).

95. Yvan : Il faut que… [JE] et [IF] soient perpendiculaires à [AB].
96. Gaston : Heu… **Oui, parce que tu, tu savais déjà que c'était un parallélogramme.**

Yvan propose une condition sur deux angles droits. Gaston structure les propriétés nécessaires en précisant que le quadrilatère est déjà un parallélogramme.

102. Gaston : **Ouais, et alors ça va donner quoi alors ?**
103. Yvan : Ben… que j'obtienne des angles droits ici…
104. Gaston : Oui.
105. Yvan : Et ici…
106. Gaston : Oui.
107. Yvan : Puisque ça et ça sont parallèles *(il montre [JE] et [IF]).*
107. Yvan : Puisque ça et ça sont parallèles.
108. Gaston : **De toute façon à partir du moment où tu en as un…**
109. Yvan : Voilà.
110. Gaston : **Les autres sont tous droits hein !**
111. Yvan : Voilà.

C'est Gaston qui indique le fait qu'il n'y a besoin que d'un seul angle droit. Cette remarque est liée à la construction de la preuve plutôt qu'à la recherche de la conjecture. En effet, il n'y a qu'au niveau de la preuve que la perpendicularité des quatre sommets du parallélogramme peut être dissociée. Dans une preuve, le jeu sur le statut opératoire des énoncés entraîne une hiérarchisation « temporelle » de la propriété de perpendicularité des sommets : d'abord un seul sommet est un angle droit ce qui entraîne qu'ensuite tous les sommets le sont. En revanche, dans la figure et donc dans la recherche de la conjecture quand cette recherche se fait à partir de la figure, les quatre sommets sont simultanément droits. Ainsi, Gaston travaille déjà au niveau de la preuve de la conjecture alors qu'Yvan ne l'a pas encore construite. Il y a là un décalage entre le raisonnement du précepteur et celui de l'élève. Cela est peut-être à l'origine du fait qu'Yvan pense avoir trouvé la conjecture.

112. Gaston : **Bon alors heu comment on pourrait faire ?**
113. Yvan : Ben c'est bon, non ?
114. Gaston : **Non ben attends, on te demande les conditions sur quoi ?**
115. Yvan : Ah ouais ! Sur le triangle ouais !

IV.1.3.1. RECHERCHE DE LA CONJECTURE, PREMIER RECOURS A CABRI-GEOMETRE

Yvan n'ayant pas encore trouvé de conjecture, Gaston lui indique de la chercher à l'aide de la construction de Cabri-géomètre.

122. Gaston : **Donc faut dire comment est le triangle ABC pour que ça soit un rectangle. Tu as essayé de voir des cas où c'est pas rectangle et des cas où c'est rectangle ?**
123. Yvan : Heu ouais.
124. Gaston : **Déplace un peu pour voir.**
125. Yvan : Heu… *(Il déplace le sommet A)*
126. Gaston : **Oui alors là c'est pas bon !**
127. Yvan : Mm mm.
128. Gaston : **Là non plus !** Alors si tu mets A ici par exemple et que tu déplaces B maintenant. Où est-ce qu'il faut le mettre pour que ça soit rectangle ? Tu as, tu as essayé…
129. Yvan : Hum…

130. Gaston : … de voir avec… **Ouais, trouve une position.**
131. Yvan : Pfff, hein… *(soupirs)*
132. Gaston : Tu as du mal !
133. Yvan : Ouais. Mm… *(Yvan choisit une position, cf. Figure 13).*
134. Gaston : **C'est pas mal là. Bon, et ça te donne pas une idée ?**
135. Yvan : Faut pas que le triangle soit isocèle ?

C'est Gaston qui indique quand la figure est perceptivement correcte, c'est-à-dire quand le Cabri-dessin montre un rectangle.

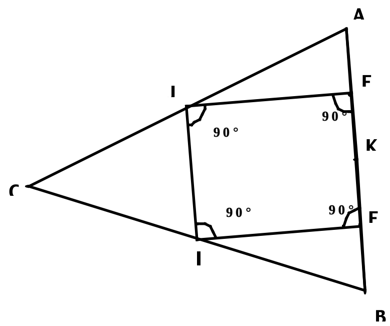


Figure 13 : Position de la figure choisie par Yvan (protocole 6, p. 77).

Contrairement à ce que nous laissait prévoir l'analyse a priori, Yvan a du mal à trouver la position du triangle pour avoir un rectangle. Mais une fois la bonne positon obtenue, avec l'aide de Gaston, Yvan remarque immédiatement que le triangle est isocèle. Il ne devrait pas avoir de difficulté pour trouver la justification puisqu'il a déjà utilisé la médiane [CK] pour la première question. La figure ayant permis d'identifier la conjecture est perceptive. De plus, le contrôle est effectué sur le quadrilatère (cf. 128). Il en résulte que la condition trouvée sur le triangle est une condition nécessaire.

IV.1.3.2. CERTITUDE ET DEMONSTRATION A PROPOS DE LA CONJECTURE

Gaston passe à la justification de la conjecture. Il enquête sur les éléments disponibles chez Yvan pour construire la démonstration.

136. Gaston : **Alors il va falloir réfléchir pourquoi est-ce qu'il doit être isocèle.**
137. Yvan : Ouais.
138. Gaston : C'est une bonne idée. **Est-ce que tu as, tu as, tu as essayé de, tu as dit qu'il était isocèle parce que tu l'as regardé comme ça ?**
139. Yvan : Ouais, je m'en doute.
140. Gaston : Donc c'est en regardant quoi, tu as pas mesuré ni rien du tout.
141. Yvan : Non.

Yvan peut très bien avoir d'autres raisons que celles liées à la figure (raisons didactiques ou mathématiques) pour penser que la condition cherchée est ABC triangle isocèle. Gaston résume cela à l'observation de la figure.

142. Gaston	:	On pourrait éventuellement le faire *(ils parlaient de mesurer)* mais **si tu en es sûr heu, on dira que c'est bon.**
143. Yvan	:	Ben j'en suis pas sûr à cent pour cent.
144. Gaston	:	**Bon ben écoute, c'est à toi de voir.**
145. Yvan	:	Heu…
146. Gaston	:	**C'est à toi de voir si tu veux vérifier encore un peu plus dans d'autres positions ou si tu veux te lancer dans une, tu sais bien qu'il va falloir au bout du compte, il va falloir démontrer quand même hein ?**
147. Yvan	:	Ouais.
148. Gaston	:	Ouais.
149. Yvan	:	Ouais ben je pense que c'est ça ouais.
150. Gaston	:	**Tu penses que c'est ça. Bon, c'est, c'est tout le problème de savoir si tu es assez convaincu pour te lancer dans une démonstration.**
151. Yvan	:	Ouais mais je sais pas comment la mener ma démonstration.

Lorsqu'ils parlent d'être suffisamment sûrs, Gaston et Yvan ne parlent pas de la même chose. Pour Yvan, il s'agit de savoir si il est suffisamment sûr de sa conjecture ou s'il lui faut une démonstration, la finalité de la démonstration étant, pour lui d'être sûr. Il répond donc qu'il est très sûr mais que pour être sûr à cent pour cent, il lui faut une démonstration. L'introduction d'un delta d'incertitude lui permet de légitimer le recours à la démonstration. Cela correspond à la règle qui veut que, en classe de mathématiques, on n'ait pas le droit d'être convaincu sans avoir fait la démonstration. Pour Gaston, il faut savoir si Yvan est suffisamment sûr de sa conjecture pour se lancer dans la démonstration qui de toute façon est nécessaire. Gaston fait donc une différence entre le fait d'être sûr et la finalité de la démonstration. Le jeu mathématique impose que seule la démonstration apporte la vérité. La question pour Gaston n'est donc pas de s'en passer mais plutôt de se lancer dans une opération délicate après avoir mis toutes les chances de son côté. Finalement, tous les deux sont d'accord, mais pour des raisons différentes, sur le fait qu'une démonstration est nécessaire. On a encore là un exemple de décalage entre les points de vue du précepteur et de l'élève.

IV.1.3.3. Aide de Gaston pour l'identification des proprietes utiles pour la demonstration

Bien qu'il ait déjà utilisé [CK], Yvan ne pense pas à l'utiliser et ne sait pas comment débuter sa démonstration. Gaston, qui veut l'amener à [CK], l'interroge :

152. Gaston	:	**Ah ! Ben tu sais des choses quand même sur les triangles isocèles.**
153. Yvan	:	Oui.

154. Gaston : **Qu’est-ce que tu sais ?**
155. Yvan : Ben l’angle CAB est égal à ABC.
156. Gaston : Oui, ça c’est déjà… oui.
157. Yvan : AC est égal à CB.
158. Gaston : Les longueurs oui.
159. Yvan : Heu… pff…
160. Gaston : **Alors après il y a toute une série de propriétés, qui tiennent compte ni des angles ni des côtés.**
161. Yvan : Mouais j’vois pas.
162. Gaston : **Dans les triangles isocèles, avec les, avec les… les droites du triangle. Dans un triangle isocèle, y a, que y a des propriétés sur la hauteur, sur tout ça, tu connais ça ?**

Gaston guide Yvan pour qu'il trouve le rôle joué par [CK]. Il lui demande alors quelles sont les propriétés qu'il connaît sur le triangle isocèle. C'est de l'étayage dans le sens où c'est l'élève qui doit chercher les propriétés relatives aux droites dans un triangle isocèle et le précepteur ne souligne pas a priori leur pertinence. Yvan répond que la hauteur = la médiatrice = la bissectrice = la médiane. Gaston répète chaque proposition d'Yvan et finalement remarque :

172. Gaston : Médiane. *(Silence)* **Ça te donne pas d’idée ?**
173. Yvan : Non.

Bien que Gaston n'ait pas relancé Yvan à la recherche d'autre chose après qu'il ait proposé médiane, ce qui peut être compris comme le signe d'un rôle particulier pour la médiane, l'étayage n'a pas permis à Yvan d'avoir une idée des éléments utiles dans cette démonstration. Gaston a de nouveau recours à Cabri-géomètre.

IV.1.3.4. Recherche de la demonstration, deuxieme recours a Cabri-geometre

174. Gaston : Non. **Trace la un peu cette heu, cette… qu’est-ce, trace quelque chose là. Tu me diras ce que c’est après.** *(Yvan trace la médiatrice de [AB], cf. Figure 14).* Voilà.

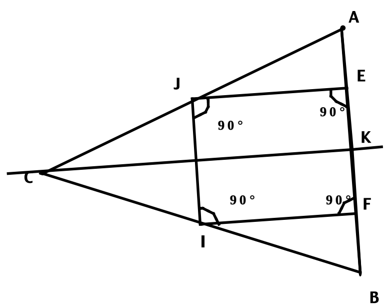


Figure 14 : Yvan a tracé la médiatrice de [AB] puis placé perceptivement le point C dessus (protocole 6, p. 78).

C'est Gaston qui demande que soit tracée cette « droite » dont il se retient de donner le nom. Ce n'est donc pas lui qui valide les propositions d'Yvan. On est toujours dans l'étayage.

Yvan analyse les propriétés de sa figure :

189.	Yvan :	Ouais ! Heu… ben **j'ai deux triangles égaux**. Heu, **le triangle CKA est égal au triangle CK, heu… KBC !** C'est-à-dire heu, **les côtés ont même longueur.**
190.	Gaston :	**Qu'est-ce que tu prends, qu'est ce que tu prends comme hypothèse ?**
191.	Yvan :	**Ils sont tous les deux rectangles.** Heu, puisque on…
192.	Gaston :	**Qu'est-ce que tu as pris comme hypothèse ?** Parce que si ton triangle est quelconque…
193.	Yvan :	Ouais.
194.	Gaston :	La médiatrice, tu as bien vu, elle passe pas par C.
195.	Yvan :	Ouais.
196.	Gaston :	Mm.
197.	Yvan :	Mais là elle passe par C donc il est isocèle, donc CA est égal à CB et AK est égal à KB.
198.	Gaston :	Oui.
199.	Yvan :	Puisque, on m'l'a dit dans le, au début. Et puisque la médiatrice est… bissectrice, hauteur et heu, bissec, heu… médiane.
200.	Gaston :	Mm.
201.	Yvan :	Donc heu, **les deux triangles heu… sont sont rectangles et ont les mêmes dimensions.**

L'hypothèse de départ n'apparaît pas clairement dans les propositions d'Yvan. Le fait que le triangle soit isocèle est déduit du fait que le point C appartienne à la médiatrice. C'est une propriété perceptive de la figure à laquelle Yvan fait appel pour justifier son raisonnement. Il obtient des égalités de longueur sur les côtés et des angles droits. Le raisonnement d'Yvan n'est pas structuré comme une démonstration incluant un jeu sur le statut opératoire des énoncés (il ne précise pas quelles sont les hypothèses) mais s'apparente plutôt à une argumentation rassemblant le plus d'arguments pertinents possibles. La discussion précédente au sujet de la certitude accompagnant la conjecture a peut-être favorisé ce fonctionnement.

À ce moment de l'interaction, ni la suggestion de Gaston de travailler sur les droites remarquables du triangle, ni l'exploration de la figure n'ont permis à Yvan d'envisager le rôle particulier joué par [CK].

IV.1.3.5. Intervention de Gaston pour transformer l'argumentation en demonstration, troisieme recours a Cabri-geometre

202.	Gaston :	**Ouais, tu me fais un gros tas avec toutes les propriétés puis tu dis heu, c'est comme ça que ça marche !**
203.	Yvan :	Voilà.
204.	Gaston :	**J'aimerais que tu sois un peu plus… tu vois qu'on prenne juste ce dont on a besoin.** Parce que finalement, qu'est-ce que ça a, les droites là dont tu parles, qu'est que ça a à voir avec le rectangle et le parallélogramme ?
205.	Yvan :	Heu…

L'exigence de Gaston de n'utiliser que ce qui est strictement nécessaire rejoint sa remarque précédente à propos du théorème des milieux à la place de Thalès, qui est une valorisation du théorème particulier plutôt que le théorème général. Mais elle a surtout pour but d'amener Yvan à une démonstration plutôt qu'une argumentation. Cela passe entre autre par l'explicitation des hypothèses et de la conclusion.

Gaston fait alors une proposition incluant la mise en évidence du rôle joué par la médiane [CK].

206. Gaston	:	**Tu vois, je te suggère de faire une chose**. […]
210. Gaston	:	**Heu, tu vas effacer la médiatrice** *(Yvan efface la médiatrice)* Voilà. **Tu vas tracer une médiane plutôt.** […]
216. Gaston	:	**Puis tu vas bouger un peu ta figure** et voir comment est cette droite quand le triangle, essayer de voir comment est cette droite quand le triangle est isocèle ou pas isocèle relativement au rectangle, tu vois.
217. Yvan	:	OK.

Gaston arrête l'interaction à cet endroit en ayant donné une piste à Yvan. Il fait l'hypothèse que l'interaction avec Cabri-géomètre va lui permettre de construire la démonstration (cf. 216).

Lorsqu'Yvan rappelle, il commence par redonner sa conjecture (cf. 240). Cela confirme le fait qu'au moment où Gaston travaillait déjà sur la démonstration, Yvan était encore en train d'élaborer sa conjecture. Il propose les raisons suivantes :

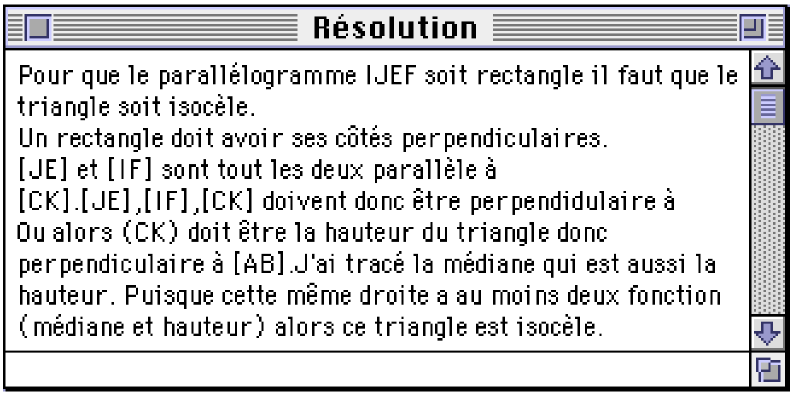
240. Yvan	:	Mm mm. Alors je pense donc, je, **il faut qu'il soit isocèle** et j'ai trouvé pourquoi !
241. Gaston	:	Oui ?
242. Yvan	:	Donc, il faut que, pour **qu'il soit rectangle il faut donc que [JE]**…
243. Gaston	:	Mm.
244. Yvan	:	… **soit perpendiculaire à [EF]**.
245. Gaston	:	Oui.
246. Yvan	:	Donc. J'ai mar… bon [JE] est toujours heu, parallèle à [CK].
247. Gaston	:	Oui.
248. Yvan	:	Donc **il faut que [CK], [CK] soit perpendiculaire à [EF]**.
249. Gaston	:	Mm.
250. Yvan	:	Et il y a un seul cas où **[CK] est parallèle[3] à [EF] c'est quand il est isocèle.**
251. Gaston	:	C'est quand la, alors tu le, en le disant en terme de droite…
252. Yvan	:	Oui.
253. Gaston	:	La médiane est la…
254. Yvan	:	Hauteur.
255. Gaston	:	… et la hauteur sont confondues.
256. Yvan	:	Voilà.

3 Yvan a certainement voulu dire "perpendiculaire" et pas "parallèle".

257. Gaston : Donc dans les, c'est caractéristique du triangle isocèle.

Yvan a donc élaboré et justifié une condition nécessaire. La condition du triangle isocèle est alors la conclusion de son raisonnement. Cela correspond au contrôle effectué par Gaston lorsqu'Yvan, à la recherche de la conjecture, manipulait la figure.

IV.1.3.6. LA REDACTION D'YVAN


Résolution

Pour que le parallélogramme IJEF soit rectangle il faut que le triangle soit isocèle.
Un rectangle doit avoir ses côtés perpendiculaires.
[JE] et [IF] sont tout les deux parallèle à
[CK].[JE],[IF],[CK] doivent donc être perpendidulaire à
Ou alors (CK) doit être la hauteur du triangle donc perpendiculaire à [AB].J'ai tracé la médiane qui est aussi la hauteur. Puisque cette même droite a au moins deux fonction (médiane et hauteur) alors ce triangle est isocèle.

Figure 15 : Texte rédigé par Yvan pour la seconde question. La condition ABC isocèle y apparaît nécessaire. Il manque le segment « [AB] » à la 5e ligne (protocole 6, p. 83).

Le texte proposé par Yvan présente plusieurs caractéristiques qu'un précepteur pourrait relever. D'abord, la condition proposée et justifiée est une condition nécessaire. On a vu que Jeanne, le précepteur précédent avait poursuivi le travail avec l'élève pour établir que la condition est également suffisante. Ensuite, Yvan fait intervenir, dans ses hypothèses, une propriété qui est déduite de la construction (« J'ai tracé la médiane qui est aussi la hauteur »). Or cette propriété suppose précisément ce qui est obtenu en conclusion, c'est-à-dire que le triangle est isocèle. De ce point de vue, le raisonnement d'Yvan n'est pas une démonstration et s'apparente plutôt à une argumentation.

Gaston commence la lecture du texte d'Yvan. Yvan s'explique :

297. Gaston : " Pour que le parallélogramme IJEF soit un rectangle, il faut que le triangle soit isocèle. "
298. Yvan : **Donc c'est ce que je suppose et je voulais le démontrer,** puis après…
299. Gaston : **Oui " Un rectangle doit avoir ses côtés perpendiculaires ". En fait, il suffit qu'il y en ai un.**
300. Yvan : Oui.

À cet instant là, ce qu'Yvan suppose et voudrait démontrer, c'est la conjecture qui, tant qu'elle n'est pas démontrée, reste une supposition. Gaston émet quelques réserves sur la rédaction d'Yvan. Il souligne le caractère suffisant de la propriété des angles droits pour un rectangle (cf. 299) mais ne poursuit pas dans cette direction.

325.	Gaston :	**Bon bon je discute un, pas un petit peu sur la rédaction quand même hein ! Bon,** “ Ou alors [CK] doit être la hauteur du triangle donc perpendiculaire à [AB] ”. Oui. Par ce que ce qui caractérise une hauteur pour toi c’est quoi ? La définition d’une hauteur ?
326.	Yvan :	Ben, c’est un, c’est une, un segment…
327.	Gaston :	Un segment ou une droite oui les deux sont…
328.	Yvan :	Voilà.
329.	Gaston :	Oui.
330.	Yvan :	… qui part heu… d’un sommet…
331.	Gaston :	Oui qui…
332.	Yvan :	Qui arrive à un autre, heu segment opposé, heu, perpendiculairement.
333.	Gaston :	**Voilà, on pourrait dire ça comme ça. Alors heu… bon d’accord, oui on peut le dire comme ça**
334.	Yvan :	Ouais.
335.	Gaston :	**Bon je je rouspète pas.**

Gaston valide le texte proposé par Yvan. Il ne relève que l'opposition qui transparaît dans la rédaction entre « [CK] perpendiculaire à [AB] » et « [CK] hauteur ». Notamment, il ne travaille pas la question de la conclusion utilisée en hypothèse ni celle de la condition nécessaire et/ou suffisante. Il montre implicitement ainsi qu'une condition nécessaire est une réponse acceptable pour l'exercice.

Yvan a déjà rédigé quelque chose pour la question suivante. Gaston passe alors à la troisième question.

IV.1.4. Troisième question, invalidation de ABC équilatéral

Gaston enquête pour savoir ce qu'Yvan a déjà fait. Yvan a déjà rédigé un paragraphe où il obtient qu'il faut que AB = CK. Yvan le formule de la façon suivante :

356.	Yvan :	Voilà. Bon. **Et pour avoir ça il faut donc que CK et AB soient per, soient heu… égaux**.

Yvan a donc terminé le problème. Là encore, comme Jeanne, Gaston ne stoppe pas le travail après que l'élève ait trouvé la condition AB = CK. Il poursuit en demandant à Yvan de reformuler sa condition :

357.	Gaston :	Oui. Il faut que ce soit un triangle. **Alors finalement tu résumerais quoi ?**
358.	Yvan :	Ben…
359.	Gaston :	**Si fallait que tu dises ça en une phrase ?**

Devant la demande de reformulation de Gaston, Yvan n'a pas d'autre solution que de rechercher parmi les triangles particuliers, c'est-à-dire rectangle ou équilatéral :

360. Yvan : Heu… que ce soit un triangle rectangle. Heu…
361. Gaston : Que, c'est ABC hein dont on parle.
362. Yvan : Oui. **ABC soit équilatéral non ? Heu ça j'en suis pas si sûr heu !**
363. Gaston : Oui ?
364. Yvan : **Est-ce qu'un triangle où la hauteur est égale au sommet.**
365. Gaston : À un côté.
366. Yvan : Voilà.
367. Gaston : **Est-ce qu'il est équilatéral ? À ton avis ?**
368. Yvan : **Ah j'en sais rien, c'est pour ça que je vous appelle !**

Gaston est ainsi directement sollicité par Yvan. Il répond en lui renvoyant la question apparemment légèrement transformée :

369. Gaston : Oui… **Qu'est-ce, qu'est-ce qui est égal dans un triangle équilatéral ?**
370. Yvan : Heu, les quatre côtés sont égaux, les angles…
371. Gaston : Les trois, parce que dans un triangle y en a que trois hein !
372. Yvan : Ouais.

Gaston transforme la question d'Yvan. Il part de « AB est-il égal à CK dans un triangle ABC équilatéral ? » et propose à la place : « qu'est ce qui est égal dans un triangle équilatéral ? ». Il change ainsi la situation de l'élève. En effet, c'est la connaissance de l'implication « AB = BC = CA   AB ≠ CK » qui permet à Gaston de transformer la question portant sur AB et CK en question portant implicitement sur l'égalité des côtés dans le triangle équilatéral. Alors que le passage d'une question à l'autre paraît être une simple reformulation, la transformation nécessite en fait de connaître déjà la réponse de la première question. C'est donc seulement le précepteur qui peut le faire. Mais, ce faisant, il prend en charge une part de la tâche de l'élève.

375. Gaston : Oui. **Bon alors regardons les côtés.** Par exemple [AB]…
376. Yvan : Mm mm.
377. Gaston : Si il était équilatéral il aurait la même longueur que [AC].
378. Yvan : Mm. Heu… ouais.
379. Gaston : Oui. **Et [AC] a la même longueur que [CK] ou pas ?**
380. Yvan : Heu… Non.
381. Gaston : Non ? **Pour quelle raison ?**
382. Yvan : Ben parce que c'est un triangle rectangle.
383. Gaston : Oui, m'enfin…
384. Yvan : Et dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est toujours plus grande que les deux autres côtés.
385. Gaston : On pourrait dire ça comme ça, oui si tu veux. **Oui, donc en fait c'est pas un triangle équilatéral.**
386. Yvan : Voilà, ouais.
387. Gaston : Tu comprends pourquoi ?
388. Yvan : Ouais.
389. Gaston : Voilà. **C'est un triangle un peu particulier, hein, qui a la hauteur égale au côté.**
390. Yvan : Voilà.

Gaston a donc suffisamment transformé la situation d'Yvan pour que ce dernier puisse trouver la réponse, et suffisamment peu pour qu'il ait encore quelque chose à faire, notamment invoquer l'inégalité triangulaire dans un triangle rectangle.

IV.1.5. Travail sur condition nécessaire et condition suffisante

Gaston aborde plusieurs fois la question des conditions nécessaires trouvées par Yvan qui sont également des conditions suffisantes.

Dans la première question, il fait une première remarque :

283. Gaston : Voilà. “ pour que le quadrilatère soit un parallèlogramme il faut que ses côtés soient parallèles deux à deux ”. **“ Il faut ”, enfin bon, on pourrait discuter sur la terminologie mais ça va.**
284. Yvan : Ouais.
285. Gaston : **Bon, “ça suffit” aussi tu vois ?**
286. Yvan : Ouais.

À propos de la rédaction de la deuxième question, Gaston réutilise le « il suffit » :

299. Gaston : Oui “ Un rectangle doit avoir ses côtés perpendiculaires ”. **En fait, il suffit qu’il y en ai un.**
300. Yvan : Oui.
301. Gaston : Enfin, deux deux, une paire de côtés perpendiculaires hein !
302. Yvan : Voilà.

Enfin dans la troisième question, à l'occasion d'une discussion sur combien de côtés doivent être égaux, Gaston réintroduit le terme « il suffit » :

348. Yvan : Et “ JE est égal à la moitié de CK ”. Bon “ donc ”, heu mince ! “ pour qu’il soit carré ”, je me suis trompé là…
349. Gaston : Oui.
350. Yvan : “ il faut que JE est égal à IF qui est égal à IJ qui est égal à EF ”.
351. Gaston : **Oui, en fait il suffit des quels ?**
352. Yvan : **Ben il suffit qu’il** y en ait deux qui soient égaux.
353. Gaston : Oui parce que ceux qui sont opposés sont déjà égaux depuis longtemps.
354. Yvan : Voilà.
355. Gaston : À cause du parallélogramme..

Le « il suffit » est momentanément repris par Yvan puis très vite abandonné.

Gaston n'a pas mis d'enjeu sur le passage du « il faut » au « il suffit ». C'est un choix qui paraît délibéré. De même, il n'a pas mis d'enjeu sur l'utilisation du théorème des milieux à la place de Thalès. Il paraît avoir les même exigences que Jeanne mais n'insiste pas pour que l'élève les prenne en compte.

IV.1.6. Épilogue : poursuite de l'interaction par la recherche d'une autre caractérisation du triangle

Gaston et Yvan vont chercher une caractérisation du triangle ne faisant intervenir que les côtés du triangle. Cette caractérisation passe par les angles.

391.	Gaston :	Alors qu'est-ce qu'on pourrait dire sur ce… […] … sur ce triangle… […] **Qu'est ce qu'on pourrait dire sur ce triangle heu… si par exemple, pour te poser des questions sur ses angles, des choses comme ça.**
396.	Yvan :	Heu ABC ?
397.	Gaston :	Oui, le triangle qui a une hauteur égale au côté.

C'est Gaston qui lance cette recherche non demandée dans le problème. Il se justifiera à deux reprises.

417.	Gaston :	**Si tu passes le brevet bientôt, c'est une question qu'on va te poser ça par exemple.**
418.	Yvan :	Ouais ouais !
419.	Gaston :	Ouais, on va te demander, trouver heu, la valeur, heu, de l'angle A. Comment tu ferais ?

Puis :

439.	Gaston :	**Est-ce qu'il y a d'autres questions à ton problème ?**
440.	Yvan :	Non.
441.	Gaston :	Non. **Tu veux regarder un peu celle-là ?** Que je viens de te poser ?
442.	Yvan :	Laquelle ? Ah…
443.	Gaston :	Ben trouver les valeurs, la valeur de l'angle A et de l'angle heu C. Tu saurais chercher ça ?

Ils vont travailler un moment pour établir les valeurs des angles de ce triangle. Gaston conclut à propos des valeurs des angles qu'ils ont trouvées :

573.	Gaston :	Oui bon on va dire que c'est bon hein ? Parce qu'on sait bien que, en trigo, les résultats qu'on trouve sont approchés hein ?
574.	Yvan :	Ouais ouais.
575.	Gaston :	**D'accord. Alors tu vois bien que c'est pas un triangle équilatéral, on a une deuxième raison là.**

Mais Yvan savait déjà que le triangle n'était pas équilatéral. Les raisons qui poussent Gaston à poursuivre l'interaction après que la condition AB = CK ait été identifiée et justifiée sont à déterminer. Elles paraissent relever du même principe que celles qui ont amené Jeanne à poursuivre l'interaction autour de la suffisance de la condition.

IV.1.7. Conclusion sur Gaston et Yvan

La figure de Cabri-géomètre est un outil important dans le travail de Gaston. Il commence par l'utiliser, sans la manipuler, pour enquêter sur le travail qu'a fait Yvan de façon autonome. Puis il demande à Yvan de chercher la conjecture de la question 2 à l'aide de la figure (cf. 124) et l'assiste dans la manipulation. C'est ensuite lui qui demande à Yvan de construire une droite puis de construire précisément [CK]. De son côté, Yvan ne trace même pas la médiane [CK] qu'il utilise pourtant dans sa démonstration de la question 1. La figure de Cabri-géomètre ne lui permet pas non plus de trouver les éléments nécessaires à la démonstration de la question 2.

La figure utilisée pendant toute la résolution est celle qui correspond à l'énoncé. Elle n'est pas reconstruite pour tenir compte des différentes propriétés du triangle. Ces propriétés sont vérifiées à l'aide de la mesure des angles du quadrilatère et de la présence de la médiatrice de [AB] puis de [CK], ce qui permet de savoir quand le triangle est isocèle. Il s'agit donc d'une vérification instrumentée.

Pour la question du caractère nécessaire et suffisant des conditions trouvées, Gaston adopte une autre position que celle de Jeanne. Lors de la manipulation de la figure qui mène à la découverte de la conjecture « ABC isocèle alors EFIJ rectangle », le contrôle sur la figure exercé par Gaston a lieu sur la sous-figure du parallélogramme. Yvan remarque qu'alors le triangle est isocèle. C'est donc, dans les faits, une condition nécessaire qui est trouvée. La rédaction d'Yvan, bien qu'elle n'ait pas les caractéristiques d'une démonstration, présente également la condition ABC isocèle comme une condition nécessaire. En revanche, Gaston fait par trois fois la remarque sur le fait que les conditions trouvées sont aussi suffisantes. Mais comme pour la question du théorème de Thalès, il n'insiste pas.

Enfin, le statut qu'a le travail sur la figure de Cabri-géomètre du point de vue de Gaston apparaît dans un épisode particulier. Il s'agit de la discussion, à propos de la question 2, entre Gaston et Yvan pour savoir s'ils sont suffisamment sûrs pour passer à la démonstration ou non. Pour Yvan, il s'agit de n'être pas complètement sûr pour avoir encore besoin d'une démonstration. Pour Gaston il s'agit au contraire d'être suffisamment sûr pour se lancer dans la tâche délicate de démonstration avec des raisons de penser qu'elle va aboutir. Cette position de Gaston caractérise le fait qu'il attribue deux finalités différentes d'une part à la démonstration et d'autre part à la vérification dans la figure de Cabri-géomètre. La démonstration a pour but de valider la conjecture alors que la figure de Cabri-géomètre a pour rôle de convaincre. Cette distinction n'est pas accessible à Yvan. Pour lui, vérification dans Cabri-géomètre et démonstration ont toutes les deux pour but de convaincre. Il concède alors à Gaston qu'avec la figure il n'est pas sûr à 100%, donc qu'il veut bien faire la démonstration. Il identifie les deux processus en leur attribuant la même finalité. Comme en définitive, Gaston et Yvan sont d'accord sur l'utilité d'une démonstration, le discours de Gaston n'a que peu d'effet sur Yvan.

IV.2. Gaston et Simon, analyse du protocole 7

Gaston connaît le problème au moment où débute l'interaction avec le nouvel élève, Simon.

IV.2.1. Début de l'interaction

Simon appelle le précepteur pour une aide sur la question 3 du problème. Gaston lui demande des informations sur ce qu'il a fait. À propos de la première question, Simon a déjà rédigé une démonstration qui utilise trois fois le théorème des milieux (deuxième démonstration de l'analyse a priori). Gaston lit sa démonstration et Simon remarque qu'il s'est trompé entre perpendiculaire et parallèle :

30. Simon : C'est parallèle je me suis trompé !
31. Gaston : **Vouais, donc tu, tu as, ce mot là te semble pas correct hein ?**
32. Simon : Ouais.
33. Gaston : **Tu remplacerais perpendiculaire par parallèle.**
34. Simon : Ouais.
35. Gaston : Tu veux le faire là ?
36. Simon : Ouais je vais le faire.
37. Gaston : Ouais ouais.

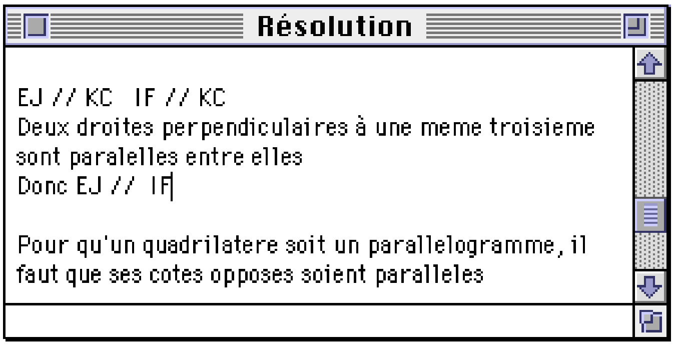


Figure 16 : Démonstration de la question 1 où Simon a écrit perpendiculaire à la place de parallèle (protocole 7, p. 94).

Ce qui paraît n'être qu'une petite « erreur » va en fait être récurrent dans la suite du travail de Simon.

Gaston demande à examiner la deuxième question avant de passer à la troisième :

54. Simon : **Alors la la dernière ils demandent,** à quelle condition sur ABC ce quadrilatère, enfin le quadrilatère EJIF…
55. Gaston : Oui.
56. Simon : … est un carré ?

[…]

61. Gaston : **Pour un rectangle d'ab, tu avais d'abord pour un rectangle.**

C'est le signe, d'une part que Gaston connaît déjà le problème et d'autre part, que connaissant le problème, il souhaite prendre connaissance de toutes les étapes du travail de Simon qui précèdent son intervention.

Dans son travail sur la deuxième question, Simon fait à nouveau l'inversion entre parallèle et perpendiculaire. D'abord dans la rédaction qu'il propose et ensuite dans la lecture qu'il en fait :

64. Simon : Ben si c'est un triangle isocèle, KC, c'est aussi la… la hauteur de… issue de C, puisque…
65. Gaston : **Oui parce qu'au départ, c'est une, c'est quoi ?**
66. Simon : C'est une médiane au départ.
67. Gaston : C'est une médiane, d'accord. Donc c'est aussi une hauteur.
68. Simon : C'est aussi une hauteur, donc heu, elle est **parallèle** à AB.
69. Gaston : Mm.
70. Simon : Donc heu, comme F, heu IF et EJ sont parallèles à KC et sont aussi **parallèles** à AB.
71. Gaston : Oui.

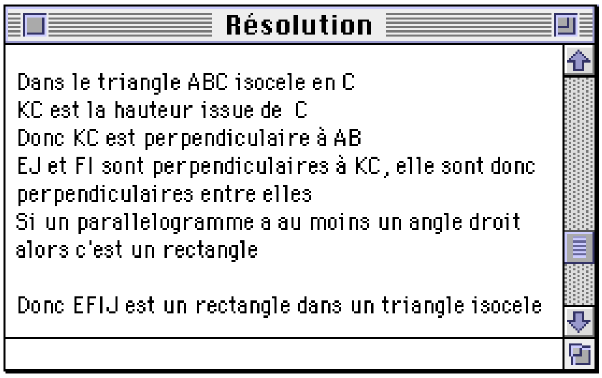


Figure 17 : Réponse de Simon à la question 2.

Gaston ne relève pas les inversions écrites et orales entre perpendiculaires et parallèles. En revanche, il fait expliciter ce qui était en hypothèse. On retrouve là une trace du travail fait avec Yvan qui avait du mal à établir les hypothèses. Le travail fait avec l'élève précèdent donne ainsi une référence à Gaston pour interagir avec l'élève présent. Simon a rédigé sa démonstration en partant du triangle isocèle et en aboutissant au rectangle. Il obtient ainsi une condition suffisante. Il ne semble pas avoir été gêné comme les autres élèves par le fait que la réponse à la question de l'énoncé soit l'hypothèse de sa démonstration. Ils passent alors à la question 3 à propos de laquelle Simon a appelé.

IV.2.2. Aide de Gaston dans la recherche de la conjecture

IV.2.2.1. INVALIDATION DE LA CONJECTURE ABC EQUILATERAL

Simon a déjà invalidé la conjecture ABC équilatéral à l'aide d'un contre-exemple dans Cabri-géomètre.

80. Simon : **Ben, je, je pensais avoir trouvé mais… non en fait ! Je pensais que c'est si c'était un… triangle heu équilatéral.**
81. Gaston : Oui ?
82. Simon : **Mais là je viens de regarder et c'est pas quand c'est un triangle équilatéral.**

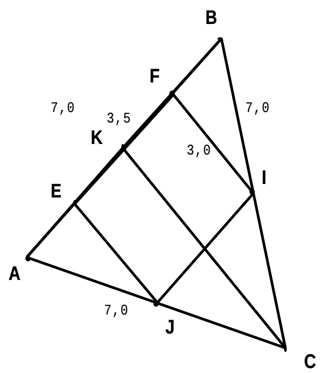


Figure 18 : Contre-exemple proposé par Simon (protocole 7, p. 96).

Le contre-exemple proposé par Simon est une figure perceptivement instrumentée par des mesures à la fois pour les côtés du triangle et pour ceux du carré. Gaston relativise la portée de ce contre-exemple afin de pouvoir introduire un raisonnement :

83.	Gaston :	C'est, c'est-à-dire la figure que tu as maintenant c'est une, **c'est une position d'équilatéral que tu as un peu approximative.**
84.	Simon :	Un peu approximative oui.

Ce n'est pas tant la figure qui est approximative que le moyen de vérification qui implique la perception.

91.	Gaston :	D'accord. Donc c'est, **c'est plus expérimental comme ça que …**
92.	Simon :	Ouais.
93.	Gaston :	**… que que par démonstration.**
94.	Simon :	Ouais.

Gaston a besoin de recourir au raisonnement qui invalide la condition du triangle équilatéral car c'est à partir de ce raisonnement que l'on trouve la bonne condition. Il a donc besoin de relativiser la portée du contre-exemple fourni par Cabri-géomètre. Cela lui permet alors de proposer le raisonnement (b) de l'analyse a priori (si EFIJ carré alors AB = CK ce qui est impossible dans un triangle équilatéral).

95.	Gaston :	On pourrait… On aurait pu, on aurait pu, **tu vois si si, si c'était un carré…**
96.	Simon :	Ouais.
97.	Gaston :	Avec ton théorème des milieux tu sais aussi que **EJ c'est la moitié de KC.**
98.	Simon :	EJ… Heu oui oui…
99.	Gaston :	Oui.
100.	Simon :	Oui.
101.	Gaston :	Et tu sais aussi que **EF c'est la moitié de AB.**
102.	Simon :	EF c'est la moitié de AB, oui oui ! EG…
103.	Gaston :	Oui. Donc en fait…
104.	Simon :	Ah ben oui !
105.	Gaston :	Ouais, tu vois c'est en fait, heu, heu, c'est, **dans un triangle équilatéral il se trouve que [AC] et [KC] ont pas la même longueur.**
106.	Simon :	[AC] et [KC]. Oui.
107.	Gaston :	D'accord. Et donc en fait tu es en train de, **si c'était vrai ce que tu supposais…**
108.	Simon :	Ouais.
109.	Gaston :	**Ça voudrait dire que la hauteur et le côté ont la même longueur dans un triangle équilatéral.**
110.	Simon :	Heu… Ah ouais d'accord !
111.	Gaston :	**Tu tu comprends ce que je dis ?**
112.	Simon :	Ouais ouais.

Gaston essaye donc *d'expliquer* pourquoi le triangle équilatéral ne marche pas. C'est lui qui fournit tous les arguments pertinents et Simon finit par acquiescer. Cependant qu'a-t-il pu comprendre ? Il savait déjà que ça ne marche pas avec le triangle équilatéral. Il savait également déjà utiliser le théorème des milieux dans un triangle. Ce qui est nouveau, c'est le fait que AC et KC n'ont pas la même longueur dans un triangle équilatéral. Mais il n'a pas relié cette information à la condition recherchée. Son acquiescement et sa compréhension étaient antérieures. Ce que tente d'expliquer Gaston n'est en fait pas problématique pour Simon.

On peut faire les hypothèses suivantes sur les raisons qui font que Gaston introduit ce raisonnement. Nous avons vu dans l'analyse a priori que la figure de Cabri-géomètre toute seule ne facilite pas vraiment la découverte de la condition cherchée. Gaston introduit alors peut-être ce raisonnement pour suppléer au rôle de Cabri-géomètre. Il indique l'importance de [CK] et permet ainsi à Simon de trouver la bonne réponse. Il peut également vouloir faire en sorte que son élève ne se satisfasse pas d'une figure perceptive dans Cabri-géomètre. Dans les deux cas, le fait d'avoir fourni ce raisonnement indique l'importance de [CK] et transforme la situation de Simon. Mais ces deux hypothèses montrent que même pour Gaston, l'exposé de son raisonnement n'a pas d'enjeu explicatif. Ainsi, on voit sur cet exemple comment le caractère explicatif de l'épisode 95-112 s'avère nul, replacé dans l'interaction complète entre Simon et Gaston. Dans cet échange, le fait que l'explication de Gaston porte sur un objet non problématisé par Simon est essentiel. La tentative de Gaston pour rendre problématique le contre-exemple de Cabri-géomètre n'a pas réussi. Simon avait déjà répondu par ses propres moyens, à l'aide d'un contre-exemple de Cabri-géomètre, à la question à laquelle Gaston n'apporte finalement qu'une autre réponse.

IV.2.2.2. RECHERCHE D'UNE NOUVELLE CONJECTURE, RECOURS A CABRI-GEOMETRE

Gaston propose alors immédiatement à Simon de caractériser le triangle à l'aide de sa hauteur :

113.	Gaston :	Bon. Alors il faut, **il faut caractériser le triangle tu peux éventuellement donner une condition sur la hauteur.**
114.	Simon :	Condition sur la hauteur… Ah oui…[…] Condition sur la hauteur.
121.	Gaston :	**Tu peux donner une condition sur la hauteur,** par exemple, qu'est-ce que tu as envie de dire de la hauteur ?
122.	Simon :	Heu la hauteur… *(Silence)*

C'est Gaston qui signale que la condition porte sur la hauteur. Mais Simon ne comprend pas ce que veut dire Gaston. Le fait que Simon ne fasse pas le lien entre la conclusion qu'ils viennent d'obtenir sur CK et AB et la recherche d'une condition confirme qu'il n'y a pas eu explication contrairement à ce que l'échange pouvait laisser croire.

Maintenant que les tentatives de Gaston pour obtenir la condition AB = CK à partir d'un raisonnement n'ont pas abouti, il va de nouveau avoir recours à Cabri-géomètre.

Cependant, nous avons vu dans l'analyse a priori que l'interaction avec Cabri-géomètre ne permet pas de faire « surgir » facilement cette condition. Gaston utilise alors Cabri-géomètre pour faire apparaître certains Cabri-dessins qu'il considère comme significatifs. Il manipule ainsi la figure pour tenter de rendre cette condition plus accessible. Il s'agit de faire « voir » à Simon la position dans laquelle EFIJ est un carré et de palier ainsi à l'absence de retours significatifs du logiciel.

127. Gaston : **Tu vois regarde !**
128. Simon : Ouais.
129. Gaston : **Je je vais faire, je vais faire un essai.**
130. Simon : Ouais.
131. Gaston : **Je vais tirer le point C** *(Gaston tire le point C, cf. Figure 19, premier triangle).*
132. Simon : Ouais.
133. Gaston : Tu vois ? Je le tire. Bon là c'est pas un carré !
134. Simon : Non du tout !
135. Gaston : Bon, y a une… Là non plus c'est pas un carré ! (*cf. Figure 19, deuxième triangle).*
136. Simon : Non.
137. Gaston : C'est une position intermédiaire.
138. Simon : Ouais.

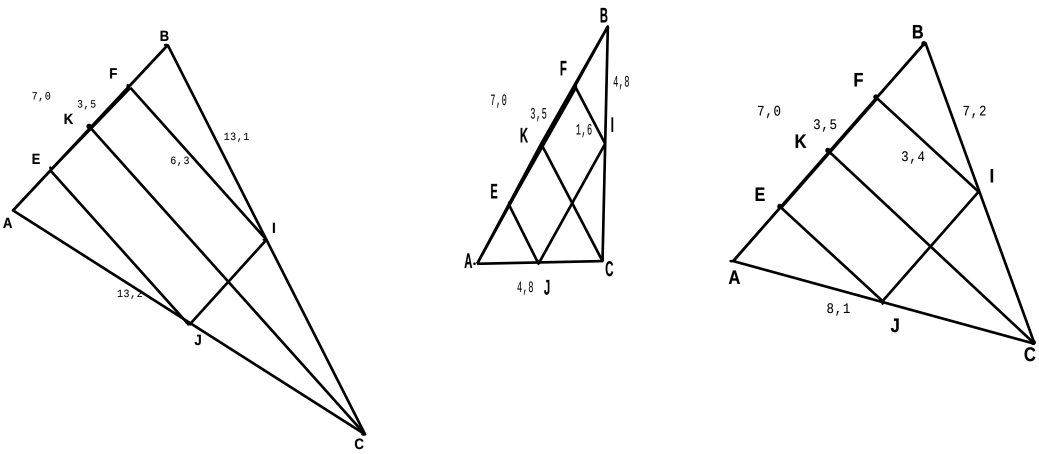


Figure 19 : Trois positions prises par la figure lors du déplacement effectué par Gaston (protocole 7, p. 97).

Simon propose que C soit sur la médiatrice du segment [AB] mais ne propose rien sur la hauteur. Gaston insiste :

160. Gaston : **Alors en fait, heu, ce ce que je voulais te montrer par là c'est qu'y a une position où ça doit être un carré.**
161. Simon : Ouais.
162. Gaston : **Et que cette position c'est une position de C sur la médiatrice.**
163. Simon : Ouais.
164. Gaston : **Mais quelle est la condition sur la hauteur ?**
165. Simon : … la condition…
166. Gaston : **Cette hauteur là tu vois je la fais varier en longueur.**
167. Simon : Ouais.
168. Gaston : **Quelle position tu penses il faut prendre ?**

169. Simon : *(Silence)*
170. Gaston : Si elle est trop petite…
171. Simon : Ouais ?
172. Gaston : … c'est pas un carré, si elle est trop grande, c'est pas un carré !
173. Simon *(en même temps)* : Si elle est trop grande, c'est pas un carré non plus !
174. Gaston : **Tu vois donc il a une position au milieu là. Qu'est-ce que tu peux dire de la longueur de la hauteur à cet endroit là ?**
175. Simon : Ben faut que ça soit… *(Silence)*

Devant l'échec de sa demande, Gaston doit se justifier :

176. Gaston : **C'est pas une question difficile hein que je pose là !**
177. Simon : Ouais ouais mais je, je vois pas attends !

Mais cela peut également être vu comme une négociation du fait que Gaston n'intervient pas trop puisqu'il ne pose que des questions faciles (sous-entendu : ce qui reste de difficile c'est l'élève qui va le faire). Finalement, le travail sur Cabri-géomètre ne permet pas à Simon de trouver la condition. Gaston est obligé de revenir à un travail sur le raisonnement déductif. Mais à ce moment là de l'interaction, les possibilités d'intervention de Gaston sont plus réduites : le recours à Cabri-géomètre n'a pas fonctionné, l'invalidation du contre-exemple par un raisonnement introduisant la condition AB = CK non plus.

IV.2.2.3. MAÏEUTIQUE POUR L'OBTENTION DE LA CONDITION

Gaston met en œuvre une maïeutique pour faire produire par Simon la déduction (b).

178. Gaston : **Qu'est-ce que tu sais entre, qu'entre les longueurs KC et EJ ?**
179. Simon : K C et E J. Ben EJ c'est le milieu de KC.
180. Gaston : Attends ! Le milieu, tu veux dire la moi…
181. Simon : Non non c'est le, la moitié !
182. Gaston : Oui. *(Silence)* **Et si c'est un carré, c'est quels segments qui sont égaux ?**
183. Simon : Si c'est un carré ? Ben… heu… deux côtés heu consécutifs.
184. Gaston : Alors par exemple, EJ et puis ?
185. Simon : JI.
186. Gaston : Oui, ou puis, puis encore ?
187. Simon : EF.
188. Gaston : **EF ? Et qu'est-ce que tu sais de EF alors ?**
189. Simon : EF c'est la, c'est la moitié de AB.
190. Gaston : Mm. **Alors t'en déduis quoi sur la longueur de la hauteur ?**

Gaston fait produire d'abord « EJ = 1/2 KC », puis « EFIJ carré EJ = EF » puis « EF = 1/2 AB » et demande à Simon de conclure. Simon propose CK = 2 AB. Gaston utilise Cabri-géomètre et place perceptivement C tel que CK = 2 AB.

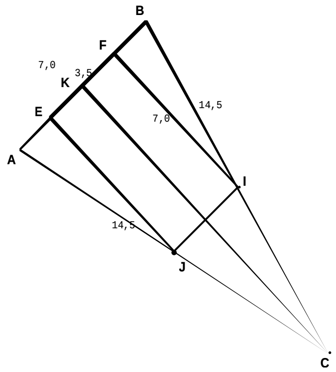


Figure 20 : Contre-exemple perceptif proposé par Gaston à la condition CK = 2 AB de Simon (protocole 7, p. 97).

Gaston montre que c'est trop grand mais ne suggère pas que la méthode est expérimentale ou approximative contrairement à ce qu'il avait fait pour le contre-exemple de ABC équilatéral proposé par Simon. En fait, un travail sur cette question doit lui paraître inutile (notre analyse a priori ne nous en dit rien). Simon propose alors AB = CK.

IV.2.2.4. VALIDATION DE LA CONJECTURE AVEC CABRI-GEOMETRE

Gaston propose d'essayer la proposition AB = CK dans Cabri-géomètre. Il utilise d'abord une position perceptive.

200. Gaston	:	**On essaye ?**
201. Simon	:	Ouais.
202. Gaston	:	**Enfin j'essaye, heu je, je manipule un petit peu, quelque chose comme ça, par là ?**
203. Simon	:	Ouais.
204. Gaston	:	À peu près par là !

La vérification est donc perceptivement instrumentée par les mesures. Il demande ensuite que la position soit trouvée à l'aide d'objets géométriques :

204. Gaston	:	**Est-ce que tu aurais un moyen heu disons expérimental mais en mettant, en dessinant quelque chose qui permettrait de le positionner ?**
205. Simon	:	De le positionner ?
206. Gaston	:	C, de façon que ça soit un carré.

Gaston demande une vérification instrumentée à l'aide d'objets géométriques pour la position de C. Il demande enfin que la position soit l'objet d'une véritable construction au sens de Cabri-géomètre :

216. Gaston	:	Est-ce que tu peux trouver sur la médiatrice l'endroit où doit être le point C, **le construire géométriquement ?**
217. Simon	:	Construire géométriquement… Ah, ouais je prends la longueur AB… Ah je vais tracer un cercle…

Simon pense à utiliser un cercle mais ne voit pas comment continuer. Gaston sait. Il lui indique en particulier de construire l'intersection de la médiatrice de [AB] et du cercle dont il aura besoin ensuite.

230. Gaston : Construis le ce point on en aura besoin tout à l'heure !

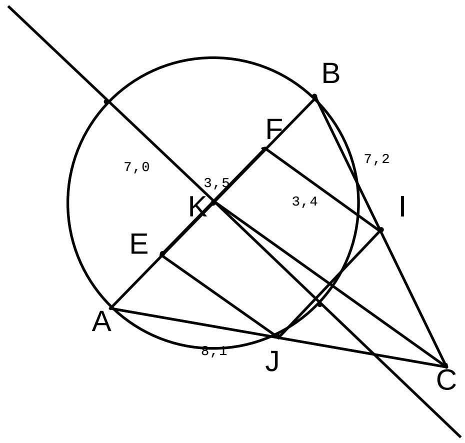


Figure 21 : Simon a construit le point d'intersection de la médiatrice de [AB] et du cercle (protocole 7, p. 100).

Gaston attend donc une construction particulière que Simon doit trouver. Gaston se justifie à nouveau :

240. Gaston : **Donc il faut aller un peu plus loin, et c'est facile à construire maintenant !**
241. Simon : Je veux avoir AB… Ouais je prends…
242. Gaston : **Tu vois pas ce que je veux dire ?**
243. Simon : Heu…
244. Gaston : Non !
245. Simon : Non.
246. Gaston : **Tu vois pas ce que je veux dire !**
247. Simon : Non !

Gaston décide alors de laisser Simon chercher tout seul. Il s'arrête à un moment où il peut penser que Simon a encore des choses à faire par lui-même.

IV.2.3. Épilogue

Simon ne rappelle pas Gaston et termine le problème tout seul. Il construit effectivement un second cercle pour obtenir une figure construite avec la propriété AB = CK et rédige le paragraphe suivant (cf. Figure 22). Ce texte montre qu'il a bien utilisé le raisonnement produit avec Gaston, et qu'il présente, dans la démonstration la condition AB = CK comme une hypothèse et donc une condition suffisante. Toutefois dans sa phrase de conclusion, il change de formulation.

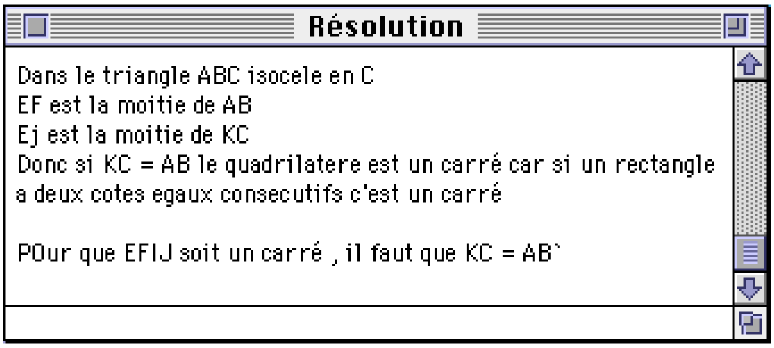


Figure 22 : Réponse à la 3e question écrite par Simon
après l'interaction avec Gaston.

IV.2.4. Conclusion sur Gaston et Simon

Pour les deux premières questions, Gaston ne fait pas appel à la figure de Cabri-géomètre. Le travail a lieu à propos des démonstrations rédigées par Simon. La démonstration de la question 2 présente la condition « ABC isocèle » comme suffisante. Cela correspond à la formulation orale de la réponse par Simon. C'est donc le contraire de ce qui s'est passé avec Yvan, l'élève précédent. Gaston n'aborde pas la question de la suffisance de la condition. Il n'en sera pas question au cours de cette interaction. Le travail de Simon montre qu'il n'écrit que les démonstrations correspondant à la condition suffisante. Pourtant, en conclusion de la démonstration de la question 3, qu'il ne soumet pas à Gaston, il conclut en formulant la réponse avec « il faut » (cf. Figure 22). Le travail fait précédemment avec Yvan ne pousse pas Gaston à revenir sur la question des conditions nécessaires et/ou suffisantes. Toutefois, il l'incite à faire expliciter par Simon les hypothèses de sa démonstration. On voit ainsi comment l'interaction précédente guide le travail présent de Gaston. Yvan avait des difficultés à distinguer hypothèse et conclusion, alors que ce n'est pas le cas de Simon.

La figure de Cabri-géomètre utilisée dans l'interaction est celle qui correspond à l'énoncé et sur laquelle des mesures de côtés (triangle et parallélogramme) sont indiquées. Elle permet donc de faire des vérifications instrumentées. Cette figure est utilisée par Simon pour invalider la conjecture du triangle équilatéral. Mais Gaston relativise la portée de ce contre-exemple donné par Cabri-géomètre, « c'est approximatif […] expérimental » (cf. 83-91), afin de pouvoir introduire le raisonnement qui invalide la même conjecture. Plus tard, la figure, également perceptive, qui invalide la proposition de Simon sur la condition « CK = 2 AB » n'est, au contraire, pas considérée comme approximative ou expérimentale. On voit ainsi que le statut d'un contre-exemple donné par Cabri-géomètre est évalué différemment selon le projet qu'a Gaston à son propos.

La figure de Cabri-géomètre est également utilisée par Gaston pour rechercher la conjecture de la question 3. Mais les retours de Cabri-géomètre ne facilitent pas vraiment l'observation de la condition cherchée (AB = KC, cf. analyse a priori). Gaston supplée au fonctionnement de Cabri-géomètre en proposant trois Cabri-dessins qu'il considère comme plus explicites. Mais il n'obtient pas le résultat attendu. Simon ne propose pas la condition que tente de rendre « visible » Gaston avec Cabri-géomètre. Après l'échec de cette tentative, Gaston recourt à une maïeutique pour faire produire par Simon la bonne condition. Cet épisode illustre une intervention de Gaston sur le milieu avec lequel interagit Simon. Il pourrait y avoir étayage mais l'intervention ne permet pas à l'élève de prendre en compte les caractéristiques de la figure que Gaston tente de lui montrer.

Enfin, la figure de Cabri-géomètre est utilisée pour valider la conjecture obtenue pour la question 3. D'abord, la vérification est perceptivement instrumentée par les mesures des côtés du carré. Ensuite, Gaston réclame une instrumentation à l'aide d'objets géométriques. Enfin, il demande une figure qui permette une vérification de type perception augmentée. L'interaction s'arrête là et Simon ne rappelle pas Gaston.

IV.3. Conclusion sur le travail de Gaston

Gaston a réagi à l'utilisation de Thalès par Yvan et par trois fois il précise qu'il existe un cas particulier. Cependant, à la différence de Jeanne, il n'exige pas qu'Yvan utilise le théorème des milieux qu'ils considèrent tous les deux comme un cas particulier. Ainsi, Gaston revient sur ses exigences et son interprétation initiale de l'utilisation de Thalès dans cette situation. Si l'usage de Thalès dans cette situation a un sens mathématique pour Yvan, Gaston n'a plus de raison d'insister. D'autant plus que, s'il le fait changer de théorème pour des raisons qui lui restent personnelles, il ne provoque pas chez Yvan une meilleur prise en compte de la situation mathématique mais, au contraire, favorise la prise en compte par Yvan de son intention didactique.

L'utilisation de Cabri-géomètre par Gaston est adaptée au fur et à mesure de l'interaction en fonction des objectifs qu'il vise. Ainsi, lorsqu'il s'agit d'introduire un raisonnement nécessaire à la poursuite de la résolution, la force d'un contre-exemple donné par Cabri-géomètre est minimisée par Gaston. En revanche, quand il s'agit de rejeter un résultat obtenu par l'élève, résultat qui n'apporte rien pour la suite du problème du point de vue de Gaston, il accepte sans discuter le même type de vérification.

Dans ce jeu sur la force des contre-exemples de Cabri-géomètre, il est utile pour Gaston que la figure ne permette que des vérifications perceptives ou perceptivement instrumentées et ne permette pas de vérifications par déplacement. En effet, il est apparemment plus facile de remettre en cause la valeur d'un contre-exemple obtenu de cette manière que celui obtenu par un déplacement. Cela permet en outre de placer la validation de la conjecture explicitement du côté du raisonnement et de la démonstration. C'est le travail qu'a engagé Gaston avec Yvan, lorsqu'il a introduit la question de la nécessité de faire une démonstration à la suite d'une vérification dans Cabri-géomètre. Pour Gaston, la figure de Cabri-géomètre permet de convaincre avant de se lancer dans la démonstration qui, elle, a une autre finalité, celle de valider (cf. III.1.7 de ce chapitre). Mais cette différence n'est pas accessible à Yvan et la discussion avec Gaston n'y change rien.

Nous avons également montré dans cette dernière analyse comment un épisode de l'interaction, relatif à l'invalidation de la condition « ABC équilatéral », entre Gaston et Simon qui avait les apparences d'un processus explicatif n'avait finalement pas cette propriété (§III.2.2.1). C'est la prise en compte de l'interaction dans son entier et le fait que, malgré les efforts de Gaston, l'enjeu de l'explication qu'il propose n'apparaisse pas problématique pour l'élève, qui fait qu'il n'y a pas explication. De plus, les propositions de Gaston relèvent plus d'une démarche de démonstration, invalidant la conjecture du triangle équilatéral, que de celle d'une explication.

En conclusion, les interventions de Gaston apparaissent centrées sur la composante Cabri-géomètre du milieu avec lequel interagit l'élève. Il tente de palier aux déficits qu'il diagnostique dans l'interaction de l'élève avec le milieu. Cela se traduit par le fait qu'il assiste l'élève dans la recherche d'un Cabri-dessin particulier, il suggère puis requiert la construction d'éléments de la figure, il positionne la figure suivant différents Cabri-dessins qu'il pense être plus significatifs pour l'élève (Comiti et Grenier 1995 ; 1997).

V. FELICIE

Félicie a travaillé avec un élève, Théo, sur toutes les questions de ce problème.

V.1. Félicie et Théo, analyse du protocole 1

V.1.1. Début de l'interaction

Théo appelle le précepteur à propos du problème II. Il a déjà rédigé une réponse pour chacune des trois questions. Pour la première question, Félicie l'interroge sur sa construction dans Cabri-géomètre et la conjecture qu'il a faite :

228. Félicie	:	Mm, d'accord. **Donc là tu l'as déjà, t'as placé…** Attends, je vais essayer de décaler… *(Elle déplace un sommet du triangle ABC)* Et donc c'est pas toujours un parallélogramme ? **T'as regardé, est-ce qu'il y a des conditions déjà en regardant sur ton dessin, t'as vu des choses ou pas ?**
229. Théo	:	Ben il est tout le temps un parallélogramme.
230. Félicie	:	**Il te semble que c'est tout le temps un parallélogramme.**
231. Théo	:	Oui.
232. Félicie	:	**Et tu as pu le démontrer ?**

Félicie fait comme Gaston. Elle fait d'abord vérifier la conjecture dans Cabri-géomètre puis, ensuite, faire la démonstration. Elle fait référence à la construction dans Cabri-géomètre comme un procédé qui permet d'élaborer la conjecture et de vérifier que c'est « tout le temps bon » (cf. 230). Elle demande alors la démonstration et valide celle proposée par Théo. Il s'agit de la démonstration qui utilise trois fois le théorème des milieux (seconde démonstration de l'analyse a priori). Théo a donc utilisé et construit la médiane [CK].

V.1.2. Rôle de Cabri-géomètre dans la deuxième question

Théo propose alors son travail pour la deuxième question, et place perceptivement la figure dans une position où ABC est isocèle en C.

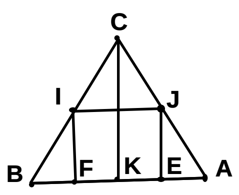
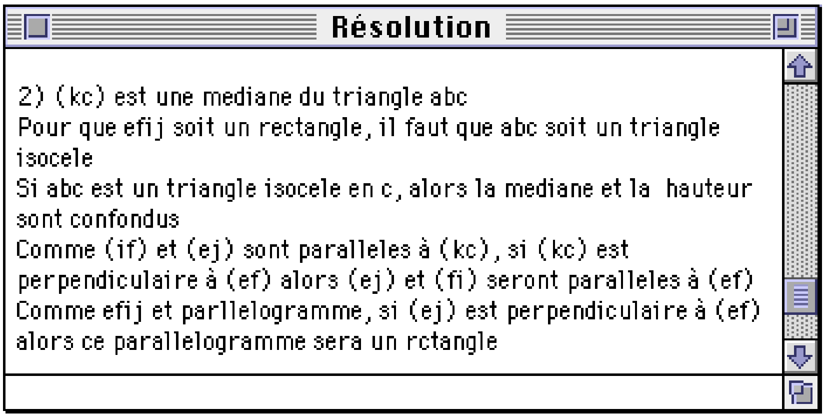


Figure 23 : Triangle perceptivement isocèle en C
(protocole 1, p. 9).



Résolution

2) (kc) est une mediane du triangle abc
Pour que efij soit un rectangle, il faut que abc soit un triangle isocele
Si abc est un triangle isocele en c, alors la mediane et la hauteur sont confondus
Comme (if) et (ej) sont paralleles à (kc), si (kc) est perpendiculaire à (ef) alors (ej) et (fi) seront paralleles à (ef)
Comme efij et parllelogramme, si (ej) est perpendiculaire à (ef) alors ce parallelogramme sera un rctangle

Figure 24 : Réponse de Théo pour la deuxième question (protocole 1, p. 9)[4].

La démonstration qu'il propose prend en hypothèse le fait que ABC soit isocèle en C et conclut que EFIJ est un rectangle. La condition ABC isocèle est donc une condition suffisante. Cependant, la formulation de la réponse à la question de l'exercice présente la condition comme étant nécessaire. Félicie valide la démonstration puis demande que soit faite une construction au sens de Cabri-géomètre :

276. Félicie : **Là au niveau de ton dessin, pour que ce soit un rectangle, pour le voir qu'est ce qu'il faudrait heu.** Parce que là tu ne sais pas si ton triangle est isocèle. **Comment est-ce que tu pourrais le voir heu, sur ton dessin, qu'est-ce qu'il faudrait rajouter ?**
277. Théo : Ben des cercles.

Cette première formulation d'une demande de construction dans Cabri-géomètre par Félicie relève d'une vérification perceptivement instrumentée. Elle consiste à utiliser des objets géométriques pour assister la perception. Félicie demande que soient construits des objets qui permettent de « mieux voir » le rectangle d'abord et le triangle ensuite (cf. 276). Ces mêmes objets géométriques permettent ensuite de véritablement construire la figure. En fait, la suite de l'interaction montre que Félicie attend bien une construction robuste permettant une vérification de type perception augmentée et pas seulement une vérification perceptivement instrumentée. Théo propose des cercles mais les cercles qu'il construit[5] ne sont pas ceux attendus par Félicie.

[4] Théo a utilisé « parallèles » à la place de « perpendiculaires » à la 7ème ligne.

[5] Il n'y a pas d'observation permettant de dire quels cercles ont été construits car Théo les a immédiatement effacés.

V.1.2.1. Travail sur condition necessaire et condition suffisante

En demandant une construction dans Cabri-géomètre, Félicie va pouvoir conduire Théo à mettre en œuvre, au niveau de la figure, que la condition « ABC isocèle en C » est une condition suffisante. Mais cela ne donnera rien à propos de la condition nécessaire. En effet, les conditions nécessaires apparaissent dans Cabri-géomètre comme des propriétés déduites de la construction. Or ce n'est pas la même construction qui permet de voir que ABC isocèle est une condition nécessaire (cf. analyse a priori). On va voir comment Félicie profite des cercles construits par Théo et aussitôt effacés pour introduire la possibilité d'une autre condition sur le triangle. Elle le questionne donc à propos du triangle isocèle :

286.	Félicie	: Bon. **Ton triangle, il faut qu'il soit isocèle en quel point, heu, quel sommet ?** T'as regardé ?
287.	Théo	: En C.
288.	Félicie	: Isocèle en C ? **Si il est isocèle de l'autre côté ça va… non… Ça va peut-être pas marcher non ?**
289.	Théo	: Heu… je n'ai pas essayé.
290.	Félicie	: T'as pas essayé. **Si tu réfléchissais un petit peu. À ton avis, si il était isocèle, par exemple, je sais pas… en A ?**
291.	Théo	: Ben normalement ça devrait marcher.

Théo n'a pas de raison d'invalider cette proposition venant du précepteur.

Si la condition « isocèle en A » proposée par Félicie est également valable, cela signifie que la première condition « isocèle en C » est suffisante mais non nécessaire. Cela reste cohérent avec le fait que la preuve donnée par Théo montre que ABC isocèle est une condition suffisante, mais pas forcément nécessaire. De la même façon, la construction dans Cabri-géomètre utilisant cette condition montrera, elle aussi, que c'est une condition suffisante mais ne dira rien sur sa nécessité. Cependant, la nécessité de la condition « ABC isocèle en C » est explicitée dans la rédaction de Théo (cf. Figure 24) et paraît être implicite dans le reste de son travail. Ainsi, en introduisant l'éventualité d'une autre condition, Félicie suggère qu'il y a peut-être d'autres moyens d'obtenir EFIJ rectangle. Elle travaille donc implicitement sur le fait que la condition « ABC isocèle en C » n'est peut-être pas nécessaire. Le recours à Cabri-géomètre permet de travailler cette question sans devoir manipuler le vocabulaire nécessaire et/ou suffisant.

Félicie utilise deux arguments pour invalider sa proposition de « ABC isocèle en A ». Le premier est relatif à la symétrie de la construction de la figure. Le second est un contre-exemple dans Cabri-géomètre.

292.	Félicie	: **Ta figure est complètement symétrique ou pas ?**

293.	Théo	:	Pardon ?
294.	Félicie	:	**La figure, est-elle symétrique au niveau des constructions ?** Enfin, je sais pas… Imagine que ton triangle, au lieu d'être isocèle en C, il soit isocèle en A. Qu'est ce que ça ferait ? Est ce que tu pourrais montrer que c'est un rectangle ? Essaye déjà d'en faire un que… attends, en déplaçant le point A. ***(Félicie déplace le point A pour rendre ABC isocèle en A)*** **Voilà, là il est à peu près heu, à l'œil un peu près isocèle. Est-ce que c'est un rectangle ?**
295.	Théo	:	Non.

Le fait d'avoir invalidé la proposition par un contre-exemple perceptif de Cabri-géomètre permet à Félicie de reprendre son explication sur la symétrie de la figure :

296.	Félicie	:	Non, bon alors bon, pourquoi ? Est-ce que tu le vois ? Est-ce que ta démonstration elle tiendrait dans ce cas ?
297.	Théo	:	Heu… non.
298.	Félicie	:	Non, parce qu'en fait, tu vois que ce qu'il y a c'est que tu as placé ton point I là et ton point J…
299.	Théo	:	Oui.
300.	Félicie	:	**Ce sont des milieux, d'accord. T'as K l'autre milieu, donc jusqu'à présent que tu prennes n'importe quel côté, ça ne changeait rien. Par contre, là, quand tu as placé les points F et E, t'as privilégié un côté…**
301.	Théo	:	Ah oui !
302.	Félicie	:	… le côté [AB].
303.	Théo	:	Oui.
304.	Félicie	:	**Donc c'est pour ça que ton triangle il faut qu'il soit isocèle en C. D'accord ?**
305.	Théo	:	Mm.

En 304, Félicie conclut bien son explication sur le fait qu'il *faut* que le triangle soit isocèle en C, donc que c'est une condition nécessaire.

Plusieurs points permettent de supposer qu'il y a eu explication. D'abord ce que propose Félicie n'est ni une démonstration ni une argumentation (il n'y a pas d'examen de la validité des arguments proposés). Ensuite Félicie s'enquiert d'un accord auprès de Théo (cf. 304). Cependant, l'objet de l'explication n'est pas complètement explicite dans l'interaction. Et c'est par rapport à cet objet que l'on peut finalement décider si Théo a compris ou non. D'abord ce que paraît expliquer Félicie, c'est le fait que ABC isocèle en A n'est pas une condition (ni suffisante ni nécessaire) pour avoir un rectangle. C'est une question que ne se pose pas initialement Théo. Elle est introduite par Félicie. On voit d'ailleurs la négociation qu'elle tente de mettre en place sur le fait qu'il est problématique que « isocèle en A » soit une bonne condition (cf. 286-291). Ensuite, dans notre analyse nous avons vu que ce n'est peut-être qu'un moyen qu'elle utilise pour travailler implicitement sur la question de condition nécessaire et suffisante pour « isocèle en C ». Lorsqu'elle demande à Théo s'il est d'accord, c'est justement à propos de la formule « il *faut* qu'il soit isocèle en C » (cf. 304-305). Si c'est là le véritable enjeu de l'explication pour Félicie, ce n'est sûrement pas le cas pour Théo puisqu'il n'a pas problématisé la question. Pour lui, dès le début, il faut et il suffit que le triangle soit isocèle (il démontre « il suffit » et il formule « il faut »). L'enjeu pour Théo paraît être, après coup comme le montre l'analyse de ses propositions ultérieures, la compréhension de la structure de la figure : la figure n'est pas symétrique suivant chaque médiane. C'est donc seulement en analysant la suite de l'interaction que l'on pourra savoir ce qui a pu être expliqué pour Théo et donc s'il y a eu véritablement explication.

V.1.2.2. Recherche d'une figure construite au sens de Cabri-geometre

Félicie reformule son exigence sur la figure dans Cabri-géomètre. Elle veut maintenant une figure construite au sens de Cabri-géomètre, c'est-à-dire qui résiste au déplacement :

310. Félicie : Parce que tu vois, moi ce que je voudrais c'est que en bougeant les points je reste toujours avec un triangle isocèle en C. Tu saurais le faire ça ?
311. Théo : Ben, je vais essayer.

La première figure proposée par Théo comporte un cercle qui a été utilisé pour placer perceptivement le sommet B du triangle et pas pour redéfinir le triangle. Cette figure permet une vérification instrumentée de la conjecture mais pas une vérification par déplacement. Félicie déplace B et invalide la construction :

318. Félicie : Mm. Et puis heu, t'es sûr qu'il passe par B ?
319. Théo : Heu ben, approximativement.
320. Félicie : **Approximativement, c'est-à-dire que si je déplace… attends, il faut que j'arrive à… Si je déplace le point B… Ah ben non, ton cercle il ne passe pas par B !** *(cf. Figure 25)* Tu vois ton triangle il ne reste pas forcement isocèle.
321. Théo : Mm.
322. Félicie : T'as oublié de faire quelque chose là. Tu vois, le triangle il n'est pas forcement isocèle. **Moi quand je veux quand je déplace les points, que je déplace A B ou C, je veux que heu… le triangle reste isocèle.**

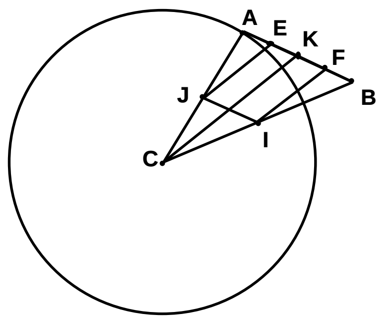


Figure 25 : Invalidation de la figure par Félicie (protocole 1, p. 12).

La deuxième figure proposée par Théo est acceptée par Félicie après avoir subi un examen approfondi :

330. Félicie : **On fait une petite vérification ?** Attends, "ce point"… je peux pas le déplacer pourquoi ? Alors visiblement ça va à peu près. Tiens, on va essayer de déplacer le point C pour voir. Et pourquoi le point B suit quand je déplace le point C. C'est bizarre !
331. Théo : Pardon ?
332. Félicie : Le point C…

333. Théo : Oui ?
334. Félicie : … quand je déplace le point C le point B suit et le point A ne bouge pas, t'as fait ça comment ?

Félicie déplace les trois sommets du triangle. Elle tente de diagnostiquer la structure de la figure, en particulier en déterminant où sont les points de base et les points sur objet à partir de leur degré de liberté dans les déplacements. A et C ont été utilisés pour définir le cercle (C comme centre et A comme extrémité du rayon) et B appartient au cercle. Elle en déduit une procédure de construction. Pour cette figure assez simple (un triangle et un cercle), cela représente déjà une certaine complexité. Mais surtout, la figure finale ne permet pas d'avoir accès à la véritable procédure de construction mise en œuvre par Théo. Théo a complètement reconstruit sa figure à partir du cercle alors que Félicie pense qu'il a redéfini le sommet B du triangle comme point sur le cercle à l'aide de la primitive « redéfinir un objet ».

V.1.2.3. CONCLUSION SUR LE ROLE DE CABRI-GEOMETRE DANS LA QUESTION 2

Les exigences de Félicie relativement à la figure évoluent au cours de l'interaction sur la question 2. Au début, Théo place sa figure perceptivement, puis propose sa démonstration. Ensuite, Félicie demande que soient utilisés des objets qui instrumentent la perception du triangle isocèle et enfin elle demande une figure robuste. Théo propose alors une figure conforme à la demande intermédiaire, Félicie refuse et Théo reconstruit sa figure complètement.

Félicie profite d'une occasion apparemment créée par le comportement de Théo pour engager un travail, implicite, sur le statut de nécessaire et/ou suffisant de la condition « triangle isocèle en C ». En fait, l'analyse a priori révèle que Cabri-géomètre permet ce travail sur les conditions nécessaires et suffisantes, mais que cela passe par deux constructions différentes. Félicie qui demande à Théo une construction pour vérifier la démonstration va faire un petit intermède pour « montrer » qu'il n'y a pas d'autre condition. Elle supplée ainsi au rôle de Cabri-géomètre. Elle ne propose pas une démonstration du fait que « ABC isocèle en C » est une condition également nécessaire mais évoque la possibilité d'autres conditions qui permettraient également d'avoir le rectangle. Cela aura un effet plus tard dans l'interaction. On verra que Théo propose de regarder la condition ABC isocèle en B. Cette proposition de Théo correspond justement à la prise en compte du fait que la condition isocèle en C est suffisante mais pas forcément nécessaire.

Enfin, l'usage des constructions de Cabri-géomètre au cours de l'interaction engendre une complexité lors du diagnostic de la figure faite par l'élève. Même si finalement Félicie a une idée sur la façon dont les objets sont liés entre eux dans la figure proposée par Théo, elle ne sait pas quelle procédure a conduit à cette figure. Cela va créer une difficulté dans la suite de l'interaction.

V.1.3. Troisième question

Pour la troisième question, Théo propose la conjecture du triangle équilatéral. Félicie fait appel à Cabri-géomètre pour valider la conjecture avant de passer à la démonstration :

358. Félicie : Faudrait qu'il soit équilatéral… **Alors, comment est-ce que tu vas faire pour le voir et pourquoi, si il était équilatéral qu'est-ce qui se passerait, qui te permettrait de voir ?** À ton avis, tu as une petite idée là ? Pourquoi est-ce…
359. Théo : Heu… non.
360. Félicie : Et pourquoi tu as pensé au triangle équilatéral alors ?
361. Théo : Ben j'ai essayé et ça avait l'air d'être carré.
362. Félicie : Ah d'accord ! **Et comment tu, tu fais pour être sûr d'avoir un triangle équilatéral ?**
363. Théo : Ben il faut que je, il faut redessiner tout.
364. Félicie : **Faut tout redessiner ?**
365. Théo : Oui.
366. Félicie : **T'es sûr ?**
367. Théo : Ben…
368. Félicie : Heu…
369. Théo : Enfin, il suffirait que BA soit égale à AC.
370. Félicie : Mm. **Et ça tu pourrais pas, comme on a fait pour isocèle tu pourrais pas arriver à trouver une petite méthode ?**

Théo propose de reconstruire toute la figure, comme il l'a fait pour la question précédente. Félicie propose plutôt une « petite » méthode qui consisterait à faire les cercles nécessaires puis redéfinir les sommets du triangle sur ces cercles à l'aide de la primitive « redéfinir un objet ». Mais pour tous les deux, il s'agit d'abord de vérifier la conjecture avec Cabri-géomètre.

V.1.3.1. Verification de la condition « ABC equilateral » avec Cabri-geometre

Théo commence par positionner perceptivement le triangle dans une position où il est équilatéral :

376. Félicie	:	Mm. **Bon, là tu est en train de me le mettre équilatéral non ?**
377. Théo	:	Oui.
378. Félicie	:	D'accord. **Mais bon heu, en gros tu essayes de voir un carré et puis ça marche**. Mais comment est-ce que tu pourrais faire pour qu'il soit équilatéral ?
379. Théo	:	Ben, il faudrait que j'arrive à bloquer…

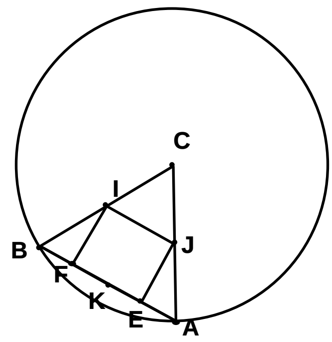


Figure 26 : Théo a placé perceptivement le triangle ABC pour qu'il soit équilatéral (protocole 1, p. 14).

Cela correspond à une vérification perceptive de la conjecture sur le triangle équilatéral. L'instrumentation de la perception venant de la présence du cercle correspond au triangle isocèle et pas équilatéral. Félicie, comme Théo, voit un carré EFIJ dans la Figure 26. Or, si l'on sait qu'il ne peut pas y avoir de carré dans le triangle équilatéral, on voit très bien que, sur le Cabri-dessin en question (cf. Figure 26), EFIJ n'est pas un carré. Ainsi, la perception du carré par Félicie et Théo est complètement conditionnée par leurs attentes : ils s'attendent à voir un carré et ils le voient. On peut se demander, dans ce cas là, comment Cabri-géomètre peut produire des contre-exemples indépendamment du fait que l'utilisateur les anticipe. Cela confirme ce que nous avions vu dans le §I de ce chapitre sur le rôle de la perception dans les différentes vérifications possibles sur les figures.

Félicie et Théo cherchent à valider leur conjecture par une construction dans Cabri-géomètre. Félicie anticipe qu'il s'agit du même genre de construction que celle fait par Théo pour la question précédente :

386. Félicie	:	**Et ça ça te parait difficile, vu ce que t'as fait avant ?**
387. Théo	:	Non, c'est pareil.
388. Félicie	:	Alors comment t'avais fait avant ? **Tiens tu me dis ?**
389. Théo	:	Alors je…
390. Félicie	:	Qu'est ce que t'avais fait ? **Ben tiens, fais le aller !**
391. Théo	:	J'ai effacé [BC] et [AB].
392. Félicie	:	**Attends, tu avais fait quoi là ? Tu m'as dit quoi ?**
393. Théo	:	J'ai effacé [BC].
394. Félicie	:	Les effacer ?
395. Théo	:	Oui.
396. Félicie	:	**Pourquoi tu les effaces ?**
397. Théo	:	Pour recréer heu… un triangle avec heu… pour que B soit sur le cercle.

On voit nettement que Félicie conduit l'interaction avec un certain projet de construction en tête. Comme elle pense que c'est ce qu'a fait Théo pour la question précédente, elle lui demande de la refaire. Lorsqu'elle se rend compte qu'il avait fait autrement, elle lui propose une autre solution. Ainsi, ce n'est pas la construction comme l'a faite Théo qui va être refaite mais celle qu'attend Félicie.

398. Félicie	:	**Est-ce que tu crois que si tu prends, si tu prenais un cercle de centre A et déjà passant par B, de rayon [AB] par exemple…**
399. Théo	:	Mm.
400. Félicie	:	Bon ensuite, tu pourrais pas t'arranger pour que le point C soit aussi sur le cercle ?
401. Théo	:	Oui, mais je sais pas faire pour qu'il reste.
402. Félicie	:	**Ben allez, trace déjà un cercle soit de centre A soit de centre B et puis on va voir après.**

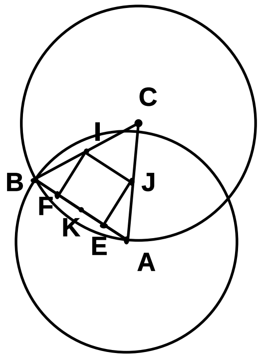


Figure 27 : Cercle centré en A et passant par B (protocole 1, p. 15).

La construction d'un second cercle permet une vérification instrumentée. Ils ne vont pas arriver à redéfinir leur triangle à partir des cercles choisis car les redéfinitions qu'ils demandent ne sont pas logiques. En effet, ils ont au départ un cercle centré en C et passant par A puis un cercle centré en A et passant par B. Ils ne peuvent donc pas redéfinir le point C sur un cercle dont la construction du centre dépend de ce même point C. Ils essayent plusieurs séquences de redéfinition sans remettre en cause le cercle choisi.

Le problème rencontré par Théo et Félicie est dû à une différence entre le fonctionnement d'un dessin papier-crayon et celui d'une figure de Cabri-géomètre. D'un point de vue géométrique, le fait que ABC soit isocèle en C donne lieu à la construction d'un triangle dont les deux sommets A et B de la base sont sur un cercle de centre C sans faire de distinction entre les deux sommets A et B. Lorsqu'il faut construire cette figure dans Cabri-géomètre, il y a plusieurs possibilités, dont certaines ne donnent pas un rôle symétrique à A et B. C'est en particulier celle utilisée par Félicie et Théo. Cette dissymétrie entre A et B, qui n'est pas traduite par des propriétés géométriques mais par un comportement différent lors du déplacement (comportement remarqué par Félicie cf. 334), est à l'origine du refus de redéfinition. La redéfinition de B aurait été possible sur un cercle centré en A et passant par C. Le problème rencontré par Félicie et Théo vient donc du fait que les figures de Cabri-géomètre gardent la trace de certains aspects de leur procédure de construction, ce qui en fait d'ailleurs tout l'intérêt. Mais cela engendre une complexité dont les effets s'observent généralement lors du diagnostic d'une figure ou comme ici lors d'une redéfinition. Il s'agit là d'un phénomène de pseudo-transparence de Cabri-géomètre par rapport à la géométrie traditionnelle (Artigue 1997).

Félicie et Théo finissent par abandonner l'objectif d'avoir une figure robuste dans Cabri-géomètre :

450. Félicie : Alors attends… Mais de toute manière, tu peux toujours le placer approximativement dessus hein ? **Non, mais déjà, si tu le places approximativement dessus, donc en déplaçant celui là, voilà.** *(Théo met la figure dans une position où ABC est perceptivement équilatéral)* **Alors là, le but c'était de voir que c'était un carré ?**
451. Théo : Oui.
452. Félicie : Alors pourquoi est-ce que ça va être un carré déjà. **Si on essayait de réfléchir avec cette figure, après on verra notre petit problème matériel, comment le régler.**

Félicie ne propose pas de reconstruire toute la figure, minimise l'importance de l'événement et recourt au raisonnement. Félicie utilise le fait d'avoir une figure qui n'autorise qu'une vérification perceptivement instrumentée pour introduire la nécessité du raisonnement.

V.1.3.2. Recherche de la demonstration de la condition « ABC equilateral »

Félicie cherche à démontrer que ABC équilatéral EFIJ carré. Elle a en tête que la démonstration utilise le théorème des milieux à propos des égalités sur les longueurs. Elle va tenter d'amener Théo à utiliser ce théorème et commence en disant :

452. Félicie : **Bon déjà, tu sais que c'est un rectangle.**
453. Théo : Oui.
454. Félicie : **C'est ce qu'on a vu avant puisque ton triangle est en particulier isocèle.**
455. Théo : Oui.
456. Félicie : **Alors le fait que ton triangle soit équilatéral est-ce que ça va te permettre de montrer que c'est un carré ? Si oui, pourquoi ?**
457. Théo : Heu…
458. Félicie : **Qu'est ce qu'il suffit de voir pour passer du rectangle au carré ? Il suffirait que tu montres quoi ?**
459. Théo : Ben que les côtés consécutifs sont égaux.
460. Félicie : Oui. Alors ? **Qu'est ce que tu sais sur la longueur des côtés ?**

Cela s'apparente à de l'étayage puisque Félicie structure la recherche de Théo en indiquant ce qu'ils savent déjà et ce qui leur manque. Théo ne propose pas d'utiliser le théorème des milieux. Félicie poursuit :

462. Félicie : **Bon, le fait que ton triangle soit équilatéral… Tout à l'heure, il était comment ? Il était isocèle en C.**
463. Théo : Oui.
464. Félicie : **Ça t'a permis de montrer que t'avais un angle droit.**
465. Théo : Oui.
466. Félicie : **Maintenant tu sais que tous les côtés sont égaux.**
467. Théo : Oui.
468. Félicie : **Alors ? Il va falloir de ça, c'est la seule chose nouvelle que tu as. Donc c'est à partir de là que tu vas en déduire quelque chose. Alors comment est-ce que tu peux utiliser les longueurs des côtés, vu la figure que tu as ?**
469. Théo : Heu… *(Théo trace le segment [BJ], cf. Figure 28)*

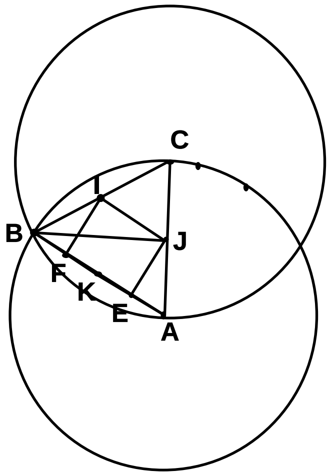


Figure 28 : Hauteur [BJ] tracée par Théo (protocole 1, p. 18).

Félicie introduit la question des longueurs des côtés du triangle en liaison avec la longueur des côtés du carré puis insiste sur la figure (triangle ?) et les longueurs des côtés (cf. 468). Théo ne propose toujours pas d'utiliser le théorème des milieux. Il ne répond rien et trace la hauteur [BJ]. Ce tracé peut être lu comme le résultat de l'explication qui a eu lieu au cours de la question 2. Théo paraît faire le raisonnement suivant : quand ABC est isocèle en C, la hauteur [KC] joue un rôle pour obtenir le rectangle donc quand ABC est équilatéral, en particulier isocèle en B, la hauteur [BJ] doit jouer un rôle. Ce raisonnement est renforcé par les déclarations de Félicie à propos d'utiliser ce qui est nouveau. Mais le travail sur [BJ] ne rentre pas dans le projet de Félicie qui va vite écarter cette proposition :

470. Félicie : **Qu'est ce que tu as tracé là ?**
471. Théo : Heu, une hauteur.
472. Félicie : Oui, c'est une hauteur de ton triangle. Ton triangle étant équilatéral, c'est une hauteur c'est une médiane. Au départ, ça sera qu'une médiane hein ?
473. Théo : Oui.
474. Félicie : **Mais je pense pas que tu aies tellement besoin de ça.**

Félicie tente à nouveau de provoquer la formulation du théorème des milieux en liaison avec ce qui s'est passé dans les questions précédentes :

474. Félicie : Comment… **rappelle-toi ! Bon, t'as utilisé, qu'est ce que tu as utilisé jusqu'à présent comme propriété ?** Si on regarde bien !
475. Théo : Le parallélisme…
476. Félicie : **Oui, ça venait d'où ?**
477. Théo : … orthogonalité.

Avec le parallélisme et une référence aux propriétés déjà utilisées, Félicie peut espérer faire apparaître le théorème des milieux, mais pas avec l'orthogonalité qui avait été obtenue autrement dans la question précédente. Elle va donc écarter la deuxième proposition de Théo et revenir au parallélisme :

478. Félicie : **Ouais mais ça heu… le parallélisme, quand on a montré que c'était un parallélogramme, c'était quel théorème ?**
479. Théo : Les droites des milieux ?

Avec sa question plus directe sur le théorème, Félicie obtient finalement ce qu'elle attend depuis le départ. Elle peut alors demander à Théo d'utiliser la deuxième partie de ce théorème qui concerne les longueurs et que Théo n'a pas encore utilisée :

480. Félicie : Droite des milieux. **Est-ce que tu as toutes utilisées les propriétés qui étaient à ta disposition avec la droite des milieux ?**
481. Théo : Heu… non. Y a encore que ça vaut la moitié du côté opposé.
482. Félicie : Oui, et ça, ça t'apporte rien ? **Je t'ai peut-être dit une bêtise. D'ailleurs ! Attends, qu'on regarde. D'ailleurs, tu es sûr que** ça **va être un carré là ?**

Félicie vient de se rendre compte que le théorème ne peut pas s'appliquer comme elle s'y attendait et prend conscience du même coup que le rectangle EFIJ n'est pas forcément un carré. Théo ne répond pas et détruit la hauteur [BJ]. En fait, il n'abandonne pas cette idée non exploitée et la proposera à nouveau plus tard.

V.1.3.3. Invalidation de la condition « ABC equilateral » par une maïeutique

Félicie a changé d'objectif. Il s'agit maintenant pour elle de rejeter la condition « ABC équilatéral ». Si elle a des arguments pour le faire, ce n'est pas encore le cas de Théo. Elle va commencer par deux tentatives de maïeutique pour faire produire par Théo le raisonnement (b) puis (a) de l'analyse a priori.

484. Félicie : **Parce que ton côté… attends. Là, ce côté…** *(Il s'agit de [IJ])*
485. Théo : Oui.
486. Félicie : **Donc c'est la moitié de celui-là.** *(Félicie montre [BA])*
487. Théo : Oui.
488. Félicie : **Ce côté là *([IF])*, c'est la moitié de quoi ?**
489. Théo : De [KC] ?
490. Félicie : De [KC].

Ils ont donc déjà IJ = 1/2 AB et IF = 1/2 KC. Elle poursuit sur le carré (raisonnement (b)) :

490. Félicie : **Alors pour que tes côtés soient égaux, il faudrait quoi ?**
491. Théo : Non… pff.

Théo ne répond pas. Comme (a) et (b) sont les contraposées l'une de l'autre, Félicie peut changer et essayer d'avoir la propriété du triangle équilatéral :

492. Félicie : **Si ton triangle est équilatéral, crois-tu que KC ça va être égal à AB ?**
493. Théo : BJ ?
494. Félicie : Attends ! KC ça va être égal à ?

495. Théo : BJ.
496. Félicie : BJ. Oui d'accord mais bon […]

La réponse de Théo est à nouveau en accord avec l'idée qu'il poursuit d'examiner ce qui se passe du côté de la hauteur [BJ]. Il est donc clair que Félicie et Théo ne poursuivent plus le même but. Félicie ne va pas permettre à Théo d'explorer la situation à sa façon. Elle reprend sa maïeutique pour obtenir la déduction (c) :

496. Félicie : […] toi qu'est-ce que tu veux me montrer ? **C'est que tes côtés sont égaux…**
497. Théo : Oui.
498. Félicie : **… les côtés consécutifs. Tu sais que IJ c'est la moitié de AB.**
499. Théo : Oui.
500. Félicie : Et que IF c'est la moitié de KC.
501. Théo : Oui.
502. Félicie : **Pour que les deux soient égaux, il suffirait que quoi ?** Puisque IJ c'est la moitié d'un côté et KF, heu IF c'est la moitié d'un autre côté… d'un autre segment…

Félicie change de technique et a recours à une invalidation dans Cabri-géomètre :

502. Félicie : **Tu vois là, est-ce qu'il te semble un carré ? Comment est-ce que tu pourrais voir si c'est un carré ou pas ?**
503. Théo : Heu… Ben, là je vois pas.

V.1.3.4. INVALIDATION DE LA CONDITION « ABC EQUILATERAL » AVEC CABRI-GEOMETRE

Pour invalider la conjecture à l'aide de Cabri-géomètre, Félicie ne peut plus dire simplement que ce n'est pas un carré. En effet, ils ont travaillé un grand moment avec leur figure perceptive sans voir que ce n'en était pas un. Félicie propose d'utiliser une construction intermédiaire à partir des diagonales de EFIJ pour vérifier que ce n'est pas un carré (cf. Figure 29).

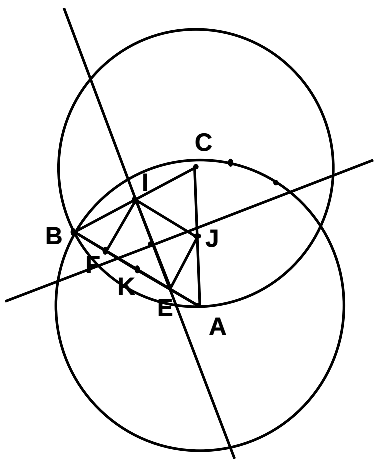


Figure 29 : Construction de la diagonale (IE) puis de la perpendiculaire à cette diagonale passant par le milieu de [IE]. Les points F et J n'appartiennent pas à cette perpendiculaire. Félicie et Théo en déduisent que EFIJ n'est pas un carré (protocole 1, p. 20).

La figure qu'ils utilisent permet une vérification de la conjecture qui est perceptivement instrumentée pour l'hypothèse (le triangle est équilatéral car les sommets sont placés perceptivement sur les cercles) comme pour la conclusion (on voit que le rectangle n'est pas un carré grâce aux diagonales). Ils invalident ainsi la conjecture du triangle équilatéral. Félicie peut revenir au raisonnement qu'elle tentait d'établir précédemment pour Théo.

V.1.3.5. ÉLABORATION D'UNE AUTRE CONDITION

Félicie reprend son raisonnement parce qu'il contient la condition cherchée.

520. Félicie	:	**Parce que tu vois qu'est-ce qui se passe, en fait, là, c'est ce que j'ai commencé à t'expliquer,** la longueur de ton segment [IJ] c'est la moitié du côté [AB].
521. Théo	:	Oui.
522. Félicie	:	La longueur du segment [IF] c'est la moitié de quel segment ?
523. Théo	:	De [KC].
524. Félicie	:	De [KC], donc pour que ces deux IJ et IF soient égaux, qu'est-ce qu'il faut que tu aies ?
525. Théo	:	Heu…
526. Félicie	:	Bon attends, on va passer par là, on va passer là en dessous.

Félicie active la fenêtre de texte et écrit les deux relations qu'elle a établies : FE = 1/2 AB et IF = 1/2 KC. Puis elle continue sur la déduction (b) :

534. Félicie	:	**T'es d'accord ? Bon toi, qu'est-ce que tu veux montrer ? Que IJ = IF. Donc qu'est ce qu'il suffirait de montrer ? Qu'est ce qu'il suffirait d'avoir ?**
535. Théo	:	Que AB soit égale à KC.
536. Félicie	:	**Que AB = KC. D'accord ?** Donc pas que ton triangle soit équilatéral parce que si ton triangle est équilatéral les trois côtés sont égaux et ils seront pas… heu le côté AB, il sera pas égal à la hauteur. Tu comprends ?

Elle obtient du même coup et la condition recherchée et la raison qui fait que le triangle n'est pas équilatéral. De son point de vue, elle peut considérer qu'elle a terminé.

Théo propose :

537. Théo	:	**Mm, il faudrait qu'il soit isocèle !**
538. Félicie	:	Mais ton triangle il est déjà isocèle en je sais plus quel point…
539. Théo	:	En C
540. Félicie	:	En C. Tu avais déjà deux côtés égaux.
541. Théo	:	**Maintenant il faudrait qu'il soit isocèle en B.**

Théo est donc resté sur l'idée de la hauteur [BJ] qu'il n'a pas pu exploiter. Il a peut-être rejeté l'idée du triangle équilatéral mais pas encore celle du triangle isocèle en B. Cela rejoint la question de la nécessité de la condition ABC isocèle en C abordée dans la question 2. Le travail sur condition nécessaire et suffisante proposé implicitement par Félicie, n'a pas permis à Théo d'établir que la condition sur le triangle isocèle en C était nécessaire. Nous avons d'ailleurs vu que Félicie n'a pas proposé de démonstration. Elle n'a fait que proposer une condition alternative, isocèle en A, et expliquer pourquoi elle n'était pas bonne (ni nécessaire ni suffisante). Il est vraisemblable que Théo a bien rejeté la condition « ABC isocèle en A ». De ce point de vue, l'explication a eu lieu. Mais il n'a pas rejeté la possibilité qu'une condition valable soit « isocèle en B ». Si l'explication de la *nécessité* de la condition « isocèle en C » avait réussie, il pourrait savoir que avec « isocèle en B » il obtient un triangle équilatéral. Cependant, ce qui semble fonctionner pour Théo c'est le fait que la figure était symétrique. En effet, la symétrie de la figure signifie que les sommets C et B jouent un rôle différent. Cela conduit effectivement à examiner ce qui se passe du côté de B quand l'examen du sommet C n'a pas débouché.

Félicie, qui doit partir, clôt le problème en disant :

542.	Félicie	:	**Et non puisque t'as, les deux choses qui doivent être égales, tu m'as dit, que c'était AB et KC.**
543.	Théo	:	Ah oui oui !
544.	Félicie	:	**Donc tu vois c'est différent.**
545.	Théo	:	Oui.
546.	Félicie	:	**Donc il faudrait qu'en fait les deux longueurs AB et KC soient égales. D'accord ?**
547.	Théo	:	Oui.
548.	Félicie	:	**Tu vois un peu ? C'était pas heu… c'était pas équilatéral. D'accord ?**

Il paraît vraisemblable que le problème n'est pas clos pour Théo. Félicie conclut alors en lui attribuant la proposition de la bonne réponse (cf. 542). Théo n'a pas l'air de s'être rendu compte qu'il détenait là la réponse du problème. Cela relève d'un effet Jourdain (Brousseau 1986).

V.2. Conclusion sur le travail de Félicie

Un travail important est fourni sur les constructions dans Cabri-géomètre par Félicie et Théo. Pour la question 1, Félicie demande à regarder dans la figure « pour voir des choses » (cf. 228) puis demande la démonstration. Dans la question 2, la démonstration est d'abord produite et ensuite seulement Félicie demande que soit construite une figure qui permette une validation par déplacement. Il y a donc bien pour Félicie, comme pour Gaston, un rôle différent attribué d'une part à la démonstration et d'autre part à la vérification dans Cabri-géomètre. Si la première requête de Félicie est traduite par Théo comme une demande de vérification instrumentée (il construit un cercle centré en C et passant par A puis place dessus le point B), Félicie attend une véritable construction au sens de Cabri-géomètre, c'est-à-dire qui permette une vérification par déplacement.

Ainsi, les trois types de vérification sont utilisés (perceptive pour la question 1, perception instrumentée et perception augmentée pour la question 2).

Pour la question 3, la figure de Cabri-géomètre ne permet pas dans un premier temps d'invalider la conjecture fausse. En effet, Théo et Félicie voient un carré dans la figure perceptive (cf. Figure 26). Cela montre la difficulté qu'il y a à lire un contre-exemple quand aucune anticipation théorique ne permet de l'envisager. Cela pose la question des retours de Cabri-géomètre qui, comme ceux de tout milieu adidactique, ne prennent du sens que par rapport aux connaissances de l'utilisateur. La caractéristique de Cabri-géomètre est de permettre des vérifications de la figure fondées sur la perception de l'utilisateur (à part l'oracle, cf. §I.). Mais la perception est également guidée par les connaissances et l'anticipation de l'utilisateur comme on le voit dans ce protocole. Félicie et Théo vont chercher à avoir une figure qui permette une vérification par déplacement et ne vont pas y arriver (problème de redéfinition d'un point qui n'est pas logique). Mais même un déplacement n'aurait peut être pas permis d'invalider cette perception du carré. En effet, il aurait fallu que la figure soit d'une taille beaucoup plus importante pour que la différence de longueur entre les deux côtés du rectangle devienne visible pour les deux utilisateurs. En fait, c'est le recours à une vérification perceptivement instrumentée (cf. Figure 29), demandée par Félicie quand elle se rend compte que la conjecture n'est pas bonne, qui permet de l'invalider.

Félicie travaille implicitement sur le fait que la condition « ABC isocèle en C » est suffisante mais aussi nécessaire. Pour cela, elle part d'une construction de Théo aussitôt effacée pour introduire la question de l'existence d'une condition alternative. Elle montre alors que cette condition n'est pas bonne. Le fait que la construction de Cabri-géomètre favorise essentiellement la vérification des conditions suffisantes semble être à l'origine de cet épisode de l'interaction. L'interaction qui a lieu à ce propos entre Théo et Félicie relève de l'explication mais pour des raisons autres que celles qui peuvent apparaître superficiellement. L'enjeu explicatif, que Félicie a tenté de problématiser est celui de savoir si « ABC isocèle *en A* » est une bonne condition. Mais l'analyse montre bien que l'enjeu implicite qui guide Félicie est d'établir que « ABC isocèle *en C* » est une condition nécessaire en plus de suffisante. Or, la question de la distinction entre condition suffisante et nécessaire n'est pas problématisée par Théo. Enfin, le contenu de l'interaction amène l'argument de la symétrie de la figure par rapport à la médiane [CK] qui n'est pas valable pour les autres médianes. Dans la suite de l'interaction c'est cet argument là que Théo avance comme piste de recherche. Ainsi, l'explication n'a pas eu lieu dans le sens attendu par Félicie mais, pour Théo, elle a signifié que, si la condition « ABC isocèle en B » ne permettait pas d'avoir un rectangle, elle permet peut-être d'avoir un carré.

Le dernier point qu'il est intéressant de relever à propos de ce protocole est le guidage par Félicie, suivant sa propre idée de résolution, de l'interaction et du travail de Théo. Notamment, elle lui demande, et finalement impose, de faire les constructions suivant la procédure à laquelle elle pense (avec la primitive « redéfinir un objet »). Mais surtout, elle ne permet pas à Théo d'explorer la situation autour de la médiane [BJ]. Or, en fin de compte, c'est cet aspect de la situation que Théo propose à nouveau d'étudier pour chercher la réponse de la question 3, bien qu'il ait lui même déjà proposé la condition AB = CK. Il est incapable de la reconnaître comme solution possible pour deux raisons. D'abord, comme nous l'avons vu en analyse a priori, son statut de réponse ne peut pas lui être conféré par les contraintes didactiques de la situation (la réponse ne correspond pas à un triangle institutionnalisé) mais surtout, il n'a pas fini d'explorer la situation mathématique parce que Félicie l'en a empêché.

Les interventions de Félicie dans la relation élève-milieu ont essentiellement pour but d'amener l'élève à solliciter autrement le milieu qui est ramené à Cabri-géomètre. Cela commence par des incitations à faire des constructions robustes puis à vérifier les propriétés avec le déplacement (sollicitation de la perception augmentée). Lorsque la construction robuste n'a pas été possible, Félicie invite Théo à doter sa figure de constructions annexes pour en vérifier les propriétés. Elle l'invite donc à mettre en œuvre une perception instrumentée sur la figure. Cela correspond à une autre façon pour Théo de solliciter le milieu. Par ailleurs, au cours de la deuxième question, le travail qu'elle fait autour de la nécessité de la condition « ABC isocèle en C » montre qu'elle invite Théo à ne pas s'arrêter à ce que permet de vérifier la figure de Cabri-géomètre pour la recherche de la solution.

VI. SUZON

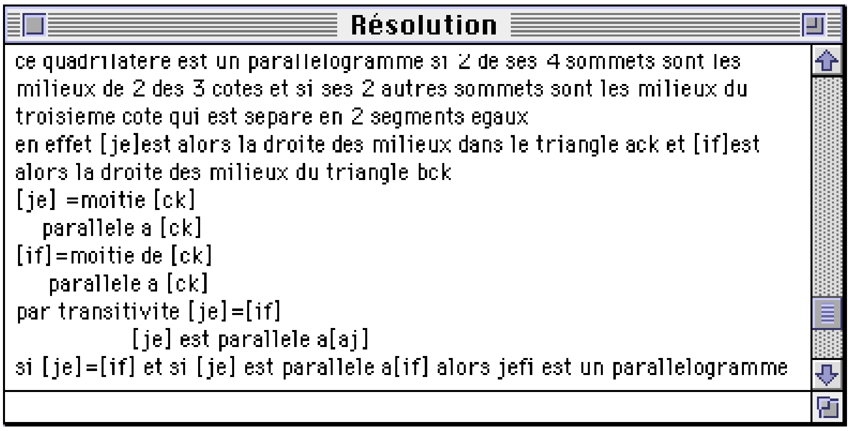
Suzon a encadré une élève, Maud, sur ce problème. Ensemble, elles n'ont abordé que les deux premières questions.

VI.1. Suzon et Maud, analyse du protocole 2

VI.1.1. Début de l'interaction

Maud appelle le précepteur pour faire vérifier sa réponse à la première question du problème (cf. Figure 30). Elle présente son travail en disant :

259. Maud : En fait là, au début j'avais pas vu qu'il fallait justifier. Donc les deux phrases, c'est un peu confus mais j'explique après.



Résolution

ce quadrilatere est un parallelogramme si 2 de ses 4 sommets sont les
milieux de 2 des 3 cotes et si ses 2 autres sommets sont les milieux du
troisieme cote qui est separe en 2 segments egaux
en effet [je]est alors la droite des milieux dans le triangle ack et [if]est
alors la droite des milieux du triangle bck
[je] =moitie [ck]
parallele a [ck]
[if]=moitie de [ck]
parallele a [ck]
par transitivite [je]=[if]
[je] est parallele a[aj]
si [je]=[if] et si [je] est parallele a[if] alors jefi est un parallelogramme

Figure 30 : Solution de la première question rédigée par Maud (protocole 2, p. 31).

À travers la formulation de Maud (cf. 259) et sa rédaction on voit nettement qu'elle n'utilise pas comme synonymes « justifier » et « expliquer ». Lorsqu'il lui faut expliquer elle propose un premier type de formulation, à propos duquel elle n'est pas très à l'aise. Comme il n'y a pas de conditions spécifiques sur le triangle pour que EFIJ soit un parallélogramme, Maud a tenté de donner comme condition la façon dont le parallélogramme était défini (les trois premières lignes de sa solution, cf. Figure 30). Cela répond à sa contrainte d'élève qui lui dit de produire une réponse aux questions du problème. En revanche, le fait qu'elle doive ensuite produire une justification lui a permis de remplir convenablement son contrat en proposant une démonstration qui atteste de son travail mathématique. La démonstration qu'elle propose correspond à la première démonstration de l'analyse a priori. Elle utilise le théorème des milieux mais pas la médiane [CK].

Suzon relève une erreur à l'avant-dernière ligne que Maud corrige aussitôt ([aj] à la place de [if]). Elle termine en redonnant les règles de notation des segments et de leur longueur. Cela correspond à un travail qu'elles ont fait précédemment sur la notation des segments (cf. protocole 2, pp. 29-30).

VI.1.2. Utilisation de Cabri-géomètre dans la question 2

À propos de la deuxième question, Maud appelle car elle ne sait pas comment démontrer sa conjecture :

283. Maud : Voilà, alors je pense, là il faut dire à quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un rectangle, justifier. Je pense que le quadrilatère ABC est un, heu **le quadrilatère JEFI est, sera rectangle si jamais le quadrilatère ABC, si jamais le triangle ABC est isocèle,** mais j'arrive pas à prouver pourquoi. **Je pense que c'est une question de droite des milieux et aussi si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, mais je sais pas trop…**

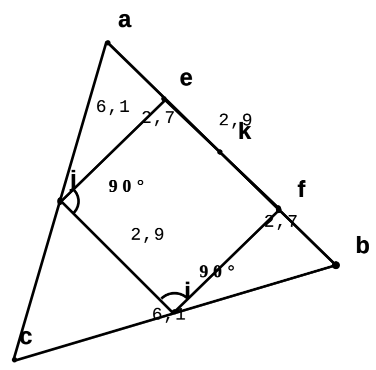


Figure 31 : Figure perceptivement instrumentalisée par des mesures de longueurs et d'angles (protocole 2, p. 32).

Maud a bien mobilisé les deux théorèmes qui sont utiles mais comme elle n'a pas utilisé la médiane [CK] pour la première question. Elle n'a pas construit [CK] dans sa figure de Cabri-géomètre (cf. Figure 31) et ne peut donc pas voir que [CK] devient une hauteur dans le triangle isocèle. Suzon lui demande ce qu'elle a vu dans la figure :

284. Suzon : Heu… oui, alors attends, heu… **Déjà, tu as essayé ? Tu as fait tourner les choses ?**
285. Maud : Oui, **si jamais, heu à chaque fois que le triangle est isocèle alors…** heu…

La réponse de Maud traduit la vérification d'une condition suffisante.

286. Suzon : **Je vais te faire bouger un point pour qu'il ne soit pas trop, là il a l'air d'être équilatéral ton triangle** *(cf. Figure 31).* Donc je vais…
287. Maud : Ouais d'accord.
288. Suzon : Je vais bouger le point B, hein ! Alors attends, je le prends… Alors, 3 attends, 3 et… 3 et 3 6. J'ai du mal à voir tes mesures, 6 et 7,5 ?

Suzon déplace le point B et met le triangle dans une position où il n'est pas isocèle en C.

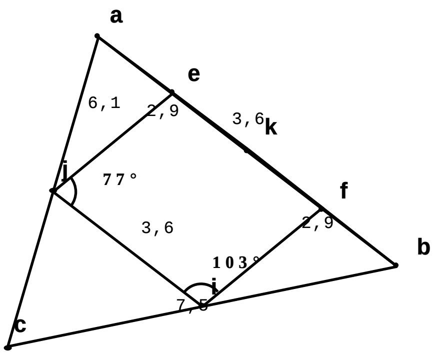


Figure 32 : Déplacement de la figure effectué par Suzon pour le triangle ne soit pas équilatéral (protocole 2, p. 32).

Sa remarque concernant le triangle dans une position trop équilatérale est significative d'une conception des figures dans Cabri-géomètre qui n'est pas complètement dissociée des figures papier-crayon. En effet, si le triangle de la figure est construit comme étant isocèle en C, alors il peut être en particulier équilatéral. Ainsi, lors des déplacements, certains Cabri-dessins montrerons un triangle équilatéral et les autres pas. Suzon introduit donc une distinction entre les différents Cabri-dessins obtenus pour une même figure. Mais dans le cas présent, la figure n'est même pas un triangle isocèle. C'est ce que rappelle Maud :

289. Maud : 6,1 et 7,5 mais dès que je voudrais avoir 6,1 là heu ça sera la même figure à ce moment là. **Par ce que moi, ce que je veux en fait avoir, c'est un triangle isocèle.**
290. Suzon : Ouais, attends.
291. Maud : **Mais là à chaque fois, j'ai l'impression…**
292. Suzon : Pour voir si il est isocèle… **tu veux isocèle de quel sommet ?**
293. Maud : Heu… CA est égal à CB.
294. Suzon : CA = CB. Donc tu vois, là je t'ai tout bougé. **Alors, pour te construire un triangle vraiment isocèle…**
295. Maud : Mm.
296. Suzon : **C'est une propriété de longueur, t'es d'accord ?**
297. Maud : Ouais.
298. Suzon : **Tu veux que la longueur CA soit égale à CB.**
299. Maud : Ouais.

Suzon profite de la requête de Maud à propos du triangle isocèle pour lui demander de le construire au sens de Cabri-géomètre. Cela implique de décider quel est le sommet du triangle qui est isocèle. En posant cette question, Suzon structure la tâche de Maud et produit ainsi un début d'étayage de la tâche de construction. Mais lorsqu'elle lui donne la solution pour faire la construction, on ne peut plus parler d'étayage :

300. Suzon : J**e te conseille de tracer le cercle de centre C qui passe par A. D'accord ?**
301. Maud : D'accord.
302. Suzon : **Et tu mettras ton point B sur le cercle, comme ça tu auras bien l'égalité des longueurs déjà.**

303. Maud : D'accord. Mais…
304. Suzon : Hein, tu me rappelles après ?
305. Maud : D'accord.

Maud construit la figure demandée par Suzon (cf. Figure 33). Celle-ci remarque que le Cabri-dessin affiché n'est pas un triangle équilatéral, renforçant ainsi le statut de certains Cabri-dessins par rapport à d'autres :

308. Suzon : D'accord. **Enfin, là tu es sûre qu'il n'est pas équilatéral déjà, donc c'est bien…**

Bien que Suzon demande à ce que les figures soient construites, ce qui laisse penser qu'elle va travailler au niveau de la figure et pas du Cabri-dessin, elle a également des exigences qui révèlent un travail au niveau du Cabri-dessin.

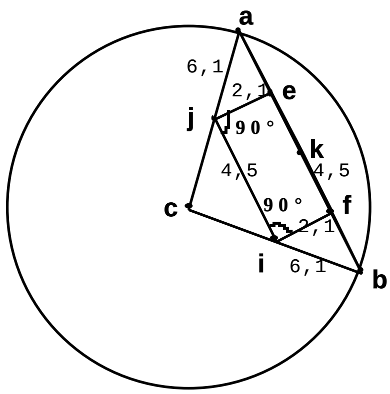


Figure 33 : Triangle ABC isocèle en C et non perceptivement équilatéral (protocole 2, p. 33).

Elles peuvent passer à la recherche de la démonstration.

VI.1.3. Étayage pour l'élaboration de la démonstration de la question 2 ?

VI.1.3.1. QUAND SUZON NE CONNAIT PAS LA SOLUTION…

… elle aide Maud à élaborer la démonstration en structurant la tâche mathématique telle qu'elle se présente.

307. Maud : Voilà. Enfin, je vois toujours pas comment montrer qu'il y a perpendicularité enfin orthogonalité entre le segment [JE] et le segment [JI].
[…]
310. Suzon : **Alors, pourquoi ça serait perpendiculaire. Alors c'est quoi déjà la différence entre un parallélogramme et un rectangle ?**
311. Maud : Ben dans un rectangle, il y a un angle droit.
312. Suzon : D'accord. Donc là, tu veux essayer de montrer qu'il y a…
313. Maud : Un angle droit.
314. Suzon : …un angle droit.

Suzon reformule ce qu'à dit Maud et organise ainsi sa recherche. Il y a donc là un début d'étayage. Maud poursuit sur sa réflexion :

315. Maud	:	**Et je vois que dès qu'il y a angle droit il y a deux côtés du triangle qui sont égaux.**
316. Suzon	:	Heu, mais ça, ça tu le savais puisque c'était un parallélogramme déjà.
317. Maud	:	**Ouais, non mais enfin, je veux dire que dès que je vais avoir un rectangle c'est obligatoirement un triangle isocèle qu'il y a. Alors que dans un…**
318. Suzon	:	D'accord.

Maud explique ce qu'elle a constaté sur la figure : si EFIJ rectangle alors ABC est isocèle. Elle a donc constaté à un moment donné que la condition ABC isocèle est nécessaire. Cela a eu lieu avant qu'elle construise la figure ABC isocèle et correspond à une chronologie des événements lors de l'observation. En effet, lorsque Maud a fait son triangle quelconque et a exploré dans quelles conditions elle obtenait un rectangle, le contrôle qu'elle exerçait était sur le quadrilatère. Une fois que le quadrilatère est mis dans une position où il est rectangle, elle peut observer que le triangle est isocèle en C. La première exploration correspond ainsi à la découverte d'une condition nécessaire. Ensuite seulement, Maud a pu tester que chaque fois qu'elle a un triangle isocèle, EFIJ est un rectangle. En 285, la formulation était celle d'une condition suffisante.

Suzon résume la situation :

320. Suzon	:	Alors, on te dis : "dans quel cas ?", tu dis que c'est un triangle isocèle, et on te demande de le montrer.
321. Maud	:	Ouais, on demande de justifier.

En fait Suzon cherche encore la démonstration de la conjecture.

322. Suzon	:	D'accord, il est isocèle de 60 degrés, ils sont égaux… **je suis en train de réfléchir hein !**
323. Maud	:	Ouais, ouais…
324. Suzon	:	Heu, parallèle, parallèle, toc. **Ah oui !**

C'est peut-être parce que Suzon ne connaît pas la solution qu'il s'agit d'un étayage assez libre, c'est-à-dire d'une structuration de l'activité de Maud sans guidage vers une solution prédéfinie. Mais dès qu'elle a trouvé le rôle joué par (CK) dans la situation, elle peut changer de stratégie d'aide.

VI.1.3.2. QUAND SUZON CONNAIT LA SOLUTION…

… elle demande alors :

324. Suzon	:	**Qu'est ce que tu sais dans un triangle isocèle de sommet C là, qu'est ce que tu peux dire pour [CK].**

En posant une question à propos de [CK], Suzon induit une résolution de la tâche qui se décompose en trois phases. Il s'agit d'abord d'identifier l'objet [CK] sur lequel l'intérêt doit être porté, puis d'énumérer les propriétés de cet objet et enfin de choisir une propriété à exploiter pour résoudre le problème. En posant sa question (cf. 324), Suzon prend en charge l'identification de [CK] et il reste encore à la charge de Maud les deux autres étapes du travail. Maud propose donc des propriété pour [CK] :

325. Maud	:	Que (CK) c'est la hauteur la médiane…
326. Suzon	:	**Voilà. Alors déjà, le premier mot, ça suffit ici.**
327. Maud	:	La hauteur !
328. Suzon	:	La hauteur, donc

C'est Suzon qui interrompt Maud dans sa liste des propriétés de [CK]. Le travail de Maud a consisté à commencer la liste des propriétés de [CK], ce qui nécessite un début d'analyse de la figure, donc de la situation mathématique. Mais c'est Suzon qui a pris en charge le choix de la propriété pertinente. Dans ces conditions, y a-t-il encore étayage ? La question est de savoir quel est le travail géométrique qui reste à la charge de Maud. Il lui reste à trouver comment le fait que [CK] soit une hauteur permet de résoudre le problème. Et le fait que la hauteur ait été désignée par Suzon n'empêche pas que le reste de la tâche conserve son sens mathématique.

Maud enchaîne sur la transitivité du parallélisme. On peut considérer qu'elle a utilisé le mot perpendiculaire à la place de parallèle :

329. Maud	:	Ça qui veut dire qu'il y a perpendicularité entre [JE] et [CK], entre [CK] et [IF]…
330. Suzon	:	Voilà
331. Maud	:	Donc il y a perpendicularité entre [IF] et [JK], ouais donc elles sont parallèles entre elles… heu…

Maud utilise donc la hauteur pour montrer que [IF] et [JE] sont parallèles, ce qu'elle savait déjà comme conséquence de sa première démonstration. Ce n'est pas la hauteur qui est en jeu dans le raisonnement de Maud mais la médiane. Son lapsus entre parallèle et perpendiculaire est révélateur du fait que Maud veut utiliser la hauteur définie par sa propriété de perpendicularité mais ne l'utilise en définitive que comme une médiane. Elle n'a donc rien produit de nouveau.

Suzon revient sur l'objectif initialement convenu (cf. 313-314) :

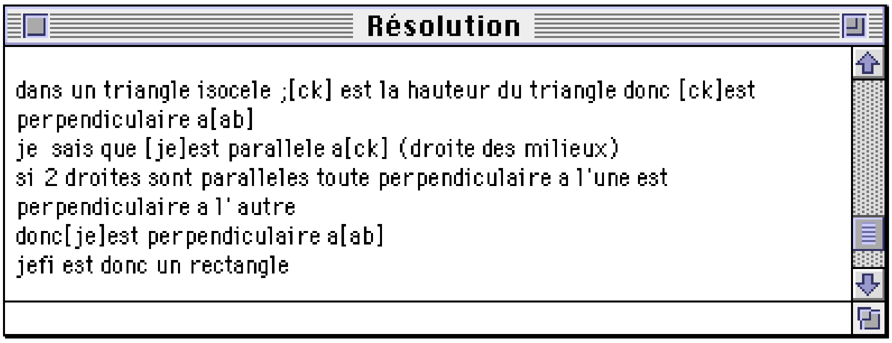
332. Suzon	:	**En fait, il suffit de montrer qu'il y a un angle droit.**
333. Maud	:	Ouais.
334. Suzon	:	D'accord ? Donc, t'en choisis un, par exemple, JEK
335. Maud	:	JEK…
336. Suzon	:	**Voilà, alors tu sais que [CK] est perpendiculaire à [AB].**

C'est finalement Suzon qui a proposé la propriété utile sur la hauteur, le fait qu'elle soit perpendiculaire à la base. Maud n'en était pas encore arrivée là et son hésitation en 331 montrait qu'elle avait obtenu que les deux côtés opposés, [IF] et [JE], sont parallèles entre eux et parallèles à [CK] mais ne savait pas comment continuer.

337. Maud : [CK] perpendiculaire…
338. Suzon : **Comme c'est une hauteur.**
339. Maud : À [AB] ouais.
340. Suzon : Voilà.
341. Maud : Je sais que [JE] et parallèle à [CK].
342. Suzon : Voilà.
343. Maud : Donc je sais que [JE] est perpendiculaire à [AB].
344. Suzon : Voilà, et t'as fini. T'as un angle droit là.
345. Maud : Ah ouais ! D'accord. Bon ben j'écris !

Suzon doit donc redire d'où vient l'angle droit. Si Maud paraît avoir compris, on ne peut cependant plus vraiment parler d'étayage étant donné que c'est le précepteur qui a mobilisé [CK], dit que c'était la hauteur et que la hauteur est perpendiculaire à la base. La tâche de Maud s'avère très réduite mais n'est peut-être pas complètement dépourvue de sens mathématique.

VI.1.3.3. CORRECTION DE LA SOLUTION DE MAUD


Résolution

dans un triangle isocele ;[ck] est la hauteur du triangle donc [ck]est
perpendiculaire a[ab]
je sais que [je]est parallele a[ck] (droite des milieux)
si 2 droites sont paralleles toute perpendiculaire a l'une est
perpendiculaire a l' autre
donc[je]est perpendiculaire a[ab]
jefi est donc un rectangle

Figure 34 : Réponse de Maud pour la question 2
(protocole 2, p. 35).

Suzon fait deux remarques. La première est relative au fait que la condition est « ABC isocèle en C ».

354. Suzon : CK est la perp… **Alors, tu vois déjà, il faudrait que tu précises "dans le triangle isocèle CAB de sommet C"**
355. Maud : Ah ouais sinon…
356. Suzon : **Tu vois, c'est pas n'importe quel triangle isocèle.**
357. Maud : Mm.

Le précepteur précédent, Félicie, en avait profité pour introduire implicitement la question de la nécessité de la condition sur le triangle. Suzon n'aborde pas la question (elle doit partir et donc terminer la séance). La seconde remarque est relative au fait qu'il faut préciser que EFIJ est un parallélogramme pour en déduire que EFIJ avec un angle droit est un rectangle. Pour terminer, Suzon relativise l'importance de ces deux remarques :

364. Suzon : Donc en fait, il y a deux petites corrections de français en fait.

Lorsque Maud propose de faire les corrections, Suzon les lui épargne en disant :

370. Suzon : Non, c'est bon, tu as compris.
371. Maud : Ouais.

Ainsi, la nécessité de clôturer la séance amène Suzon à relativiser l'importance d'événements qui dans un autre contexte, et avec d'autres précepteurs, sont au contraire apparus comme centraux.

VI.2. Conclusion sur le travail de Suzon

Suzon change sa façon d'encadrer le travail de Maud au moment où elle découvre une solution au problème. Lorsqu'elle ne connaît pas la solution, elle structure la recherche de Maud en signalant quels sont les buts poursuivis, les éléments à prendre en compte et suscite la manipulation de la figure. À partir du moment où elle connaît la solution, son encadrement est plus orienté vers l'obtention par Maud de sa propre solution. Finalement au cours de l'interaction avec Félicie, Maud, n'a presque rien fait de significatif. Elle a seulement construit le pas de déduction qui correspond à la transitivité du parallélisme. Mais hors de l'interaction avec Suzon, elle rédige une démonstration qui montre qu'elle maîtrise, au moins pour la rédaction, les différents éléments apportés par Suzon.

Le jeu sur le caractère nécessaire et/ou suffisant de la condition trouvée est plus implicite chez Suzon que chez les autres précepteurs. Pourtant on peut y rattacher les deux remarques suivantes qu'elle fait à propos du travail de Maud. D'abord, elle précise qu'il suffit d'avoir un angle droit pour en déduire que le parallélogramme est un rectangle (cf. 332). Ensuite, elle demande à Maud de préciser le sommet du triangle isocèle. À la lumière du travail fait sur cette question par Félicie, le précepteur précédent, on peut lire sa demande de correction comme le fait d'établir que la condition trouvée est suffisante. En effet, la condition « ABC isocèle » sans précision du sommet est une condition nécessaire mais pas suffisante.

Par rapport à Cabri-géomètre, Suzon a une attitude partagée entre la prise en compte du dynamisme des figures de Cabri-géomètre et la prise en compte de certains Cabri-dessins plutôt que d'autres. Ainsi elle se préoccupe de savoir si Maud a fait bouger sa figure et a remarqué des propriétés qui soient conservées au cours du déplacement. Elle lui demande également de faire une figure dont certaines propriétés résistent au déplacement (triangle isocèle) et propose une construction particulière. Ces exigences relèvent d'une prise en compte de la figure de Cabri-géomètre et pas uniquement du Cabri-dessin. D'autre part, elle exige par deux fois que le Cabri-dessin visible à l'écran ne présente pas une propriété particulière. C'est d'ailleurs le fait que le Cabri-dessin obtenu soit apparemment équilatéral qui l'amène à demander à Maud de construire son triangle isocèle au sens de Cabri-géomètre. Or, si le triangle est construit comme isocèle, il pourra aussi bien être visible comme équilatéral que comme isocèle, la différence entre les deux étant que seule la propriété d'être isocèle est conservée au cours des déplacements. Pour Suzon, le dynamisme de la figure permet justement de choisir facilement et rapidement le Cabri-dessin voulu et de travailler à partir de celui-ci et pas un autre. Ce fonctionnement s'apparente à l'usage de Cabri-géomètre comme un cahier de brouillon où l'on fait rapidement des croquis et où l'on peut changer de dessin à peu de frais.

Les interventions de Suzon dans la relation élève-milieu traduisent ses efforts de contrôle de cette interaction. Elle veut faire en sorte que Maud n'utilise pas certains Cabri-dessins (ceux qui montrent une propriété particulière non déductible de la figure). Dans ce but, elle demande que les figures soient construites. Cependant, elle n'attend pas que la solution du problème soit le résultat de l'interaction privilégiée de l'élève avec le milieu et propose elle-même les éléments nécessaires à la solution.

CONCLUSION

Dans ces six analyses, il apparaît que les interactions portent finalement assez peu sur les objets géométriques quadrilatères et triangles contrairement à ce que laissait prévoir le titre « des quadrilatères dans un triangle ». Cet enjeu devient secondaire relativement aux questions plus essentielles, bien que parfois plus implicites, qui sont abordées par les précepteurs et leurs élèves :

- le rôle de la figure dans la justification notamment par rapport à la démonstration ;
- la nature (perceptive, instrumentée, construite) de la construction de la figure dans Cabri-géomètre ;
- le statut des contre-exemples ;
- le fait que les conditions soient suffisantes et/ou nécessaires.

Le rôle joué par Cabri-géomètre apparaît assez central dans les analyses. Si les capacités du logiciel ne sont pas exploitées de la même façon par tous les précepteurs et les élèves, tous ont utilisé à un moment ou un autre la présence de la figure. Cela s'est traduit par des négociations autour de la sollicitation de Cabri-géomètre et de l'interprétation de ses résultats.

Aide de Cabri-géomètre à la découverte de la conjecture

Pour la découverte de la conjecture, l'exploration de la figure de Cabri-géomètre ne facilite pas la découverte de la condition AB = CK, réponse de la troisième question. Les précepteurs pallient ce déficit de l'interaction entre l'élève et Cabri-géomètre avec deux stratégies différentes.

Soit, ils utilisent Cabri-géomètre et le manipulent, ou le font manipuler, pour obtenir des retours qu'ils jugent plus pertinents et significatifs par rapport à la propriété visée. Ainsi, Gaston choisit plusieurs Cabri-dessins pour faire apparaître le fait que la position de C sur la médiatrice de [AB] est particulière (protocole 7). Jeanne plus simplement demande à son élève de construire tous les segments pour qu'au moins [CK] soit visible (protocole 4).

Soit, ils ont recours à un raisonnement qui utilise explicitement la condition recherchée. C'est finalement le cas pour tous les précepteurs qui ont abordé cette question (Jeanne protocole 4 ; Gaston protocole 6 et 7 ; Félicie protocole 1). Le raisonnement en question peut être introduit à l'occasion du travail sur la conjecture « ABC équilatéral alors EFIJ carré ». Cela nous amène au deuxième point à propos duquel les précepteurs doivent négocier : les contre-exemples de Cabri-géomètre.

Gestion des contre-exemples

Les contre-exemples donnés par Cabri-géomètre ont été pris en compte de différentes manières par les précepteurs. Leurs attitudes sont révélatrices du rôle qu'ils attribuent à Cabri-géomètre et surtout de la façon dont les contre-exemples peuvent aider à l'avancée de la résolution du problème du point de vue du précepteur. Ainsi, tous les couples précepteurs élèves ayant abordé la question 3 ont eu à invalider la conjecture « si ABC équilatéral alors EFIJ carré ». Pour cela, il y avait deux moyens concurrents : une figure de Cabri-géomètre et un raisonnement. Mais le recours au contre-exemple de Cabri-géomètre a toujours été suivi par la formulation par l'élève, plus ou moins assisté par le précepteur, du raisonnement invalidant cette conjecture. En fait, ce raisonnement est nécessaire à l'obtention de la bonne réponse à l'exercice. Cela a conduit les précepteurs à relativiser la force du contre-exemple donné par Cabri-géomètre. Dans cette perspective, le fait que le contre-exemple soit obtenu sur une figure perceptivement instrumentée et pas complètement construite ou bien le fait que l'oracle paraisse en contradiction avec la perception ont servi le précepteur dans son dessein. Le précepteur les a utilisés afin de pouvoir introduire la nécessité du raisonnement. Ainsi, la validité d'un contre-exemple est évaluée, par le précepteur, à l'aune de l'avancée qu'il permet dans la recherche de la solution. Si le contre-exemple trouvé ne permet plus d'avancer vers la solution finale, le recours au raisonnement est exigé, relativisant du même coup la portée du contre-exemple (Gaston ou Jeanne). Si au contraire, le fait d'avoir un contre-exemple, permet de se débarrasser rapidement d'une piste stérile, toujours du point de vue du précepteur, alors le contre-exemple est définitif (Gaston).

Un cas particulier de contre-exemple est celui obtenu par Félicie et Théo. Ils n'ont pas immédiatement reconnu comme tel un contre-exemple perceptif. Cela montre la dépendance qu'il y a entre les figures de Cabri-géomètre et la perception des utilisateurs ainsi que la dépendance de la perception vis-à-vis des connaissances. Théo et Félicie n'ont pu voir le contre-exemple qu'à l'aide d'une instrumentation de la perception mais surtout après avoir eu un autre moyen de découvrir qu'il ne pouvait pas y avoir de carré sur leur figure. Le cas de Jeanne et Paul, dans le protocole 4, est différent mais illustre aussi la complexité qu'il y a à reconnaître un contre-exemple. Paul dit avoir trouvé un contre-exemple à la bonne conjecture de la question 2. Jeanne, dans l'impossibilité de retrouver le Cabri-dessin en question, ne tient pas compte de cette information et poursuit. Plus tard, quand Paul est confronté à une vérification instrumentée d'une propriété qui entre en conflit avec la réponse de l'oracle, il n'a aucun moyen de juger dans quelle mesure il y a contre-exemple ou non. Jeanne ne tranche pas, ne fait pas appel à une vérification par déplacement sur une figure robuste mais recourt au raisonnement pour sortir de l'impasse. Ainsi, au cours de ces interactions, le statut des contre-exemples est négocié et aboutit parfois au fait qu'ils ne sont pas reconnus. Les contre-exemples de Cabri-géomètre ne sont pas pleinement intégrés dans le processus de validation des conjectures.

Le rapport entre validation dans Cabri-géomètre et démonstration

Cabri-géomètre permet, en plus des contre-exemples, différents types de vérification de propriétés. Pour la première question les vérifications par déplacement ont en majorité été utilisées car elles étaient possibles sur la figure construite à partir de l'énoncé. Pour les deuxièmes et troisièmes questions, seulement deux couples précepteur-élève ont complètement construit leur figure. En revanche, des vérifications perceptivement assistées ont quasiment toujours été faites.

Pour les précepteurs, notamment Gaston et Félicie, démonstration et vérification dans la figure ont été associés à deux finalités différentes. La figure de Cabri-géomètre permet de convaincre et la démonstration de valider. Cela préserve ainsi la légitimité de recourir aux deux, l'une ne pouvant remplacer l'autre. Cependant, cette distinction n'est pas forcément perçue par les élèves. De plus, lorsque la figure a été construite au sens de Cabri-géomètre, c'est-à-dire permettant une vérification augmentée des propriétés, elle a pu alors être considérée comme une preuve rendant moins indispensable le recours à la démonstration (Jeanne protocole 4).

Tous les couples précepteur-élève ont abordé de façon plus ou moins implicite la question du caractère nécessaire et / ou suffisant des conditions sur le triangle. Cette question illustre également le rapport qu'il y a entre figure dans Cabri-géomètre et démonstration. En effet, les vérifications de type perception augmentée ne valident, dans les constructions effectuées à partir du triangle ABC, que la suffisance de la condition. Pour avoir accès à sa nécessité, il faut soit construire une figure à partir du quadrilatère, soit effectuer des vérifications en se restreignant au niveau du Cabri-dessin. Ainsi, la figure de Cabri-géomètre est particulièrement associée à la démonstration d'une déduction et pas à sa réciproque. Les démonstrations proposées par les élèves sont généralement celles d'une condition suffisante mais la formulation de leur réponse à la question la présente souvent comme une condition nécessaire : « il faut que ABC soit isocèle ». Cela montre que pour les élèves, la démonstration de la condition suffisante prouve la nécessité. Ils ne font pas de distinction entre les deux au niveau de la formulation. Les quatre précepteurs adoptent des techniques différentes (construction dans Cabri-géomètre, examen de l'éventualité d'une autre condition) pour amener les élèves à prendre en compte cette nuance. Mais comme elle n'est pas problématisée par les élèves, les tentatives des précepteurs échouent généralement.

Conclusion sur l'utilisation de Cabri-géomètre

Cette analyse révèle une grande complexité de l'interaction avec Cabri-géomètre. Cette complexité rejaillit sur la tâche du précepteur dans sa dimension de gestion de l'interaction, présente et passée, de l'élève avec Cabri-géomètre. Outre ce que nous venons de rappeler, la complexité est également liée à tous les types de vérification possibles ainsi qu'aux caractéristiques propres aux Cabri-dessins qui sont différentes de celles du dessin ou de la figure géométrique.

Nous avons pu observer cette complexité lors des tentatives de redéfinition des points pour obtenir une figure résistante au déplacement (donc qui permette une vérification à perception augmentée). Ces tentatives sont intéressantes de deux points de vue. D'abord, elles montrent comment les caractéristiques des Cabri-dessins ne sont pas uniquement celles de la géométrie. L'existence d'une mémoire de l'ordre de construction des objets de la figure, de la dépendance entre les objets et de leurs degrés de liberté rend certaines redéfinitions impossibles. Pourtant, d'un point de vue statique, les propriétés des objets à redéfinir paraissent correspondre à celles mises en œuvre dans la redéfinition. C'est le cas d'un cercle qui « passe » perceptivement par un point mais sur lequel on ne peut pas redéfinir le point. D'autre part, ces tentatives mettent en évidence l'existence d'un passage assez direct entre l'instrumentation de la perception en vue de la vérification d'une propriété et l'obtention d'une figure robuste pour cette propriété qui permette une vérification par déplacement (perception augmentée). Cependant, le fait qu'une figure permette une vérification instrumentée a souvent rendu peu nécessaire le recours à une figure plus construite. C'est sûrement un élément qui explique le fait que l'on observe finalement peu de figures véritablement construites dans les interactions.

Les interventions des précepteurs dans la relation élève-milieu

Plusieurs interventions des précepteurs ont eu pour finalité assez directe une évolution de la relation élève-milieu (autre que l'évolution normale de la relation consécutive à l'apprentissage). Certains précepteurs ont sollicité les élèves pour qu'ils interagissent avec Cabri-géomètre d'une manière plus adéquate par rapport à l'obtention de la solution du problème. Cela les a conduit à demander aux élèves de construire leur figure, de faire des vérifications incluant le déplacement ou l'instrumentalisation de la perception, de ne pas utiliser certains Cabri-dessins ou de tester d'autres propriétés. Ils ont même parfois agi directement sur Cabri-géomètre pour faire « voir » à l'élève des propriétés utiles pour la résolution. Lorsque l'interaction de l'élève avec Cabri-géomètre n'était pas suffisante pour conduire à la solution de l'exercice, les précepteurs ont adopté une maïeutique socratique pour faire dire par l'élève l'information nécessaire à la poursuite de la résolution, ils ont également invité l'élève à utiliser les indications didactiques présentes dans le problème ou enfin ont donné directement les éléments de solution.

Nous avons montré deux choses qui vont nous permettre de mieux cerner le travail d'analyse qu'il est possible de faire à propos de l'étayage et de l'explication. Il apparaît clairement que les précepteurs guident les élèves principalement en référence à une solution du problème ou à des éléments de cette solution qu'ils ont trouvés et qu'ils souhaitent faire apparaître pour eux. De leur côté, les élèves n'ont pas la même vision de la situation, entre autres parce qu'ils ne connaissent pas encore la solution. Il y a donc un décalage entre les points de vue du précepteur et de l'élève. Ce décalage inévitable se réduit dans les moments où les deux interlocuteurs font référence à la figure. Ensuite, on voit très nettement le jeu de va-et-vient des précepteurs entre le recours au raisonnement et à Cabri-géomètre pour faire évoluer la situation de l'élève. On voit également que la marge de manœuvre du précepteur se réduit au fur et à mesure des échecs de ses tentatives pour susciter la bonne solution chez l'élève. Ainsi, au début de l'interaction, il existe dans la situation un espace dans lequel peut intervenir le précepteur avant de détruire la situation de l'élève.

L'hypothèse que nous pouvons faire à l'issue de ces premières analyses est que dans l'état actuel de nos expérimentations et du travail théorique fait sur l'étayage et l'explication, c'est à propos de la manipulation de Cabri-géomètre que nous allons pouvoir analyser plus précisément le travail d'étayage et d'explication des précepteurs. En effet, la référence commune dans l'interaction est donnée par Cabri-géomètre. C'est autour du logiciel que se cristallisent les efforts des précepteurs pour obtenir des changements significatifs chez les élèves. C'est essentiellement à propos des constructions de Cabri-géomètre que l'on voit apparaître des exigences de la part des précepteurs et que l'on voit se dessiner des stratégies d'interaction. C'est l'objectif du chapitre suivant.

Chapitre 6

Analyse du préceptorat dans TéléCabri : étayage et explication autour de Cabri-géomètre

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié comment l'enseignant utilisait Cabri-géomètre pour valider ou invalider les conjectures proposées par les élèves ainsi que pour faire évoluer leurs démonstrations. Cela nous a permis de mieux cerner le rôle de Cabri-géomètre dans le préceptorat et a montré qu'une analyse du travail du précepteur en terme d'étayage et d'explication ne peut pas être faite sans prendre en compte précisément le rôle de Cabri-géomètre dans la tâche de l'élève.

Dans ce sixième chapitre, nous allons montrer en quoi certaines interactions entre un précepteur et un élève relèvent de l'étayage et de l'explication. Nous avons choisi pour cela d'analyser essentiellement des interactions ayant pour enjeu la construction d'une figure dans Cabri-géomètre. Cette concentration sur un seul type d'activités abordées par les élèves nous permet, dans un premier temps, de prendre en compte de façon homogène le rôle de Cabri-géomètre. Il s'agit d'avoir les moyens de rendre compte de manière opérationnelle, dans l'analyse des interactions, de la construction d'une figure avec Cabri-géomètre.

Une première partie de ce chapitre concerne ainsi notre proposition de structuration du contrôle effectué par celui qui construit une figure dans Cabri-géomètre. C'est à partir de cette structure que nous pourrons ensuite retracer les aides et indications proposées par le précepteur et décider si elles sont de l'étayage et de l'explication. Les analyses proposées dans les sections II, III et IV de ce chapitre en sont une illustration. En outre, nous présentons dans ce chapitre l’analyse d’une interaction à propos de l’élaboration d’une démonstration, montrant par là que notre analyse n’est pas limitée à un seul type de tâche mathématique.

I. LA CONSTRUCTION DES FIGURES DANS CABRI-GEOMETRE

Suivant l'exercice choisi par l'élève, parmi ceux proposés sur le Web, la construction de la figure dans Cabri-géomètre est plus ou moins problématique. Dans les exercices de construction, la figure de Cabri-géomètre est la production finale et la réponse à l'exercice. La tâche de l'élève doit prendre en charge plus ou moins implicitement la question de la constructibilité de la figure (Chevallard 1991), même si cette prise en charge est réduite à la production d'une construction particulière. Dans ce sens, la construction de la figure est problématique. Dans les autres exercices, la figure a pour fonction d'aider à la démonstration. Elle n'est donc pas en elle-même problématique. Ainsi, nous différencions deux rôles de la construction d'une figure de Cabri-géomètre suivant qu'elle constitue ou non la production finale de l'exercice.

Cependant, même lorsque la construction de la figure n'est pas problématique, Cabri-géomètre joue un rôle dans la résolution de la tâche. Nous l'avons bien vu dans le chapitre précédent. La figure n'est pas obligatoire mais elle constitue une aide dans la recherche heuristique de la démonstration. Elle est un champ d'expérimentation et un schéma qui soutient le raisonnement (Chevallard 1991 ; Laborde et Capponi 1994). Bœro *et al.* analysent comment l'expérimentation dynamique d'une situation-problème contribue à la production d'une conjecture et à l'élaboration de la preuve (Bœro *et al.* 1996 ; Mariotti *et al.* 1997). Duval donne également des éléments pour comprendre le fonctionnement de la figure géométrique dans la démarche géométrique (Duval 1994). Il identifie quatre niveaux de prise en compte mathématique de la figure pour l'élaboration d'un raisonnement géométrique : l'appréhension perceptive relative aux formes et objets, l'appréhension discursive relative aux hypothèses et propriétés qui s'en déduisent, l'appréhension séquentielle relative à l'ordre de construction des objets qui tient compte, entre autres, des contraintes techniques et l'appréhension opératoire relative aux modifications de la figure (découpage en sous-figures, agrandissement diminution ou déformation et déplacement rotation de la figure dans un plan). Ces différentes appréhensions et modifications de la figure participent à la démarche géométrique et donc à l'élaboration de la démonstration.

Le travail présenté au chapitre 5 montre que la rigueur des analyses des interactions dépend de la façon dont nous aurons pu identifier, notamment au niveau de l'analyse a priori, le rôle joué dans la résolution de la tâche par les figures dans Cabri-géomètre. C'est la raison qui nous conduit à présenter dans ce chapitre une majorité d'analyses d'interactions autour de la *construction* d'une figure plutôt qu'à propos de l'élaboration d'une démonstration. Il s'agit soit de la construction d'un carré (activité « Carré », protocoles 12 et 13), soit de la construction de quadrilatères ayant des caractéristiques particulières spécifiées dans l'énoncé (exercices 23 et 14, protocole 20). Nous proposons également l'analyse d'une activité de démonstration : montrer qu'un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré (exercice 13, protocole 20).

La réalisation des figures dans l'environnement Cabri-géomètre transforme profondément la tâche de l'élève par rapport à ce qu'elle serait dans l'environnement papier-crayon. En particulier, l'utilisation des primitives disponibles dans Cabri-géomètre pour réaliser les constructions n'est pas une simple traduction de l'usage des instruments de l'environnement papier-crayon.

Le logiciel Cabri-géomètre dispose de différentes primitives accessibles à l'utilisateur pour permettre la construction d'une figure dynamique à l'interface. Le choix, la mise en œuvre et le contrôle du résultat de l'utilisation d'une primitive de Cabri-géomètre est un processus complexe qui se trouve au centre de l'activité de l'élève. L'intérêt de Cabri-géomètre est que cette utilisation des primitives est plus ou moins directement déterminée par la géométrie. Nous allons clarifier la nature de la relation entre géométrie et utilisation des primitives du logiciel afin de pouvoir donner du sens aux comportements des élèves comme à celui des précepteurs qui interagissent à propos de la construction des figures de Cabri-géomètre. Dans cette tentative, la comparaison avec l'environnement papier-crayon est utile car elle constitue une référence pour le précepteur et l'élève.

I.1. Les objets techniques et la connaissance en tant qu'outil

Nous avons recours au travail de deux didacticiens pour explorer la relation qu'il y a entre les outils de construction de figures et les connaissances géométriques. Dans deux problématiques différentes, Chevallard et Douady, créent un lien entre les deux pôles que constituent d'une part, la connaissance géométrique abstraite et d'autre part, les outils matériels. Nous exposons ce qui, dans leurs points de vue théoriques, nous permettra d'élaborer une structure qui rende compte du rapport entre connaissances géométriques et outils de construction.

À propos de l'intégration des objets techniques dans le système didactique, Chevallard cite le cas de la règle et du compas comme archétype d'une intégration fonctionnelle réussie qui dépend du statut épistémique et didactique de l'objet (Chevallard 1992). Il présente le statut épistémique de la règle à l'intérieur du système didactique de la façon suivante :

> *« Ainsi, épistémologiquement, et en droit au moins, une règle est un être abstrait : elle n'a qu'un bord (et non deux), est infinie « dans les deux sens » et ne porte pas de marques (ni a fortiori de graduation), etc. Sous l'« implémentation » concrète, qui la fait apparaître comme telle ou telle règle, que l'on peut acheter, perdre, prêter, elle est d'abord un concept et l'opérateur d'un type déterminé de processus mathématiques.* » (Chevallard 1992, p. 187).

Cette présentation de l'objet technique « règle » par Chevallard montre le lien étroit établi entre l'objet technique et le savoir. Ces objets techniques vivent parce qu'ils sont légitimés par un savoir mathématique reconnu par le système didactique. De plus, Chevallard identifie d'un côté les connaissances abstraites véhiculées par l'objet et qui président à sa mise en œuvre et de l'autre une implémentation concrète et matérialisée de ces connaissances.

De son côté, Douady propose la notion d'outil pour désigner la forme opératoire des concepts mathématiques, celle qui permet la résolution de problèmes indépendamment d'une concrétisation matérielle (Douady 1986) :

> *« Dans leurs recherches, les mathématiciens sont confrontés à des problèmes que personne ne sait résoudre. Une part importante de leur activité consiste à poser des questions et résoudre des problèmes. Pour ce faire, ils sont amenés à créer des* outils[1] *conceptuels, auxquels s'adjoignent maintenant des outils techniques (les ordinateurs permettent de renouer avantageusement avec la tradition des calculs gigantesques des siècles précédents). Ainsi, nous disons qu'un concept est* outil[1] *lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème.* » (Douady 1986, p. 9).

---

1 Souligné par l'auteur.

Ainsi, pour Douady, certaines connaissances géométriques sont des outils conceptuels créés par les mathématiciens pour construire des figures géométriques. Elle précise que la résolution de problèmes s'accompagne parfois également de la production d'outils techniques. Elle n'approfondit pas la relation qu'il y a entre connaissance-outil et outil technique. En revanche, elle donne le statut de « pratique » à certaines utilisations de connaissances-outils dans le système didactique :

> « *Nous appelons* pratique[1] *tout usage adapté que fait un élève d'outils exprimés explicitement ou en terme d'actions, reconnus au moins au sein de la classe : c'est le cas des représentations graphiques de fonctions, de certaines façons d'étudier leurs variations.* » (Douady 1986, p. 10).

Bien que restant toujours du côté conceptuel, la notion de pratique telle que la présente Douady se rapproche de la notion d'outil technique car les deux termes désignent une connaissance opérationnalisée même si la pratique ne fait pas référence à une concrétisation.

Pour Chevallard et Douady, l'existence d'un rapport entre connaissance géométrique et objet (ou outil) technique est établie. Les objets techniques sont des connaissances solidifiées et rendues opératoires à travers une matérialisation. Les outils conceptuels qui correspondent à une pratique arrêtée sont parfois transformés en outils techniques.

I.2. Modélisation en quatre niveaux de l'utilisation et du contrôle des primitives pour la construction de figures géométriques

Nous nous intéressons à l'utilisation de Cabri-géomètre par les élèves et les précepteurs pour construire des figures géométriques et résoudre des problèmes. En tant que logiciel de géométrie issu du paradigme de la découverte guidée et de la manipulation directe, Cabri-géomètre permet la manipulation des connaissances. Cette manipulation s'effectue à travers la mise en œuvre et le contrôle des primitives de construction disponibles à l'interface du logiciel.

Nous proposons quatre niveaux de mise en œuvre et d'exploitation d'une primitive de Cabri-géomètre par l'utilisateur.

(i) **Niveau perceptivo-gestuel :** ce niveau « perceptivo-gestuel » au sens de Vergnaud (1994, p. 179), concerne la manipulation physique de la primitive à l'interface de Cabri-géomètre. Cette manipulation correspond à la maîtrise des gestes à réaliser pour utiliser la primitive. Il s'agit de savoir comment sélectionner la primitive dans la barre de menu et surtout de contrôler le déplacement de la souris relativement à un effet recherché, cliquer au bon endroit et au bon moment, en particulier en attendant un retour de la part de Cabri-géomètre.

(ii) **Niveau fonctionnel :** le deuxième niveau est celui de la fonction de la primitive. La primitive correspond à une fonction de Cabri-géomètre qui prend en entrée un certain nombre d'objets dans un ordre plus ou moins libre et produit en sortie un objet dont les caractéristiques sont définies par les objets initiaux. L'utilisation fonctionnelle de la primitive passe par la maîtrise des relations nécessaires à la construction entre les objets initiaux et les objets finaux de la primitive.

(iii) **Niveau géométrique :** le troisième niveau est celui de la géométrie. L'utilisation d'une primitive met en jeu des propriétés géométriques qui sont embarquées au niveau de Cabri-géomètre. Simultanément, le choix et l'utilisation d'une primitive peuvent être contrôlés par les connaissances géométriques de l'utilisateur. Enfin, c'est l'exploitation par l'utilisateur de certaines propriétés géométriques de la construction obtenue qui permet de dire qu'il y a un contrôle géométrique de l'utilisation de la primitive.

(iv) **Niveau heuristique :** le quatrième niveau est celui du problème à résoudre. Il correspond à la maîtrise heuristique de la primitive, c'est-à-dire au contrôle de l'utilité de cette primitive pour résoudre le problème mathématique posé. L'utilisation et le contrôle heuristique sont associés à la fonction de modélisation jouée par la géométrie pour résoudre un problème mathématique. L'élève doit maîtriser la correspondance entre le problème qu'il doit résoudre et la figure qu'il est en train de construire.

I.3. L'environnement papier-crayon, une référence pour les constructions

Ce même découpage en niveaux de la mise en œuvre d'une primitive de Cabri-géomètre est applicable pour l'analyse de l'utilisation des instruments de construction de l'environnement papier-crayon. Cela vient du fait qu'une connaissance géométrique est un outil conceptuel, éventuellement un théorème en acte (Douady 1986) qui est à l'origine d'outils techniques matériels distincts, pas forcément équivalents, suivant l'environnement de construction. Cette référence commune à la connaissance géométrique, valable du point de vue du chercheur, permet la mise en relation des *instruments* de l'environnement papier-crayon — règle, équerre, compas, rapporteur — avec les *primitives* de Cabri-géomètre.

Cette référence commune permet également de rapprocher certaines utilisations d'objets géométriques théoriques de la mise en œuvre d'instruments ou de primitives. Par exemple le parallélogramme, lorsqu'il est utilisé pour translater un segment de longueur donnée, peut être vu comme un outil de report de mesure. Nous proposons d'utiliser le terme d'outil pour faire référence au versant abstrait et conceptuel de l'instrument ou de la primitive. Cette acception est conforme à celle de Douady et permet de différencier *outil* de *primitive* et *instrument* qui en sont des concrétisations plus ou moins matérielles.

Une caractéristique notable de Cabri-géomètre est sa capacité de génération de primitives à travers les macro-constructions. Ce n'est pas le cas de l'environnement papier-crayon, où la création d'instruments de construction géométrique, dans le contexte scolaire, est quasiment inexistante.

Nous proposons d'illustrer les quatre niveaux d'utilisation des primitives et des instruments par l'exemple du compas et du cercle à propos d'une tâche précise. Il s'agit de construire le troisième sommet d'un carré lorsqu'un côté du carré est déjà donné, ainsi qu'une perpendiculaire à ce côté.

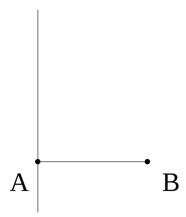


Figure 1 : Comment construire un autre sommet du carré de côté [AB] ?

Une solution est de reporter la longueur donnée par le premier côté sur la perpendiculaire à partir de A. Suivant l'environnement de résolution, l'instrument compas ou la primitive cercle permettent la construction.

Dans cette tâche de construction d'un cercle pour obtenir un nouveau sommet du carré (cf. Figure 1) , l'élève doit reporter la mesure du côté [AB] à partir du point A. Si l'élève fait alors appel aux propriétés géométriques du cercle pour effectuer ce report de longueur, il les utilise en tant qu'outil. Mais il peut également utiliser l'instrument compas sans faire appel explicitement au cercle géométrique. Les propriétés géométriques du cercle fonctionnent alors comme théorème en acte. Dans les deux cas, c'est la connaissance géométrique en tant qu'outil qui est activée et qui conduit l'élève à utiliser l'instrument compas ou la primitive cercle suivant l'environnement de réalisation de la construction. Toutefois, l'élève peut également utiliser l'instrument compas en investissant d'autres moyens de contrôle, par exemple le fait qu'il sache perceptivement, du point de vue des relations spatiales entre les objets, où se situe le troisième sommet. Une fois que l'instrument ou la primitive est mobilisée, c'est la connaissance outil qui est rendue opérationnelle. Et c'est cette connaissance outil qui permet de contrôler la fonctionnalité de l'instrument ou de la primitive. Dans le cas de l'instrument compas, la connaissance du fait qu'un cercle de rayon AB a tous ses points à la distance AB du centre permet de savoir qu'il faut choisir l'écartement AB et le centre A pour avoir finalement l'arc de cercle à la bonne distance de A. Dans le cas de la primitive cercle, le fait de savoir que tous les points du cercle sont à la même distance du centre permet de construire le cercle centré en A et passant par B. Les connaissances outils sur le cercle se sont ainsi opérationnalisées et concrétisées dans la mise en œuvre d'une primitive ou d'un instrument.

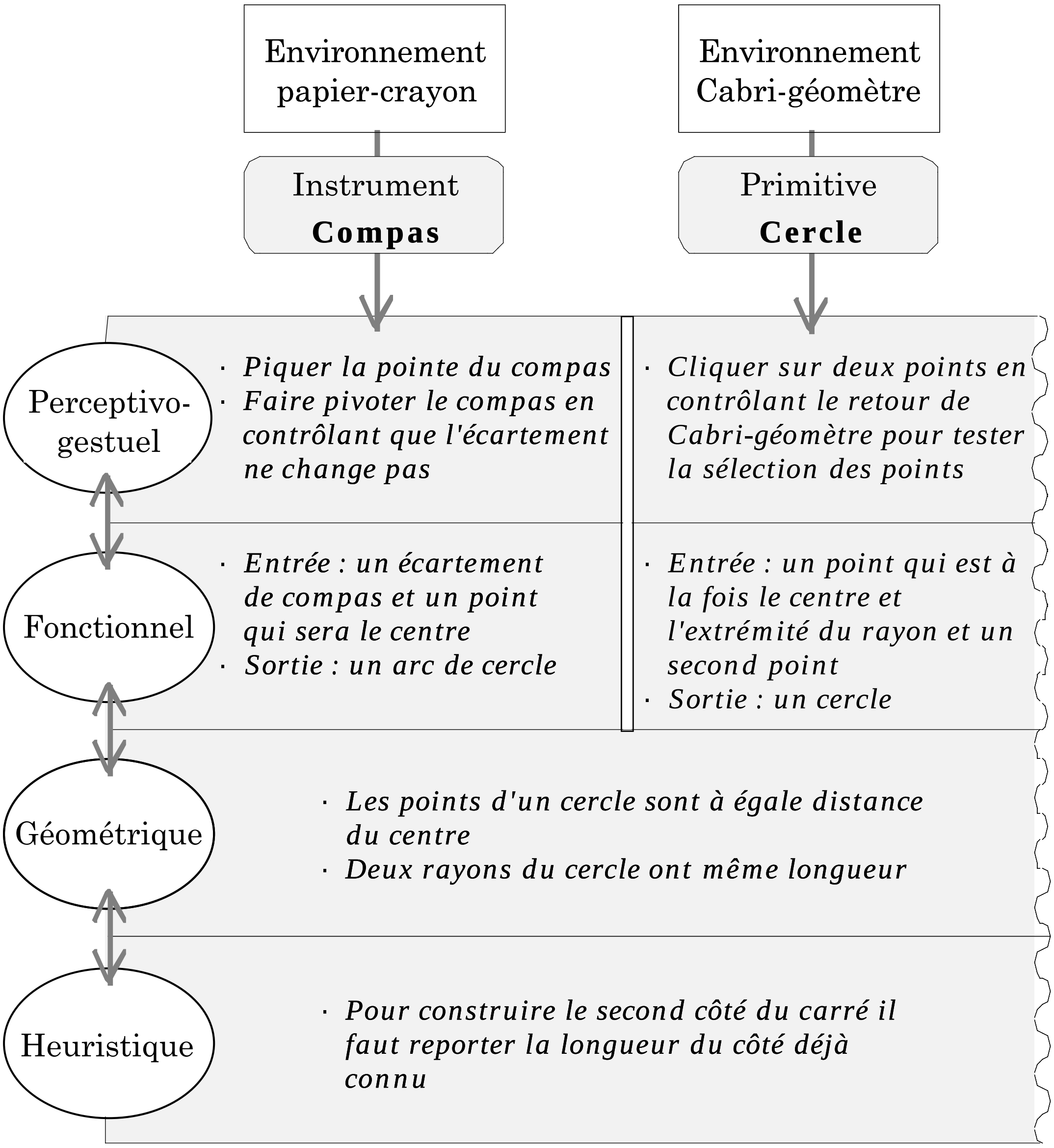


Figure 2 : Les outils de construction de figures géométriques et leur mise en œuvre en quatre niveaux s'instancient différemment suivant l'environnement de réalisation de la construction.

Ces quatre niveaux permettent de décomposer la maîtrise et la compréhension par l'élève des primitives de Cabri-géomètre ainsi que l'explication de leur utilisation par le précepteur.

Une fois que le cercle ou l'arc de cercle a été obtenu, les différents contrôles sont à nouveau à l'œuvre pour déterminer si ce qui est obtenu correspond à ce qui était attendu.

II. ANALYSE DES INTERACTIONS AUTOUR DE L'ACTIVITE « CARRE » : DE L'ETAYAGE A L'EFFET TOPAZE

Les élèves Bruno (protocole 12) et Léa (protocole 13) ont choisi tous les deux de faire l'activité « Carré ». Les interventions des deux précepteurs ont des caractéristiques communes, ce qui permet une mise en parallèle des deux interventions.

II.1. Analyse a priori de l'activité « Carré »

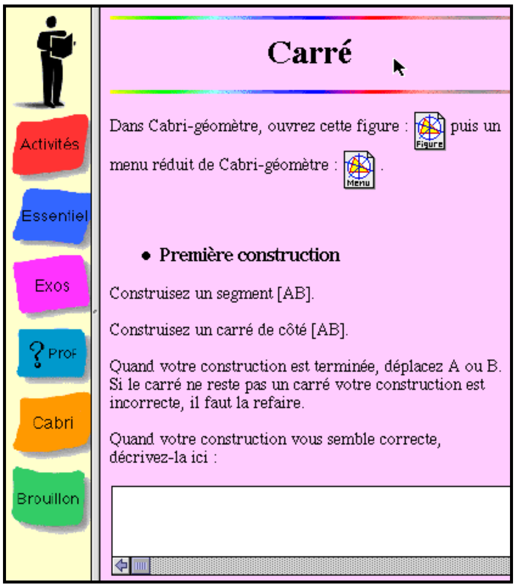


Figure 3 : L'activité « Carré » choisie dans le Web par l'élève est issue du manuel Cabri-classe[2].

L'activité débute par la construction d'un carré qui respecte ce que l'on appelle le contrat Cabri-géomètre, c'est-à-dire qui conserve sa propriété d'être un carré au cours des déplacements successifs. Cela implique que le carré soit construit en mettant en œuvre ses propriétés caractéristiques. La procédure de construction la plus courante, à partir d'un côté donné, consiste à construire des perpendiculaires et à reporter la mesure du

[2] L'activité a initialement été prévue pour être réalisée avec Cabri-géomètre version 1. Dans Cabri II, le menu réduit proposé n'a plus beaucoup de pertinence car il consiste essentiellement à enlever les primitives de dessin pur qui sont propres à Cabri-géomètre 1 et n'existent plus dans Cabri II. Les élèves et précepteurs ne l'ont pas utilisé.

côté donné sur les autres côtés à l'aide d'un cercle. Il y a plusieurs combinaisons possibles incluant toutes la construction d'au moins un cercle et une perpendiculaire. Si l'une de ces deux propriétés n'est pas utilisée explicitement, le déplacement d'un point de base dans deux directions distinctes permet d'invalider la construction par destruction du carré. Ce n'est pas le cas d'une construction effectuée dans l'environnement papier-crayon.

De plus, indépendamment du caractère dynamique des constructions de Cabri-géomètre qui donne un moyen de validation spécifique, la réalisation des constructions dans Cabri-géomètre n'est pas équivalente à leur réalisation dans l'environnement papier-crayon. Cela est dû à la différence existant entre les mises en œuvre des instruments et des primitives dans les deux environnements. Par exemple, dans l'environnement papier-crayon, le report de mesure est réalisé avec le compas. Dans Cabri-géomètre, plusieurs primitives permettent d'effectuer un report de mesure, dont le cercle. Le réinvestissement par l'élève de la mise en œuvre du compas dans l'utilisation du cercle de Cabri-géomètre passe par la maîtrise de la propriété du cercle qui est d'avoir tous ses points à égale distance du centre. Or cette propriété peut ne pas être reliée à l'utilisation d'un compas chez un élève de quatrième ou troisième (Artigue et Robinet 1982). Plus simplement, lorsqu'il construit une perpendiculaire avec une équerre, l'élève trace directement la droite perpendiculaire qu'il souhaite obtenir. Dans Cabri-géomètre, pour construire une droite perpendiculaire avec la primitive perpendiculaire, il faut désigner un point et une direction qui n'est pas la droite que l'on veut obtenir mais qui lui est perpendiculaire. Dans ce cas là encore, le changement d'environnement de construction peut passer par le contrôle des connaissances géométriques. Mais il peut également se faire par un contrôle perceptif.

La suite de l'activité consiste en la description de la construction faite précédemment. La formulation de l'énoncé de la question de l’activité peut correspondre à deux activités différentes : soit la description de la procédure de construction, soit la description des propriétés géométriques de la figure.

II.2. Analyse de l'interaction entre Jeanne et Bruno (protocole 12)

II.2.1. Début de l'interaction

Bruno appelle le précepteur pour lui soumettre l'activité « Carré » à propos de laquelle il n'a encore rien fait. Il dit ne pas savoir comment commencer :

13.	Jeanne	:	Bruno vous me montrez ce que vous avez fait donc hein déjà.
14.	Bruno	:	Ben j'ai pas commencé !
15.	Jeanne	:	Ah bon et comment vous savez que vous savez pas alors ?
16.	Bruno	:	**Mais j'ai pas compris parce que je sais pas comment on fabrique heu les constructions, je sais pas comment on les fait.**

II.2.1. Aide de Jeanne pour la construction du carré

Jeanne décide d'aider Bruno à faire sa construction en commençant par le guider pour construire un segment [AB].

19.	Jeanne	:	[…] donc **vous prenez la troisième icône, troisième, non pas celle-là, la troisième,** voilà ! Et vous, heu non, non non reprenez la troisième, vous étiez bien, la troisième, non ça c'est la quatrième, oh *(inaudible)* ! *(Rires)*
20.	Bruno	:	Non mais…
21.	Jeanne	:	Oui **cliquez descendez,** segment oui segment !
22.	Bruno	:	*(inaudible)*
23.	Jeanne	:	Segment non **tout en haut !**
24.	Bruno	:	Voilà…
25.	Jeanne	:	Segment voilà, ça. Allez, **recliquez et desc,** voilà pouvez dessiner un segment. Vous cliquez, vous vous déplacez et vous cliquez. *(Bruno construit un segment)* Voilà.
26.	Bruno	:	Mm
27.	Jeanne	:	Allez cliqu… Voilà. Voilà. C'est ça votre segment [AB], ça vous va ?
28.	Bruno	:	Ouais.

Les indications données par Jeanne sont uniquement au niveau perceptivo-gestuel et ne permettent pas à Bruno, avant la fin de la tâche, de comprendre que Jeanne est en train de lui faire construire le segment [AB]. Jeanne redéfinit alors la situation :

57.	Jeanne	:	**Donc voilà, vous avez segment [AB] et ben voilà, je voudrais que vous construisiez grâce à Cabri-géomètre, un carré. Alors si vous n'y arrivez pas, vous me direz ce que vous voulez moi je vous dirai où aller le chercher.**

Quelles hypothèses peut-on faire sur la nature de la difficulté de Bruno ? Jeanne ne paraît pas mettre en doute le fait que Bruno puisse tenter quelque chose et elle lui propose une aide pour la réalisation de sa construction dans Cabri-géomètre. Elle cadre bien la nature de l'aide proposée : Bruno a le contrôle de ce qu'il veut faire, elle centre son aide sur la manipulation de Cabri-géomètre.

Mais Bruno redit sa difficulté :

58 et 60		Ouais mais, justement c'est… je trouve pas comment heu, pour fabr faire le carré. Je j… Je sais pas où aller !

REFERENCE A L'ENVIRONNEMENT PAPIER-CRAYON

Jeanne décide d'intervenir pour permettre à Bruno de concevoir un début d'action.

61.	Jeanne :	[Alors] **voilà imaginez que vous soyez avec votre règle et votre crayon sur votre cahier,** qu'est-ce que vous feriez à partir de là ?

Par ce moyen, Jeanne tente de faire expliciter par Bruno les différentes étapes de la construction. En faisant référence aux constructions papier-crayon pour travailler dans Cabri-géomètre, Jeanne suggère au fond que la tâche dans Cabri-géomètre n'est qu'une traduction de la tâche papier-crayon.

62.	Bruno :	Ben je mettrais…
63.	Jeanne :	Pour le carré.
64.	Bruno :	… sur le segment
65.	Jeanne :	Oui ?
66.	Bruno :	Et puis heu je le reproduis de chaque côté.
67.	Jeanne :	**Oui… Et comment ? Il va prendre un segment et un de chaque côté mais comment de chaque côté, j'ai pas bien compris.**
68.	Bruno :	Et ben, je mets ma règle heu su, heu… perpendiculaire heu… perpendiculaire …
69.	Jeanne :	**Voilà**.
70.	Bruno :	… au point A. Et puis je trace mon segment…
71.	Jeanne :	**Voilà**.
72.	Bruno :	… de la même mesure.
73.	Jeanne :	**Bien !**

Cette référence au papier-crayon réussit puisque Bruno formule les deux éléments nécessaires à la construction : la perpendicularité et le report de longueurs égales. Jeanne valide chaque proposition au fur et à mesure qu'elle apparait puis la proposition dans sa globalité :

73.	Jeanne :	**Alors voilà, alors écoutez, vous avez dit exactement ce qu'il fallait** donc vous dites : "je trace un segment perpendiculaire à celui-là", c'est ça ?

Il y a là un début d'étayage de l'activité de Bruno par Jeanne. Elle lui permet de prendre conscience des éléments importants de la tâche et de la structurer sans intervenir comme pourvoyeuse de connaissances ou de solutions.

Cabri-géomètre aurait pu avoir ce rôle structurant sur l'activité de l'élève. En effet, l'absence de primitive de Cabri-géomètre capable de construire directement un carré doit obliger l'élève à décomposer la tâche. De plus, l'exigence de conservation de la figure lors du déplacement doit amener l'élève à utiliser explicitement les propriétés du carré (perpendicularité et égalité de longueurs). Mais Cabri-géomètre ne peut pas réagir si l'élève n'agit pas d'abord, donc en particulier lorsqu'il n'engage aucune construction. Le rôle de Jeanne est alors essentiel pour inciter Bruno à tenter une action.

CONSTRUCTION DES DEUX PERPENDICULAIRES

Bruno construit les deux perpendiculaires au segment [AB], avec l'aide de Jeanne pour la manipulation de Cabri-géomètre.

75. Jeanne: Et ben voilà, moi je suis perpendiculaire, **regardez les icônes**, vous le voyez le dessin de la perpendiculaire.
76. Bruno : Heu…
77. Jeanne: **Vous l'avez vu ? Voilà, cliquez, déroulez le, déroulez, perpendiculaire, vous voyez ? Voilà, vous l'avez là haut.**
78. Bruno : Mm.
79. Jeanne: Cliquez !
80. Bruno : Ouais.
81. Jeanne: Voilà ! Et maintenant vous montrez le segment, avec votre petit crayon, voilà, allez appuyez, cliquez !
82. Bruno : *(Inaudible)* **C'est trop gros ça** *(??)*
83. Jeanne: Voilà, à ce point, allez-y !
84. Bruno : Et je fais la perpendiculaire ? *(Il clique sur le point A puis montre avec la souris un point fictif en haut à la verticale du point A, cf.* Figure*)*
85. Jeanne: Oui, non ell el, remettez-vous sur le segment, pas, pas sur le point, au milieu du segment.
86. Bruno : Voilà.
87. Jeanne: Cliquez ! Alors perpendiculaire à ce segment…
88. Bruno : Ah ! *(La perpendiculaire à [AB] au point A est construite)*
89. Jeanne: Et voilà, vous avez vu ? Montrez le point et après le segment et voilà, ça le fait. Après qu'est-ce qu'il vous faut ? *(Bruno construit une seconde perpendiculaire au segment [AB] passant par le point B, cf. Figure 5)* Voilà, allez, c'est bien. Par ce point, perpendiculaire à ce segment.
90. Bruno : Mm.

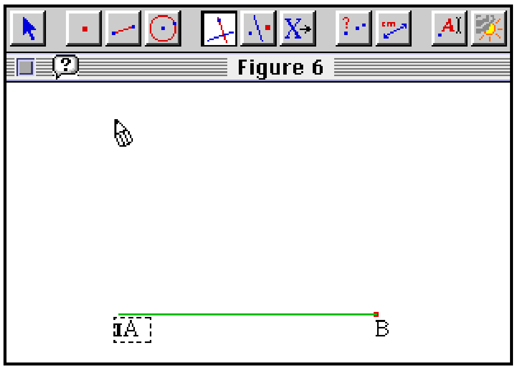


Figure 4 : (protocole 12, p. 152).

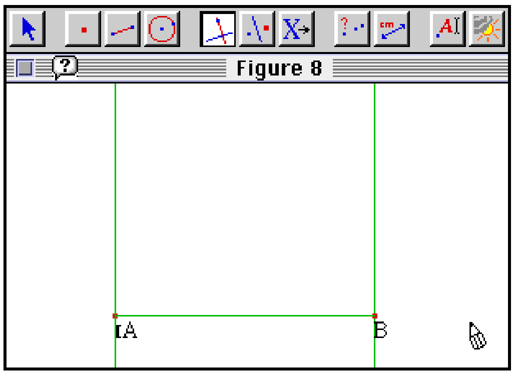


Figure 5 : (protocole 12, p. 152).

À nouveau, l'aide procurée par Jeanne pour la construction de la perpendiculaire consiste à indiquer au fur et à mesure les endroits et objets sur lesquels Bruno doit agir avec la souris. En particulier, au moment où Bruno veut cliquer à l'endroit où passera la perpendiculaire une fois qu'elle sera construite, Jeanne réagit en rappelant les endroits où Bruno doit cliquer. Mais elle ne lui donne aucun autre moyen de contrôle de son action. Elle pourrait par exemple indiquer les caractéristiques du fonctionnement de la primitive perpendiculaire, c'est-à-dire que c'est une fonction qui a besoin de deux objets de tel et tel type en entrée et produit un objet avec telle caractéristique en sortie.

La remarque de Bruno en 82 peut suggérer qu'il ne sait pas en quoi l'utilisation de droite perpendiculaire va lui permettre de construire le côté du carré. Le « trop gros » peut signifier qu'il souhaite construire un segment et pas une droite. La position de son crayon pour indiquer l'endroit où sera le troisième sommet confirme cette interprétation (cf. Figure 4). On a là un exemple du contrôle nécessaire chez l'utilisateur pour choisir et manipuler une primitive de Cabri-géomètre. Pour Bruno, le résultat de son travail heuristique lui indique qu'il doit obtenir un côté, c'est-à-dire un segment dont il connaît, d'un point de vue spatial, la longueur et la position. Il a effectué le passage du niveau heuristique au niveau géométrique, puisqu'il a pu indiquer à Jeanne les propriétés géométriques sur la longueur et la perpendicularité. Mais il n'y a pas de transfert au niveau fonctionnel entre un segment perpendiculaire à [AB] et la primitive droite perpendiculaire. C'est Jeanne qui prend le relais en guidant le travail de Bruno. Et ses indications concernent uniquement le niveau perceptivo-gestuel sans passage par le niveau fonctionnel.

Finalement, Bruno réussit à construire, seul, la deuxième perpendiculaire. Cela indique qu'il a pu reconstruire la liaison manquante du contrôle fonctionnel de l'utilisation de la primitive droite perpendiculaire. À partir du retour perceptif d'une droite perpendiculaire obtenue sous le contrôle de Jeanne, il a compris comment fonctionnait la droite perpendiculaire, c'est-à-dire qu'il faut donner un point et un segment en entrée qui a une direction perpendiculaire à la direction voulue.

CONSTRUCTION DU TROISIEME SOMMET

Mobilisation du cercle pour reporter les mesures

Jeanne relance Bruno pour la suite de la construction :

91. Jeanne : **Voilà, très bien ensuite qu'est qu'est-ce que vous voulez faire ?**
92. Bruno : Et ben, la parallèle au segment [AB].

Bruno propose de construire le dernier côté. De son côté, Jeanne attend que Bruno utilise un report de mesure pour déterminer précisément le troisième sommet. Elle va donc réagir à sa proposition et tenter de la transformer pour lui faire expliciter le report de mesure. Là encore, Jeanne aurait pu laisser Bruno poursuivre dans la direction qu'il propose et attendre que Cabri-géomètre invalide sa construction. En effet, une construction qui aurait consisté à placer perceptivement la parallèle à [AB] au bon endroit aurait été invalidée lors d'un déplacement et aurait pu ramener Bruno à la question de l'emplacement du troisième sommet. Jeanne ne laisse pas Cabri-géomètre jouer ce rôle et intervient :

93. Jeanne : **N'importe où ?**
94. Bruno : Non heu ben en haut !
95. Jeanne : Oui bien sûr en haut mais où ?
96. Bruno : Ben à la même mesure…
97. Jeanne : À quel endroit ?
98. Bruno : Heu… *(Il désigne un point sur la seconde perpendiculaire)*
99. Jeanne : **Alors comment être sûr d'être à la même mesure ?**
100. Bruno : **Ben faut mesurer ! Enfin…**

Jusqu'à présent Jeanne n'a pas proposé elle-même de solution (ni la propriété de perpendicularité, ni celle d'égalité des mesures). Elle a validé immédiatement celles de Bruno et a pris en charge le découpage de l'activité en sous-tâches et donc la cohérence globale de la procédure de construction du carré. Bruno a pu alors se concentrer sur chaque étape séparément et y investir les connaissances nécessaires à propos des propriétés du carré. Cependant, l'encadrement de Jeanne est assez étroit car dès que Bruno fait une proposition qui ne rentre pas dans la procédure à laquelle Jeanne s'attend, elle réagit et lui fait expliciter les étapes pour le ramener à la procédure de construction voulue. Mais il reste que, à l'intérieur d'un encadrement assez strict, Bruno prend en charge une part significative de la réalisation mathématique de la tâche. C'est lui qui a proposé de faire des droites perpendiculaires et de reporter la mesure. Ces interventions de Jeanne relèvent donc de l'étayage car elles ont permis à Bruno de s'investir dans une tâche qu'il ne savait pas comment aborder sans son aide.

À partir de maintenant, les interventions de Jeanne vont être plus déterminantes. Elle invite Bruno à trouver un moyen de reporter la mesure mais elle en interdit certains :

101. Jeanne : **Oui mais j'ai pas de règle, j'ai pas de cm sur ma règle, alors ? Cherchez un autre instrument qui marcherait !**
102. Bruno : Le compas. Enfin…
103. Jeanne : **Très bien. Alors vous l'avez le compas, vous voyez où il est ?**
104. Bruno : Heu, non.

À ce moment là, la référence à l'environnement papier-crayon à travers les instruments spécifiques de cet environnement devient un obstacle. En effet, il y a trois primitives disponibles dans Cabri-géomètre qui correspondent à l'utilisation de l'instrument compas : le cercle, le compas et le report de mesure.

105. Jeanne : **Cherchez sur les icônes.**
106. Bruno : C'est le rond là.
107. Jeanne : Voilà c'est le rond. Allez-y ! *(Bruno sélectionne l'item "Cercle")*

C'est Bruno qui a proposé le compas et fait le lien avec la primitive cercle. Mais en interdisant certains moyens de reporter la mesure et en suggérant qu'il s'agit d'un instrument, Jeanne a considérablement réduit les choix de Bruno. En effet, les élèves de quatrième ne connaissent que quatre instruments pour construire des figures géométriques : règle, équerre, compas, rapporteur. Il est possible que Bruno réponde qu'il doit utiliser le compas pour d'autres raisons que les propriétés géométriques propres à l'instrument. Faire le lien entre l'instrument compas et le cercle de Cabri-géomètre peut passer par des connaissances géométriques sur le compas. Mais cela peut également être le résultat d'un autre contrôle de l'usage du compas. Par exemple, en restant au niveau fonctionnel dans l'environnement papier-crayon, le cercle est le produit final du compas, indépendamment de ses propriétés géométriques. Finalement, pour que cette intervention de Jeanne relève encore de l'étayage il faut montrer que Bruno associe des connaissances mathématiques à l'utilisation du cercle.

Dans l'étayage, il existe un aspect du travail du tuteur qui consiste à réduire le champ des possibilités de l'élève. C'est effectivement ce qui se passe là. En revanche, si la réponse de l'élève ne s'accompagne pas d'un contrôle mathématique, le comportement du précepteur relève plutôt de l'effet Topaze. C'est la suite de l'interaction qui nous permettra de décider quels sont la nature et les effets de l'intervention de Jeanne.

Diagnostic d'une différence entre l'utilisation du cercle par Bruno et celle attendue par Jeanne

Jeanne et Bruno sont d'accord pour reporter une mesure à l'aide d'un cercle. Jeanne guide alors Bruno pour l'utilisation du cercle de Cabri-géomètre :

107. Jeanne : **Voilà c'est le rond.** Allez-y ! *(Bruno sélectionne l'item "Cercle")* **Ça y est, cliquez que je voie, faites voir, il va apparaître.** Voilà, cercle, très bien. **Et vous descendez et vous faites le, vous me montrez le centre d'abord.**

Comme dans le cas de la mise en œuvre de la primitive perpendiculaire, les explications de Jeanne se limitent à des indications spatiales et physiques (niveau perceptivo-gestuel). Bruno propose de cliquer au milieu du segment [AB] (cf. Figure 6). Devant la réaction surprise de Jeanne, il propose le centre du carré qu'il est en train de construire (cf. Figure 7).

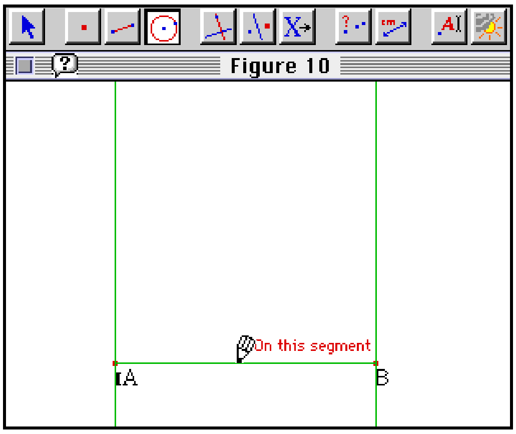


Figure 6 : (protocole 12, p. 153).

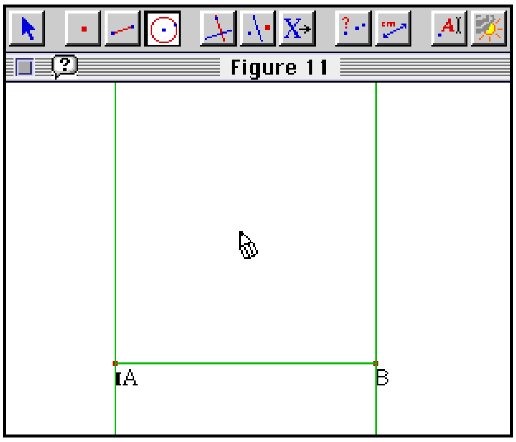


Figure 7 : (protocole 12, p. 153).

117. Jeanne : **Attendez ! Régler, non ça va pas votre histoire, arrêtez !**
118. Bruno : Mm.
119. Jeanne : **N'appuyez pas hein ? Alors recommençons.**

Bruno fait deux propositions pour le centre du cercle qui ne conviennent pas à Jeanne car elles ne permettent pas de déterminer le point sur la perpendiculaire par lequel doit passer la parallèle. On peut faire deux hypothèses pour expliquer ces propositions de Bruno : soit il pense à une autre construction du carré qui utilise un cercle qui n'est pas centré en A (par exemple la construction qui consiste à déterminer le centre du futur carré pour pouvoir obtenir les deux derniers sommets par symétrie centrale), soit il ne maîtrise pas le report de mesure à l'aide du cercle pour le cas qu'il doit traiter et pense utiliser l'égalité des longueurs des diamètres par exemple. La première hypothèse (divergence au niveau heuristique) semble improbable puisque c'est Bruno lui-même qui propose de construire la parallèle et il parlait, dès le début de l'interaction, de reporter la mesure sur le côté perpendiculaire (cf. 68-72). Si effectivement Bruno pense utiliser le cercle autrement que par ses rayons pour reporter la mesure, cela signifie qu'il ne mobilise pas les mêmes connaissances que Jeanne lorsqu'il propose le cercle. C'est en particulier au niveau fonctionnel que se traduit la divergence des points de vue de Bruno et de Jeanne. Ils ne proposent pas les mêmes objets en entrée de la fonction. Jeanne interrompt Bruno dans son action. En le laissant cliquer elle aurait pu lui permettre de revenir au niveau fonctionnel, puis peut-être de remonter jusqu'aux propriétés géométriques du cercle. Le choix du cercle par Bruno n'a pas été le résultat de l'investissement de connaissances géométriques sur le cercle attendu par Jeanne.

Dans ces conditions, l'interaction qui a abouti au choix du cercle paraît ne plus relever de l'étayage. D'abord, comme nous venons de l'expliquer, l'utilisation du cercle a été provoquée par Jeanne sans que Bruno y associe nécessairement les propriétés géométriques qui lui auraient permis de donner du sens à l'utilisation du cercle. Jeanne interrompt Bruno pour le ramener dans la direction de la construction qu'elle-même envisage. Cette dernière attitude relève plus d'un tutorat que d'un étayage de l'activité de l'élève. Assiste-t-on pour autant à un effet Topaze ? On n'observe pas chez Bruno un comportement qui ne soit pas le résultat d'un travail mathématique. On voit plutôt un décalage entre les connaissances investies par Bruno et le diagnostic qu'en fait Jeanne puis un guidage fort pour revenir à une solution envisagée par Jeanne (et par Bruno initialement). Dans ces conditions, on n'a pas non plus un effet Topaze.

En fait, l'étayage permet encore de rendre compte de cette attitude du précepteur qui consiste à ramener l'élève dans une direction qu'il maîtrise et dont il sait qu'elle débouche sur une solution. Le tuteur de Bruner suit une sorte de programme. Le précepteur de TéléCabri construit son programme au vol et le fait évoluer si nécessaire. C'est pourtant en référence à ce programme qu'il élabore ses interventions. Il agit donc comme un *tuteur* au sens de Bruner.

Construction du cercle attendu par Jeanne

Jeanne interrompt Bruno dans sa construction du cercle et lui demande d'expliciter ce qu'il veut faire :

119. Jeanne	:	**N'appuyez pas hein ? Alors recommençons. Si vous voulez tracer la même longueur que qui ?**
125. Jeanne	:	Et ben alors, imaginez que vous ayez un compas, parce que c'est ça, alors **où est-ce que vous piqueriez ?**
126. Bruno	:	Ben sur A.
127. Jeanne	:	**Et voilà, et vous ouvririez jusqu'où ?**
128. Bruno	:	Jusqu'à B.
129. Jeanne	:	Et ben faites le ! Piquez sur A, montrez avec votre heu, souris le A, voilà, allez vous avez cliqué ?

À nouveau, la référence à l'environnement papier-crayon permet à Jeanne de guider Bruno vers la solution sans qu'elle ait besoin de la proposer. Jeanne l'utilise pour inciter Bruno à mobiliser ses connaissances et à tenter de les adapter au nouveau contexte de résolution. Cependant, ses indications relèvent des niveaux fonctionnels et perceptivo-gestuels de l'instrument compas (en entrée un écartement et un point où piquer, en sortie un arc de cercle, cf. Figure 2 p. 260). Elles sont donc valables dans l'environnement papier-crayon mais pas pour Cabri-géomètre. La primitive compas, elle, nécessite de prendre en compte deux points en tenant compte de leur ordre. Dans Cabri-géomètre, les indications de Jeanne se transforment en désignation au niveau perceptivo-gestuel des deux points A et B sans être forcément accompagnées d'un contrôle du niveau fonctionnel. Par exemple, l'ordre des deux points est induit par le fonctionnement de la primitive cercle. Or les indications de Jeanne suggèrent un ordre dans les points et Bruno peut suivre cet ordre sans exercer de contrôle sur le fonctionnement de la primitive cercle. Ainsi, la référence au papier-crayon fonctionne comme une métaphore mathématiquement significative pour Jeanne mais pas forcément pour Bruno. D'ailleurs, Bruno a quelques difficultés pour construire son cercle. Elles sont dues à une mauvaise lecture des messages de Cabri-géomètre (il clique d'abord à côté de A et de B puis supprime son cercle en faisant « undo ») puis réussit à construire un cercle (cf. Figure 8).

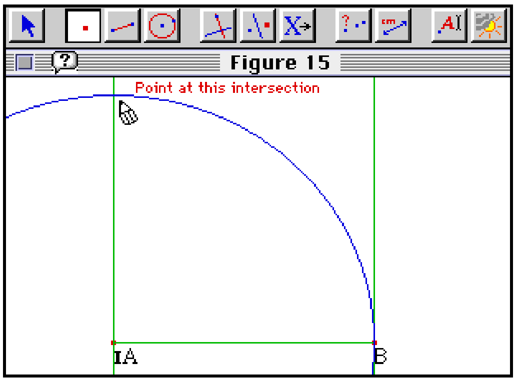


Figure 8 : Construction du cercle par Bruno pour reporter la mesure du côté (protocole 12, p. 154).

Exploitation du cercle pour construire le troisième sommet du carré

Bruno identifie immédiatement le troisième sommet du carré comme étant l'intersection du cercle et de la perpendiculaire. Cela signifie qu'il sait comment exploiter son cercle pour construire le carré. Il a donc un contrôle au niveau de l'utilisation heuristique du cercle.

La classification en quatre niveaux des différents aspects de la maîtrise d'une primitive de Cabri-géomètre nous permet d'expliciter la nature de l'utilisation du cercle de Cabri-géomètre par Bruno et des interventions de Jeanne. Bruno sait que la primitive cercle lui permet de reporter une mesure. Mais il ne fait pas le lien entre le cercle et les longueurs qui seront effectivement égales. Par conséquent, il n'exploite pas immédiatement les bonnes propriétés géométriques du cercle. En revanche, il sait utiliser le cercle obtenu pour continuer la construction en cours, c'est-à-dire qu'il maîtrise le cercle de Cabri-géomètre d'un point de vue heuristique. On ne sait pas jusqu'à quel point il maîtrise le niveau fonctionnel puisqu'on a vu qu'il a pu choisir les deux points pour obtenir le cercle à partir des indications de Jeanne sans exercer de contrôle lui-même. Enfin, il ne maîtrise pas le niveau perceptivo-gestuel puisqu'une fois qu'il a décidé de centrer son cercle en A, il ne réussit pas à le faire et clique à côté du point. L'intervention de Jeanne débute au niveau heuristique et se poursuit sur le niveau géométrique : elle demande à Bruno de préciser les longueurs des côtés du carré qui doivent être égales. Elle le fait alors passer, en référence à l'environnement papier-crayon, directement au niveau perceptivo-gestuel en lui demandant d'expliciter les points par lesquels doit passer le compas et qui sont donc les points sur lesquels doit cliquer Bruno. Cette attitude de Jeanne est la même que précédemment lorsqu'elle le guidait pour construire les deux perpendiculaires. Une fois qu'elle s'est assurée que Bruno maîtrise l'utilisation heuristique du cercle, elle n'intervient qu'au niveau de la mise en œuvre perceptivo-gestuelle des actions. Même devant les échecs de Bruno, elle n'essaye pas de lui donner les moyens de contrôler son action par une maîtrise du fonctionnement des primitives de Cabri-géomètre (niveau fonctionnel).

La conclusion de cette analyse est que finalement, une fois qu'il a été décidé par Jeanne et Bruno de faire un côté perpendiculaire et de même mesure, le niveau géométrique est absent de la suite de l'interaction.

CONSTRUCTION DU QUATRIEME SOMMET DU CARRE

149. Jeanne	:	Voilà bien ça fait votre troisième sommet. Alors continuons, que voulez-vous maintenant ?
150. Bruno	:	Ben, heu le point heu… heu sur la perpendiculaire de B.
151. Jeanne	:	**Oui alors faites comme vous voulez, donc vous avez compris comment on fait maintenant…**
152. Bruno	:	Ouais.
153. Jeanne	:	**… que je vous ai tout dit.**

Bruno veut construire le quatrième sommet. Il y a plusieurs procédures d'un coût équivalent en terme d'étapes de construction. Si l'on nomme D le troisième sommet déjà construit, le quatrième sommet s'obtient en construisant, par exemple, soit la parallèle à [AB] passant par D, soit la perpendiculaire à l'un des côtés construit passant par D, soit encore un cercle centré en B passant par A, soit un cercle centré en D passant par A. En indiquant qu'elle a déjà tout dit, Jeanne suggère de reproduire à nouveau l'utilisation du cercle qu'elle vient d'expliquer à Bruno.

Bruno construit alors le quatrième sommet en reproduisant la même construction que pour le sommet précédent et sans utiliser la parallèle qu'il voulait construire plus tôt.

Pour construire le quatrième côté, Bruno a encore des difficultés pour cliquer effectivement sur le sommet choisi et commence par cliquer un peu à côté.

VALIDATION DE LA CONSTRUCTION PAR DEPLACEMENT

Jeanne guide Bruno pour qu'il cache les constructions intermédiaires. Cela prend un bon moment dans l'interaction pour qu'elle explique comment et quelles constructions intermédiaires elle veut cacher (cf. 159-188). Elle le guide ensuite pour qu'il fasse bouger le carré :

189. Jeanne	:	**Très bien, maintenant vous allez retourner à la flèche. Retournez à la flèche ! Voilà. Cliquez, ça y est ? Saisissez le point A avec la petite main, vous allez. Pointez sur le A.** *(Bruno saisit la lettre A au lieu du point)* Sur le point A, sur le point A, pas sur la lettre, la lettre on s'en fiche, non non non remontez sur le point c'est, le point rouge, voilà. **Appuyez fort. Restez appuyé ! Voilà.**
190. Bruno	:	Hua !
191. Jeanne	:	Et faites bouger !

Ses indications sont à nouveau uniquement perceptives, ce qui ne permet pas à Bruno de contrôler son action autrement qu'en suivant mot à mot les indications de Jeanne. Bruno ne peut pas savoir que Jeanne veut faire bouger le carré. Le carré pivote autour du point B et reste bien un carré. Jeanne conclut :

191. Jeanne	:	**Oh ! C'est formidable, voilà, vous avez vu ?**
192. Bruno	:	Ouais.

Jeanne fait référence à la validation par déplacement de façon implicite comme si c'était une évidence. Or rien n'indique que la conservation du carré au cours du déplacement soit un fait remarquable indépendamment d'une intention de validation. En effet, si Bruno pense qu'il a construit un carré, il va trouver normal que ce soit un carré. C'est plutôt le fait que la figure ne reste pas un carré qui aurait été digne d'attention. Jeanne poursuit :

193. Jeanne	:	**Voilà. Voilà, alors vous cli… arrêtez vous, vous allez lire maintenant ce qui est écrit là.** *(Jeanne parle de la fenêtre où est présentée l'activité de Bruno)* "Quand votre construction… Lisez la moi.
194. Bruno	:	Heu…
195. Jeanne	:	Lisez moi cette phrase.
196. Bruno	:	"Quand votre construction est terminée, déplacez A ou B. Si le carré ne reste pas un, un carré votre construction est incorrecte. Il faut la la refaire."
197. Jeanne	:	Alors la vôtre, comment est-elle ?
198. Bruno	:	Ben elle est correcte. Parce que le carré…
199. Jeanne	:	**Bien sûr elle est correcte.**
200. Bruno	:	… reste un carré.

La réaction positive de Jeanne associée à la perception du carré amène Bruno à conclure que c'est un carré pour des raisons qui peuvent être indépendantes de ses propres moyens mathématiques de validation.

II.2.2. Épilogue

La suite de l'activité prévoit de décrire la construction. Jeanne la transforme en une description des propriétés du carré :

202. Bruno	:	"Quand votre construction vous semble correcte, décrivez là ici".
203. Jeanne	:	**Alors décrivez la moi !**
204. Bruno	:	Et ben…
205. Jeanne	:	**Tout, plein de chose à dire. Allez, vous vous occupez des côtés. Dites moi tout !**
206. Bruno	:	Ben, ils sont perpendiculaires. Les quatre côtés sont…
207. Jeanne	:	Perpendiculaires.
208. Bruno	:	Et heu… Les, les segments sont de même longueur.
209. Jeanne	:	Les segments sont de mêmes longueurs. Continuez !
210. Bruno	:	Heu…
211. Jeanne	:	**Toujours sur les côtés heu, non heu, maintenant on a fini les côtés. Alors… Heu non vous n'avez pas dit encore des choses à dire sur les côtés.**

Étant donné la nature de la tâche demandée à l'élève, Jeanne doit nécessairement prendre la position d'évaluatrice des propositions de Bruno.

Les propriétés finalement mentionnées par Bruno sont :
i) les côtés sont : perpendiculaires, de même longueur, parallèles et forment des angles de 90° ;
ii) les diagonales : se coupent au centre du carré, sont perpendiculaires, de même longueur et sont les bissectrices des angles aux sommets.

Cette liste est à la fois redondante et incomplète. Quelle est la fonction de ce morceau d'interaction du point de vue de Jeanne ? L'activité qu'elle propose correspond à une révision des propriétés sur le carré. Ce n'est pas l'objectif initial de la tâche mais un détournement qu'en fait, consciemment ou non, Jeanne. Cette conclusion du travail a la forme d'une institutionnalisation des aspects importants que l'élève doit retenir de son travail. Le fait que Jeanne ne reprenne pas, dans cette institutionnalisation, les différentes étapes de la construction ou bien les points qui ont posé le plus de difficultés à Bruno, c'est-à-dire ce qui s'est passé d'important d'après notre analyse, est significatif de sa conception de l'activité « Carré ». Indépendamment de ce qui s'est passé auparavant, ce moyen de conclusion lui permet de récapituler ce qu'il est important de dire au cours d'une interaction entre un enseignant et un élève au sujet du carré.

L'intérêt propre de la première partie de l'activité de l'élève — c'est-à-dire la mise en œuvre, dans l'action, de connaissances géométriques telles que la perpendicularité et le report de mesure avec le cercle — n'est peut-être pas perçu par Jeanne. C'est essentiellement dû au fait qu'elle découvre l'activité en même temps que l'élève et ne peut donc pas compter pleinement dessus pour que des apprentissages aient lieu. Le fait de récapituler oralement en fin d'interaction les différentes propriétés qu'il faut retenir sur le carré est pour Jeanne un moyen de s'assurer qu'un apprentissage minimum a pu avoir lieu.

II.2.3. Conclusion : l'étayage

Bruno a besoin d'une aide pour débuter son travail. Cette aide peut être relative à Cabri-géomètre, notamment à la manipulation de son interface, ou bien relever de la géométrie. Jeanne fait un choix dans l'ensemble des possibles et décide d'aider Bruno pour la manipulation de Cabri-géomètre. Au début de l'interaction, elle précise très explicitement la portée de son aide : Bruno décide ce qu'il veut faire et elle lui dit comment le réaliser dans Cabri-géomètre. Trois aspects de son intervention auprès de Bruno nous paraissent caractéristiques de ce protocole et du fonctionnement de Jeanne en tant que précepteur.

Premièrement, lors de la construction du carré, le contrôle de Jeanne paraît s'effectuer essentiellement au niveau de la mise en œuvre perceptivo-gestuelle des primitives de Cabri-géomètre. L'ensemble de son aide pour la manipulation de Cabri-géomètre consiste à indiquer quels objets il faut cliquer et quels menus il faut dérouler. Nous faisons trois hypothèses pour expliquer le fait que l'action de Jeanne se situe exclusivement au niveau perceptivo-gestuel :

i) Jeanne intervient uniquement au niveau perceptivo-gestuel de la mise en œuvre de Cabri-géomètre par volonté de limiter son intervention. Elle réduit au maximum la portée de ses explications car elle sait que des explications plus poussées l'amèneront sur le terrain de la géométrie. Elle préfère laisser Bruno investir ses propres connaissances géométriques, ce qui devrait l'amener à construire ses propres explications et donc favoriser l'apprentissage. Or nous avons vu que, finalement, la géométrie est quasiment absente de l'interaction avec Jeanne et du travail de Bruno. En particulier, il est possible pour Bruno de contrôler le fonctionnement de la primitive cercle ou celui de l'instrument compas en ne passant pas par un contrôle géométrique.

L'aide que propose Jeanne consiste à faire référence à la manipulation du compas dans l'environnement papier-crayon plutôt qu'à favoriser l'accès au contrôle géométrique.

ii) Jeanne oriente ses explications sur le niveau perceptivo-gestuel car c'est le niveau d'interaction le plus explicitement partagé à distance. C'est l'aspect de l'activité de Bruno le plus directement observable. Par conséquent c’est là que Jeanne peut avoir le meilleur contrôle et évaluer l’activité de Bruno. Donc c'est là qu'elle concentre son intervention. Mais nous avons pu constater que, jusqu'à la fin de l'interaction, Bruno a des difficultés pour manipuler les objets de Cabri-géomètre. Donc l'assistance de Jeanne à ce niveau n'est pas efficace.

iii) Jeanne a une conception de Cabri-géomètre qui est celle d'un instrument de construction géométrique dont l'utilisation se réduit à cliquer au bon endroit au bon moment. Elle ne relie pas la bonne manipulation de Cabri-géomètre à une maîtrise de connaissances géométriques. C'est l'hypothèse que nous retenons. Cependant, nous avons vu que le contrôle du niveau perceptivo-gestuel s'accompagne nécessairement d'un contrôle des autres niveaux de mise en œuvre des primitives. Par conséquent, Jeanne est amenée plus ou moins implicitement à intervenir plus profondément dans la tâche, en particulier au niveau heuristique. C'est particulièrement visible quand Bruno diverge de la solution qu'elle attend et qu'elle le réoriente. Ainsi, l'aide de Jeanne touche aussi au contenu de la solution.

Cela nous conduit à la deuxième remarque que nous annoncions. Jeanne fait appel aux connaissances de Bruno relatives à la construction du carré dans l'environnement papier-crayon afin qu'il tente de transférer cette expérience dans Cabri-géomètre. Ce moyen est, lui aussi, significatif d'une conception de Cabri-géomètre réduite à la possibilité de faire des dessins comme dans l'environnement papier-crayon. Cette méthode réussit au début puisqu'elle permet à Bruno de structurer son action future et de construire avec succès deux perpendiculaires. Il y a donc bien étayage de son activité par Jeanne. La même méthode n'est pas aussi facilement exploitable pour le transfert du report de mesure. Jeanne doit alors réduire très fortement l'ensemble des possibilités de report de mesure pour que Bruno choisisse le compas, puis le cercle de Cabri-géomètre. Le choix de Bruno ne s'accompagne pas nécessairement de l'investissement de connaissances géométriques sur le cercle. Mais il n'est pas évident que Jeanne cherche à contrôler cela. Elle évoque plutôt l'usage fonctionnel de l'instrument compas, ce qui répond à deux objectifs : faire en sorte que Bruno traduise cet usage dans Cabri-géomètre et le ramener à la procédure de construction qu'elle anticipe. Nous avons vu que la traduction des actions de l'environnement papier-crayon dans l'environnement Cabri-géomètre n'est pas directe. Elle peut passer efficacement par la géométrie mais également la contourner en faisant appel à la pratique perceptivo-gestuelle de l’instrument compas. Finalement, Jeanne n'a pas agi en tant que pourvoyeuse de connaissances puisque c'est Bruno qui a proposé de reporter des mesures avec le cercle et de faire des perpendiculaires. On ne peut pas dire que l'action que Jeanne ait complètement dénaturé la situation bien qu'elle ne permette pas d'assurer que Bruno contrôle son action au moyen de la géométrie. Il y a donc encore étayage.

La troisième remarque sur le travail de Jeanne est relative à sa position d'enseignante. Cette position est manifeste dans la phase finale du travail avec Bruno. Jeanne récupère et transforme la seconde partie de l'activité pour faire en sorte que Bruno explicite les principales propriétés du carré. C'est un moyen qu'elle utilise pour garantir qu'un apprentissage minimum en géométrie, à propos du carré, ait finalement bien lieu. Cet effort est significatif du fait que la géométrie a pu être absente dans la première partie de l'activité de Bruno. En tant qu'enseignante responsable des apprentissages, Jeanne conclut son intervention sur l'institutionnalisation de ce qui aurait dû finalement être, de son point de vue, l'enjeu de l'interaction.

II.3. Analyse de l'interaction entre Louise et Léa (protocole 13)

II.3.1. Début de l'interaction

Léa appelle le précepteur, Louise, pour faire évaluer la construction qu'elle a effectuée seule (cf. Figure 9) et qu'elle croit fausse. Léa déplace le point A (cf. Figure 10). Louise diagnostique que la figure est effectivement fausse mais ne sait pas pourquoi. Elle dit ne pas comprendre le sens de l'énoncé qui demande d'abord de construire un carré et précise ensuite seulement qu'il faut qu'il résiste au déplacement. Elle pense que cela aurait du être dit avant. En fait, elle remet en cause le contrat Cabri, c’est-à-dire la validation par déplacement, qui justifie l'activité. D'autre part elle ignore quelle étape de la procédure de construction est incorrecte.

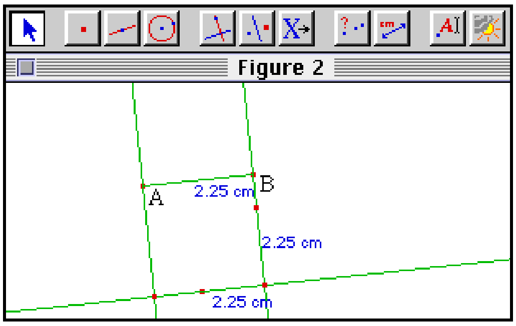


Figure 9 : Construction faite par Léa pendant une phase de travail autonome (protocole 13, p. 165).

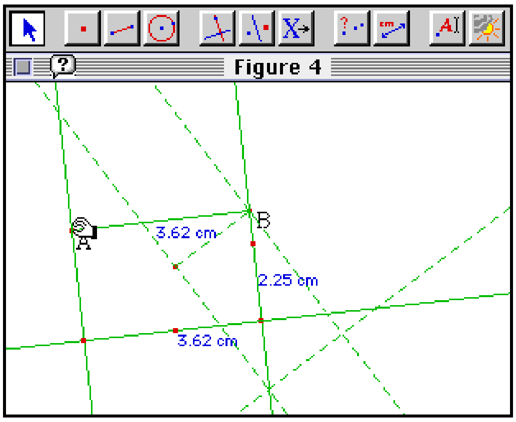


Figure 10 : Le déplacement du point A montre que la figure n'est pas un carré (protocole 13, p. 165).

Cette première construction (cf. Figure 9) de Léa montre qu'elle a mesuré les côtés et les a placés perceptivement afin qu'ils soient de même longueur. Sa figure correspond à une construction perceptivement instrumentée pour la propriété des longueurs des côtés du carré. De plus, au cours du déplacement, on voit qu'elle a construit explicitement les côtés perpendiculaires. Léa a donc mobilisé les deux connaissances géométriques relatives au carré : la perpendicularité des côtés et l'égalité des longueurs. Elle a eu l'intention de construire un carré, mais elle n'a pas réussi à le réaliser dans Cabri-géomètre.

Une étape de la procédure de construction est incorrecte, mais plutôt que de travailler à partir de la construction faite, Louise décide de la faire reconstruire par Léa. Elle aurait pu faire rejouer la construction puis redéfinir les objets mal construits. Si elle ne le fait pas, c'est soit parce qu'elle ne sait pas que ces primitives existent, soit parce qu'elle pense ne pas les maîtriser assez bien (c'est un précepteur qui n'a pas une grande expérience de Cabri-géomètre), soit encore parce qu'elle pense que Léa ne comprendra pas les corrections ainsi faites.

II.3.2. Utilisation du cercle pour reporter les longueurs

MOBILISATION DES PROPRIETES DE PERPENDICULARITE ET D'EGALITE DES LONGUEURS DES COTES

Pour refaire la construction, Louise fait expliciter par Léa les différents éléments importants de la construction (perpendicularité et mesures égales) et conduit à l'utilisation du cercle pour reporter les mesures de la façon suivante :

50. Louise: Alors après qu'est-ce qu'il te faut ? Il faut que tu traces le troisième point.
51. Léa : Ouais.
52. Louise: **Si tu as le troisième, imagine dans ta tête ou tu fais sur une feuille,** tu as trois points A B et C, tels que ABCD forment un carré.
53. Léa : Ouais.
54. Louise: **Qu'est ce que tu dois avoir comme conditions ?**
55. Léa : Ben faut que le segment [AB] soit perpendiculaire au segment [AC].
56. Louise: Mm, oui ! **Donc il faut que tu dessines la droite…**
57. Léa : Perpendiculaire. *(Léa construit la perpendiculaire à [AB] passant par A, cf. Figure 11)*
58. Louise: Mm. […] Voilà, et le point C il doit être où ? *(Léa montre un endroit de la perpendiculaire, cf. la main de la Figure 11)* Alors je sais pas si c'est possible. Si c'est, si ça doit être possible.
62. Léa : Alors…
63. Louise: **Il doit être de telle façon que ?**
64. Léa : AB = AC.
65. Louise: Voilà.
66. Léa : Mesurer.

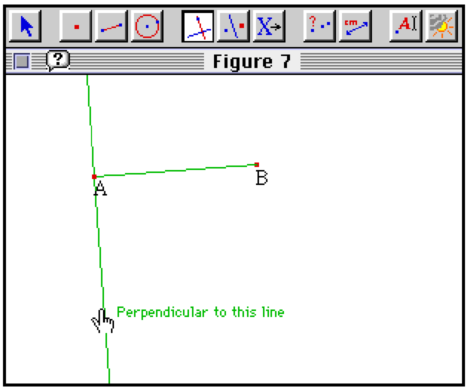


Figure 11 : (protocole 13, p. 167).

D'une manière analogue à celle de Jeanne dans le protocole analysé précédemment, Louise utilise comme référence l'univers d'action du papier-crayon (« tu fais sur une feuille » cf. 52), et non la géométrie, pour aider Léa. Cela amène Léa à préciser qu'elle doit construire une droite perpendiculaire et un troisième point C tel que AB = AC.

UTILISATION DE LA PRIMITIVE « DISTANCE & LONGUEUR » PUIS DE L'EQUERRE

Léa a proposé de mesurer. Elle va utiliser la primitive « distance & longueur » pour tenter de reporter la longueur AB sur la perpendiculaire à partir de A. Elle sélectionne la primitive « distance & longueur » et clique sur A et B ; Cabri-géomètre affiche la longueur AB. Puis elle clique sur A et sur la perpendiculaire à [AB] à l'endroit où sera le point C (cf. Figure 12) ; Cabri-géomètre mesure alors la distance entre A et cette droite et affiche une mesure nulle.

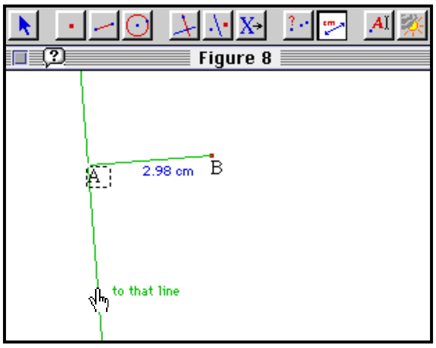


Figure 12 : Utilisation de la primitive « distance & longueur » pour reporter la longueur AB à partir de A sur la perpendiculaire (protocole 13, p. 167).

Ce comportement peut être expliqué avec notre structure de contrôle de la mise en œuvre des primitives suivant quatre niveaux. Au niveau heuristique, Léa veut reporter la longueur AB à partir de A sur la perpendiculaire. Elle exerce un contrôle perceptif sur ce qu'elle doit obtenir, c'est-à-dire qu'elle attend un point à un endroit précis sur une droite qui sera le troisième sommet du carré. Au niveau géométrique elle sait quelles longueurs vont être égales (AB = AC). Du coup, elle projette sur la primitive « distance & longueur » la fonction suivante (au sens du niveau fonctionnel que nous avons défini). La primitive « distance & longueur » produit un point comme objet final à partir des objets initiaux suivants : deux points qui donnent une longueur, un point à partir duquel sera reportée la longueur et une droite (ou demi-droite) à laquelle appartiendra le point final. Ce qui entraîne qu'à l'interface, Léa clique successivement sur les points A et B, sur A et enfin sur la droite passant par A. Comme elle n'obtient pas le point voulu mais une mesure nulle, elle en conclut, avec Louise, que cette primitive ne lui permet pas de construire ce qu'elle veut.

Louise ramène Léa à l'environnement papier-crayon afin qu'elle propose autre chose :

67. Louise : Et oui mais là tu l'as pas ! Alors je sais pas si on peut faire dessiner un point C sur la droite tel que la longueur de [AC] égale longueur de [AB]. Avec les distances. **Mais tu peux utiliser autre chose que que de mesurer. Si t'étais sur ton cahier tu des, tu ferais quoi pour trouver le point C ?**

Cette remarque montre que, au fond, Louise ne se représente pas Cabri-géomètre comme un véritable outil de géométrie. Léa propose d'utiliser l'équerre mais ne fait pas la distinction entre son utilisation pour construire des perpendiculaires et son utilisation à la manière d'un double décimètre pour reporter des mesures. La référence à l'environnement papier-crayon ne fonctionne pas.

MOBILISATION DU CERCLE POUR REPORTER LES MESURES : L'EFFET TOPAZE

Louise relance Léa à la recherche d'un autre instrument :

77.	Louise	:	Ben pour, tu as une figure comme ça et je te demande de tracer un point C tel que la longueur de [AC] égale longueur de [AB]. Sans te servir des longueurs. **Sans mesurer, avec heu un double décimètre. Tu prendrais quoi comme instrument ?**
82.	Léa	:	Un compas ?
83.	Louise	:	**Un compas. Et un compas ça te sert à faire, à dessiner ?**
84.	Léa	:	À reporter les distances.
85.	Louise	:	Voilà. Bon voilà. **Ou à dessiner un ? Un sss…**
86.	Léa	:	Un, un segment. Non ! Un cercle.
87.	Louise	:	Voilà ! Donc là tu tu peux faire des cercles ?
88.	Léa	:	Ah ouais.

Il apparaît clairement au cours de ce morceau de dialogue que Louise a en tête l'utilisation d'un cercle pour reporter les mesures et qu'elle guide très fortement Léa vers cette solution. Elle obtient de Léa la proposition du compas après avoir parlé d'un instrument comme l'avait fait Jeanne. Elle obtient finalement le cercle par un effet Topaze en prononçant le début du mot. Il y a bien un effet Topaze car Léa ne relie pas, contrairement à ce qu'avait fait Bruno dans le protocole précédent, le cercle à l'usage du compas. La question est alors de savoir comment Léa va pouvoir maintenant utiliser la primitive cercle, qu'elle a mobilisée à la suite d'un effet Topaze. Notamment, le type de contrôle dont elle fera preuve sera un indice de sa compréhension de la mise en œuvre du cercle. Nous allons voir comment, en définitive, cet effet Topaze permet de relancer le travail.

MISE EN ŒUVRE DU CERCLE

Première tentative

Lors de sa première tentative d'utilisation du cercle, Léa clique d'abord sur A puis clique au dessous de B en faisant en sorte que son cercle passe perceptivement par B (cf. Figure 13).

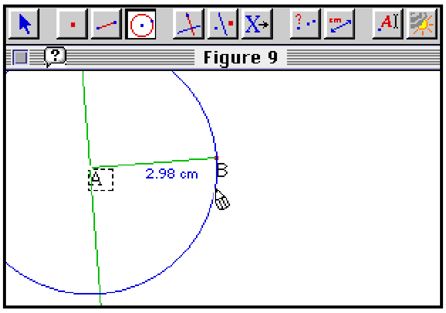


Figure 13 : Léa construit un cercle en cliquant sur A, puis en dessous de B, en faisant attention que le cercle passe par B (protocole 13, p. 168).

Léa choisit alors le point C à l'intersection du cercle et de la perpendiculaire et termine la construction avec des droites perpendiculaires.

La procédure de construction mise en œuvre par Léa montre que, même si le recours au cercle lui a été suggéré par Louise, Léa maîtrise trois niveaux de la mise en œuvre du cercle pour reporter une longueur dans Cabri-géomètre. Au niveau heuristique, elle sait comment exploiter le cercle pour faire la construction du troisième sommet du carré. Au niveau géométrique, elle sait utiliser l'égalité des longueurs des rayons du cercle pour obtenir l'égalité des côtés du carré. Elle sait également que le cercle est une fonction de Cabri-géomètre qui prend en entrée deux points (si elle ne clique pas sur B, elle l'utilise quand même implicitement) et produit en sortie un cercle centré au premier point et passant par le second. En revanche, elle ne maîtrise pas la manipulation perceptivo-gestuelle de l'interface et clique à côté du point B sans chercher à avoir le retour de Cabri-géomètre « this radius point » qui signifie que Cabri-géomètre prend effectivement en compte le point B pour construire le cercle.

La construction est donc invalidée par le déplacement et ni Louise ni Léa ne savent pourquoi. Louise cherche une explication :

126. Louise : Si tu as si tu as si tu as, si tu as mesuré ton segment [AB], qui faisait 2,98 cm et qu'après tu dis soit le je trace le cercle de centre A et de rayon 2,98 cm c'est sûr que le cercle il bouge pas !
127. Léa : C'est pas ce que j'ai fait !
128. Louise : Il faudrait dessiner le cercle de centre A et qui passe par B.
129. Léa : **Ben c'est bien ce que j'ai fait !**

La remarque de Louise montre qu'elle n'a pas du tout contrôlé l'action effective de Léa malgré le partage d'applications.

Trois nouvelles tentatives de construction d'un cercle et intervention de l'expérimentatrice

À la demande de Louise, Léa tente de construire un cercle centré en A et passant par D pour voir s'il se déplace avec le reste de la construction. À nouveau elle clique sur A mais pas sur le point D et fait un cercle qui passe perceptivement par D, mais n'y passe plus lors du déplacement (cf. Figure 14).

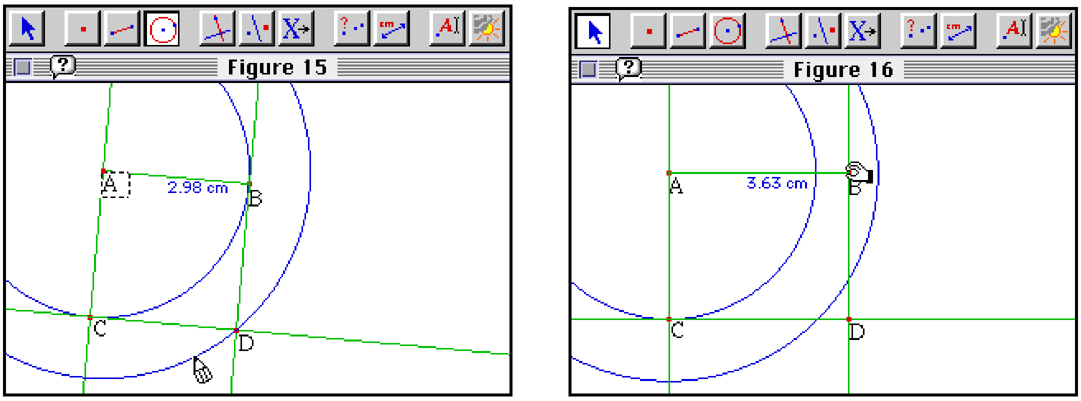


Figure 14 : Léa ne clique pas sur D (cf. crayon de la figure de gauche) mais à côté, en faisant passer son cercle par D. La figure de droite montre que le cercle ne passe plus par D lorsque l'on bouge B. Il aurait fallu que Léa clique ***sur*** le point D, après avoir attendu le retour de Cabri-géomètre indiquant qu'il utilise le point pour construire le cercle (protocole 13, p. 170).

Louise décide de recommencer. L'expérimentatrice intervient auprès du précepteur pour préciser que si Léa veut être sûre que le cercle passe par le point elle doit attendre le retour de Cabri-géomètre et qu'il n'y a que Léa qui puisse le contrôler. En effet, à cause du décalage d'affichage dû à la distance entre la machine élève et la machine précepteur, l'affichage du retour de Cabri-géomètre peut se faire du côté de l'élève sans qu'il apparaisse automatiquement du côté du précepteur. Léa refait un troisième cercle qui ne passe toujours pas par B. Du côté précepteur, on ne peut effectivement pas contrôler si elle a bien cliqué sur B après avoir eu le retour de Cabri-géomètre. L'expérimentatrice sollicite alors l'observateur du côté élève pour qu'il fasse la démonstration à Léa de la construction correcte d'un cercle qui passe par B. Léa utilise la construction du cercle faite par l'observateur pour finir celle du carré.

Louise conclut alors :

201. Louise : Donc il fallait absolument que ton cercle soit défini par le point A et B.
202. Léa : Ouais.
203. Louise : **Si il était défini par le la longueur, bon ben c'est normal que ça change pas.**

Cette remarque finale de Louise reprend sa remarque précédente (cf. 126). Elle est significative du diagnostic de Louise sur l'origine de la difficulté de Léa. Louise attribue l'erreur au choix d'une procédure de construction du cercle (construction avec la mesure pour obtenir le rayon) inadéquate pour le but visé. Elle ne retient pas l'hypothèse que le problème de Léa ait pu être un problème de manipulation perceptivo-gestuelle de l'interface. En fait, une procédure utilisant la mesure aurait également été correcte. C'est donc la conception de Louise sur le fonctionnement de Cabri-géomètre qui est en cause. On a là une indication du niveau de complexité introduit par l'environnement informatique et sa manipulation à distance dans l'interaction entre l'élève et le précepteur. La difficulté de Léa, relative à la manipulation de l'interface, n'est pas diagnostiquée comme telle par Louise.

II.3.3. Conclusion : l'effet Topaze

L'aide apporté par Louise est significative d'une conception de l'utilisation des primitives de Cabri-géomètre comme simple traduction de l'usage des instruments de l'environnement papier-crayon. À travers sa conduite de l'interaction, Louise s'avère être un précepteur qui connaît peu l'environnement Cabri-géomètre. Elle a des difficultés pour diagnostiquer le problème de la première construction de Léa (construction perceptivement assistée pour le report de longueur). Ensuite, elle ne connaît pas les différents moyens de reporter la mesure, dont la primitive « report de mesure ». Enfin, une fois que le cercle est utilisé par Léa, elle ne comprend pas où se situe la difficulté de Léa (au niveau perceptivo-gestuel et non sur le choix de la procédure). Même une fois que l'expérimentatrice et l'observateur sont intervenus, Louise fait un diagnostic erroné de la difficulté de Léa. Dans ces conditions, la référence au papier-crayon est un moyen maîtrisé par le précepteur pour aider l'élève alors qu'il ne reconnaît pas Cabri-géomètre comme un véritable environnement de géométrie.

Louise utilise donc cette référence à l'environnement papier-crayon pour amener Léa à utiliser la primitive cercle afin de reporter une mesure. Cette méthode ne fonctionnant pas, l'aide de Louise se transforme alors en un effet Topaze. Si la référence à l'environnement papier-crayon n'invitait pas nécessairement l'élève à mobiliser des connaissances géométriques, l'effet Topaze y parvient encore moins a priori. Cependant, dans cet épisode, l'effet Topaze permet de relancer le travail. Il a pour effet de permettre que Léa résolve l'exercice et sache utiliser un cercle pour reporter les mesures. Il est suivi d'un apprentissage résultant d'une prise de conscience et d'un réinvestissement de connaissances géométriques dans la manipulation du cercle. L'effet Topaze, qui a donné à Léa les moyens de choisir le cercle pour reporter les mesures, se conclut finalement par une réappropriation de l'usage du cercle par celle-ci. On a là un exemple d'effet Topaze qui rend possible l'avancée de la relation didactique et peut-être certains apprentissages.

II.4. Conclusion : une aide en référence à l'environnement papier-crayon plutôt que par la géométrie

Jeanne et Louise ont toutes les deux recours à la référence à l'environnement papier-crayon plutôt qu'à la géométrie pour aider leur élève à faire sa construction en utilisant les primitives de Cabri-géomètre. Dans le cas de Jeanne, il y a étayage même si l'élève, Bruno, ne passe pas à la géométrie pour contrôler son travail. Dans le cas de Louise, l'étayage devient un effet Topaze pour provoquer l'utilisation du cercle par Léa. Mais finalement, c'est Léa qui réinvestit les propriétés géométriques du cercle dans sa construction, alors que Bruno passe à côté d'un travail sur la géométrie.

Les moyens mis en œuvre par les deux précepteurs pour étayer l'activité de leurs élèves donnent un nouvel éclairage sur l'étayage. En effet, pour qu'il y ait étayage, il ne faut pas que les précepteurs aient touché à l'essentiel de la situation de l'élève. Lorsque les précepteurs font appel à l'environnement papier-crayon, nous pouvons dire qu'ils ne dénature pas à l'essentiel de la tâche des élèves, c'est-à-dire l'utilisation des primitives de Cabri-géomètre pour construire la figure voulue. Cependant, en invoquant les instruments de l'environnement papier-crayon, les précepteurs permettent à l'élève de contourner le travail géométrique pour résoudre la tâche avec succès. Ainsi, même si les précepteurs n'ont pas touché à l'essentiel de la situation de l'élève, l'interaction élève-milieu qui résulte de leur intervention ne rend pas forcément nécessaire un contrôle de la construction par ses propriétés géométriques. Toutefois, il est important de remarquer que ce contournement de la géométrie à l'aide de la pratique des constructions dans l'environnement papier-crayon n'est pas le résultat propre de l'intervention des précepteurs. En fait, c'est la situation elle-même qui rend cette stratégie efficace, au moins initialement, pour résoudre le problème. Ainsi les interventions des précepteurs ne modifient pas la relation de l'élève au milieu mais privilégient une stratégie de résolution parmi d'autres. De plus, cette stratégie permet encore à l’élève d’associer une signification géométrique à son action. C’est d’ailleurs ce qui donne les moyens à Léa de dépasser l’effet Topaze.

Ces deux exemples montrent parfaitement comment le travail de l’élève qui suit l’intervention de l’enseignant peut être significatif du point de vue des mathématiques. Il apparaît ainsi que le précepteur peut légitimement, tout au moins de son point de vue, intervenir dans la relation élève-milieu, le milieu étant en l'occurrence Cabri-géomètre. Cette intervention est caractérisée par l'étayage et peut devenir un effet Topaze. Mais même dans le cas de l'effet Topaze, l'association par l'élève d'un sens mathématique à l'aide apportée par le précepteur légitime après coup son intervention.

III. DU PRECEPTORAT AU TUTORAT

L'exercice choisi par Chloé dans le Web est une construction à réaliser. Il est issu du manuel Pythagore de quatrième (Bonnefond *et al.* 1992).

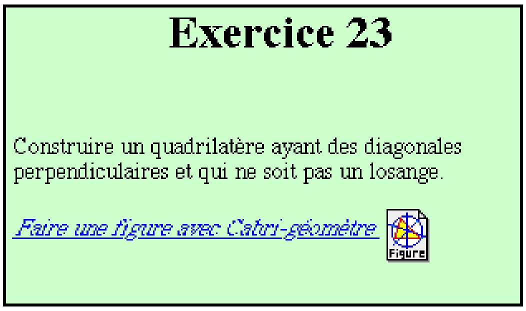


Figure 15 : Exercice choisi par Chloé.

III.1. Analyse a priori de l'exercice 23

La solution la plus générale à cet exercice consiste en une construction qui peut se faire d'au moins deux manières différentes : soit en construisant explicitement les deux diagonales avec la primitive perpendiculaire, soit en partant de trois points quelconques, donc d'une diagonale définie et en construisant la seconde diagonale de façon à ce qu'elle soit, par propriété de la construction, perpendiculaire à la première.

Le premier type de construction, construction des diagonales avec la primitive perpendiculaire, débute soit par le choix de deux droites perpendiculaires puis de quatre sommets sur ces deux droites, soit par celui de trois points quelconques puis d'une droite passant par deux des points et d'une seconde droite passant par le troisième point et perpendiculaire à la première droite. Le quatrième sommet se choisit sur la droite construite perpendiculaire. Dans les deux cas, le tracé du polygone consiste à relier les quatre points en changeant à chaque fois de diagonale.

Le second type de construction consiste à se donner trois points, puis à construire la seconde diagonale pour pouvoir choisir le quatrième sommet sur cette diagonale et enfin à montrer que les deux diagonales sont perpendiculaires (cf. Figure 16 ci-dessous).

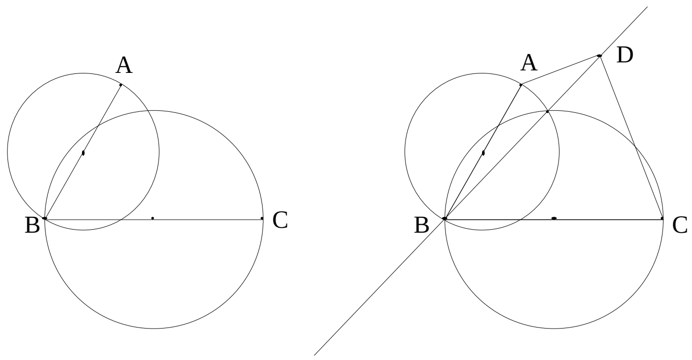


Figure 16 : Construction d'un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires en ne construisant explicitement que l'une des diagonales. Soient [AB] et [BC] deux segments adjacents. Construire deux cercles ayant chacun pour diamètre l'un des côtés. Tracer la droite définie par les deux intersections des deux cercles (B et un autre point). Choisir D sur cette droite. Par construction [BD] et [AC] sont perpendiculaires.

Cette construction revient à construire de façon indirecte la perpendiculaire à (AC) passant par B. Elle n'est pas justifiée par l'exercice et plus coûteuse que les deux premières constructions.

Il existe également des constructions de quadrilatères particuliers qui répondent aux exigences de l'exercice. Par exemple les cerfs-volants sont des quadrilatères qui ont deux paires de côtés adjacents de même longueur. Ils ont comme propriété d'avoir une diagonale qui est la médiatrice de l'autre (cf. Figure 17).

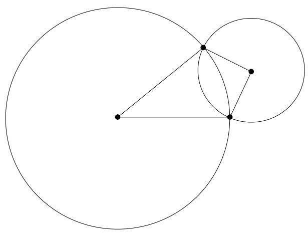


Figure 17 : Le cerf-volant.

Parmi toutes les constructions évoquées, les constructions les moins coûteuses sont celles du premier type (construction directe des deux diagonales perpendiculaires). Elles devraient donc être plus facilement utilisées par les élèves. Mais elles correspondent à une définition tautologique du quadrilatère qui a des diagonales perpendiculaires, c'est-à-dire que le quadrilatère qui a des diagonales perpendiculaires est celui que l'on a construit ainsi. Ce qui est assez différent du cas du cerf-volant, par exemple, où la perpendicularité des diagonales est une propriété déductible de la construction. Dans ce dernier cas, la propriété de perpendicularité des diagonales est alors le résultat d'un investissement de connaissances de l'élève à propos du cerf-volant.

Du point de vue de la manipulation fonctionnelle et géométrique des primitives de Cabri-géomètre, la construction des figures ne présente pas de difficulté car les primitives utilisées sont point, segment, cercle et droite perpendiculaire. Toute la difficulté est de trouver quelle construction effectuer.

Ces caractéristiques des solutions de l'exercice ont des conséquences sur son exploitation possible dans un cadre didactique. Il suffit de construire explicitement les diagonales perpendiculaires pour répondre économiquement et correctement à la demande de l'exercice. Alors, du point de vue de l'élève de niveau quatrième, il n'y a pas de travail mathématique à mettre en œuvre pour résoudre l'exercice ; il suffit de savoir ce que sont des perpendiculaires et ce qu'est un quadrilatère. Cette absence de travail à fournir peut être très déstabilisante pour l'élève car elle est en opposition avec ce qui lui est habituellement demandé. Parce qu'il exerce son activité d'élève dans un cadre donné (le contrat didactique), on peut faire l'hypothèse que l'élève cherchera une solution qui soit le fruit d'un investissement de connaissances, des connaissances sur les parallélogrammes par exemple. Le passage à une solution presque gratuite ne peut se faire qu'au prix d'une évolution du contrat didactique, donc d'une négociation avec l'enseignant, ou bien d'une transgression du contrat didactique, dans ce cas sans négociation.

III.2. Analyse de l'interaction entre Gaston et Chloé (protocole 20)

III.2.1. Début de l'interaction

Chloé a choisi l'exercice en présence du précepteur, Gaston. Elle commence par construire les deux diagonales en créant dans Cabri-géomètre deux droites perpendiculaires (cf. Figure 18).

62. Chloé : Je fais les diagonales d'abord ?
63. Gaston: **Oui. Si tu veux. Enfin tu fais comme tu veux, moi je te regarde faire…**
64. Chloé : Ah faut peut-être que je fasse des lignes[3].

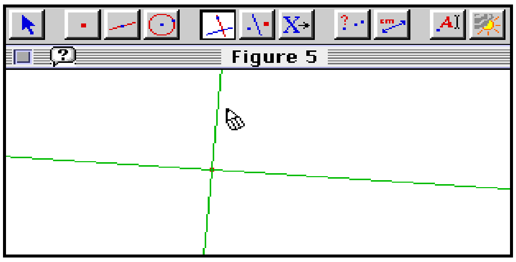


Figure 18 : (protocole 20, p. 261).

Chloé fait immédiatement le lien entre ce qu'elle veut obtenir, des diagonales, et les primitives de Cabri-géomètre « les lignes »[3]. Elle débute ainsi par la construction la plus économique de l'analyse a priori. Ensuite, elle va regarder dans le cours la leçon sur les rectangles, mobilisant ainsi des connaissances sur des quadrilatères particuliers : les parallélogrammes. En la regardant faire des recherches sur le rectangle, Gaston décide d'intervenir. La suite du protocole montre qu'il analyse la recherche de Chloé parmi les rectangles comme la recherche d'une solution exclusivement parmi les parallélogrammes. Il intervient pour faire en sorte que Chloé cherche sa solution parmi les quadrilatères non parallélogrammes.

III.2.2. Intervention de Gaston pour amener Chloé vers une autre stratégie

PREMIERE TENTATIVE

Gaston entame une discussion à propos des éléments importants de l'énoncé pour attirer l'attention de Chloé sur le mot quadrilatère :

77. Gaston : J'ai juste envie de te poser une question.
78. Chloé : Mm.
79. Gaston : **Dans dans l'énoncé de de la construction y a trois mots importants.**
80. Chloé : Mm. Heu je j'vais revenir à l'exercice.
81. Gaston : Non non eh, tu te les rappelles, je suis sûr que tu te les rappelles
82. Chloé : Heu… ben les diagonales perpendiculaires !
83. Gaston : **Voilà, ça c'est les deux premiers que t'as retenus.**
84. Chloé : Ouais.
85. Gaston : **Y en a un que t'as peut être pas bien vu qui est avant.**
86. Chloé : Un quadrilatère ?

[3] Chloé, comme tous les élèves de la seconde campagne expérimentale, a travaillé avec une version en langue anglaise de Cabri-géomètre. En anglais, « droite » se dit « line ».

Une fois que le mot voulu a été prononcé par l'élève, Gaston peut mettre en rapport quadrilatère et parallélogramme.

87. Gaston : **Oui, un quadrilatère. Et je te vois chercher du côté des des parallélogrammes**.

Gaston indique implicitement la différence entre parallélogramme et quadrilatère. Il tente ainsi d'amener Chloé à travailler sur les quadrilatères non parallélogrammes, alors qu'elle cherche parmi les parallélogrammes. Une telle remarque est tout à fait significative pour quelqu'un qui a déjà construit une solution. En revanche elle ne l'est pas pour celui qui n'a pas encore éliminé les parallélogrammes en mobilisant la propriété du losange comme parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires. Et cela paraît être le cas de Chloé. En effet, Chloé connaît la différence entre parallélogramme et quadrilatère (elle dira plus loin ce qu'est un quadrilatère (cf. 124) et elle connaît les parallélogrammes (cf. protocole 26 n°66). La remarque de Gaston n'est pas significative pour elle ; elle est bien en train de chercher parmi les quadrilatères puisqu'elle regarde les parallélogrammes. Elle ne relève donc pas la nuance et l'interprète comme une invalidation du rectangle. Elle poursuit sa recherche et propose de faire un carré :

88. Chloé : Ben on peut faire un carré !
89. Gaston : **Oui mais alors un carré c'est un losange, particulier.**
90. Chloé : Ah !
91. Gaston : Le carré c'est un losange qui a un angle droit.
92. Chloé : Ouais.
93. Gaston : **C'est à dire le carré est dans la famille des losanges.**
94. Chloé : Mm. Alors…
95. Gaston : **Donc en faisant un carré tu répondrais pas à la question.**
96. Chloé : Bon.
97. Gaston : D'accord ?
98. Chloé : Ouais.

Puisque Chloé propose un carré, Gaston comprend que sa première tentative pour l'inciter à ne pas regarder uniquement dans les parallélogrammes a échoué. Il n'invalide pas la proposition de Chloé en disant que le carré est un parallélogramme, ce avec quoi Chloé serait certainement d'accord mais cela ne lui permettrait pas d'éliminer le carré. Il fait remarquer que le carré ne correspond pas aux exigences de l'exercice qui exclut explicitement les losanges de la solution (cf. Figure 15). Ce critère d'invalidation, mettant en œuvre des connaissances sur le carré, en particulier le fait que le carré soit un losange, est accessible à Chloé. Il ne lui permet cependant pas de comprendre qu'un parallélogramme, donc en particulier le carré, ne répondra pas aux exigences de l'exercice.

À ce point du protocole, nous pouvons faire un premier état des situations respectives de Gaston et Chloé relativement à ce problème et de la représentation que Gaston peut avoir des connaissances de Chloé.

Pour Gaston, le choix de quatre points quelconques pris par paires sur les deux diagonales suffit à produire un quadrilatère correct. De plus, il sait qu'un parallélogramme, qui donnera nécessairement un losange, ne peut pas être une réponse à l'exercice. Il voit donc les recherches de Chloé parmi différents parallélogrammes comme une impasse et tente de l'en détourner. Il agit comme un tuteur et ne va pas laisser de place à l'exploration. On peut faire l'hypothèse qu'il ne voit pas comment l'exploration approfondie par Chloé du parallélogramme le plus général et du losange pourrait l'amener à considérer les quadrilatères non parallélogrammes. Il est possible aussi qu’il considère ne pas avoir le temps de laisser ce processus se dérouler.

De son côté, Chloé a tracé les deux diagonales perpendiculaires et examine la possibilité de faire un rectangle puis un carré. Quelles hypothèses permettent de rendre compte de ce comportement ? La première hypothèse est que Chloé n'ait pas mobilisé la propriété qui dit qu'un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange et qu'elle continue donc à faire ses recherches parmi tous les parallélogrammes, qui sont des quadrilatères, et qui sont susceptibles de répondre à l'exercice. La suite de l'interaction nous apprendra qu'elle peut rejeter les losanges et les carrés comme réponse. Une deuxième hypothèse est que Chloé ne connaisse pas les quadrilatères. Elle confond quadrilatère et parallélogramme et dote tous les quadrilatères des propriétés des parallélogrammes. Là encore, nous verrons plus loin que Chloé connaît suffisamment bien les quadrilatères pour ne pas les confondre avec les parallélogrammes. Enfin, une troisième hypothèse est que Chloé connaisse les quadrilatères mais considère le quadrilatère comme une solution peu plausible. Il a peu de propriétés et correspond à une solution tautologique (cf. analyse a priori), donc à un problème trop facilement résolu.

Nous allons voir comment les décisions de Gaston relèvent tour à tour de ces trois hypothèses sur la source de la difficulté de Chloé.

DEUXIEME TENTATIVE

Gaston invalide la proposition de Chloé qui est de faire un carré et tente à nouveau de l'amener sur les quadrilatères non parallélogrammes. Il revient au choix du parallélogramme pour résoudre le problème et dit que ça ne marchera pas.

99.	Gaston	:	Parce que moi je te dis une chose, c'est que **si tu cherches à faire un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et qui soit pas un losange, tu vas pas y arriver.**
100.	Chloé	:	Donc faut pas commencer par là ! *(Chloé a déjà construit les deux diagonales perpendiculaires)*
101.	Gaston	:	Heu **faut pas ess chercher à faire un parallélogramme**. J'ai pas dit qu'il fallait pas commencer par là. Moi je trouve que comme t'as commencé ça ça peut bien, ça peut continuer correctement comme ça peut ne rien donner, ça c'est ce que tu vas faire après.

En incitant Chloé à ne pas explorer les parallélogrammes, Gaston l'empêche d'investir ses propres connaissances dans la situation et ne lui laisse aucune chance de comprendre pourquoi ça ne peut pas être un parallélogramme. Une autre voie aurait été de la laisser faire puis de réfuter. Chloé reste silencieuse et perplexe. Gaston la questionne :

107.	Gaston	:	Dis moi ce qui t'ennuie !
108.	Chloé	:	Ben je vois pas qu'est-ce qu'on peut faire comme figure avec des diagonales perpendiculaires et qui ne soient pas ni un carré ni un losange.

L'indication de ne pas faire de parallélogramme ne semble pas aider Chloé à résoudre l'exercice. Elle a exploré les parallélogrammes qu'elle connaît et n'a pas trouvé de solution. Elle indique clairement qu'elle n'a considéré que l'éventualité d'un parallélogramme et qu'elle l'a invalidée. Notre première hypothèse n'est donc pas la bonne. Cependant, ayant rejeté les parallélogrammes, Chloé ne cherche pas parmi les autres quadrilatères. Est-ce parce qu'elle ne connaît pas les caractéristiques des quadrilatères ou bien parce qu'elle ne pense pas qu'il faille les mobiliser pour la résolution de cet exercice ?

TROISIEME TENTATIVE

Gaston fait une hypothèse sur les connaissances de Chloé et le lui dit :

109.	Gaston	:	**Oui parce que tu, quand tu penses quadrilatère, tu penses parallélogramme.**
110.	Chloé	:	Ouais.

Gaston fait donc l'hypothèse que Chloé confond parallélogramme et quadrilatère (notre deuxième proposition). Jusqu'à présent, il a tenté en vain d'amener Chloé au voisinage d'une solution qu'il connaît mais qu'elle ne voit pas. De son côté, Chloé a construit deux diagonales perpendiculaires et invalidé la possibilité de faire un rectangle ou un carré. Elle ne mobilise toujours pas les autres quadrilatères.

III.2.3. Intervention de Gaston pour faire construire les quatre sommets

Gaston suggère de continuer la construction. Cette décision relève de l'étayage au sens de Bruner car, en proposant de reprendre la construction, il relance Chloé à la recherche de la solution, ce qu'elle paraissait ne plus arriver à faire sans l'aide de quelqu'un. Simultanément, il ne prend pas en charge lui-même la résolution mathématique puisqu'il n'y a presque rien à faire du point de vue mathématique.

111. Gaston: **Alors moi ce que je te suggère c'est de de de placer un point…**
112. Chloé : Mm.
113. Gaston: **… sur heu sur une des deux diagonales.**
114. Chloé : Oui. *(Chloé construit un point sur la droite verticale, cf. Figure 19)*
115. Gaston: **Voilà ça ça sera un sommet.**
116. Chloé : Ouuui.

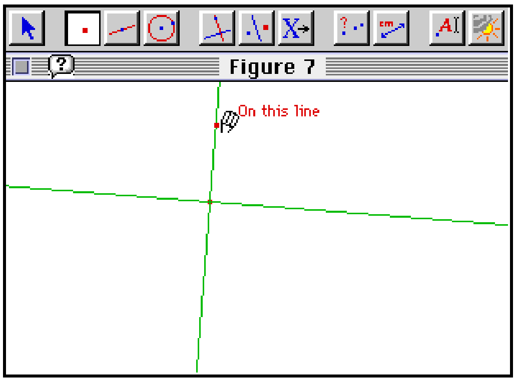


Figure 19 : Chloé place un premier sommet sur une diagonale (protocole 20, p. 262).

Gaston poursuit en demandant où mettre les autres sommets et quels sont les autres propriétés que doit avoir un quadrilatère. Cela lui permet de tester les connaissances de Chloé sur les quadrilatères :

117. Gaston : **Les autres tu peux les mettre où ? Est-ce que, dans le quadrilatère est-ce qu'il y a des choses qui sont obligées ?**
118. Chloé : Comme quoi ?
119. Gaston : **Quand tu construis un quadrilatère…**
120. Chloé : Ouais.
121. Gaston : **… est-ce que tu as des contraintes ?**
122. Chloé : Heu ben quatre…
123. Gaston : **Quelque chose d'obligé à avoir.**
124. Chloé : Quatre côtés.
125. Gaston : Quatre côtés, quatre sommets deux diagonales.
126. Chloé : Mm.
127. Gaston : Alors tu peux, le deuxième sommet tu peux le prendre où ?
128. Chloé : Heu… là non ? Sur cette ligne ?

Par sa réponse Chloé montre qu'elle sait ce qu'est un quadrilatère et donc que sa difficulté ne vient pas de là. En particulier, elle ne peut pas le confondre complètement avec un parallélogramme. Notre deuxième hypothèse sur la difficulté de Chloé est invalidée. Gaston peut alors diagnostiquer que sa difficulté se situe ailleurs : Chloé est peut-être déroutée par un exercice où on ne lui demande pas d'investir de travail. En effet, Chloé cherche la solution du problème parmi celles qui s'obtiennent par la mise en œuvre de ses connaissances mathématiques. Cela la conduit à faire des recherches parmi les parallélogrammes et à ne pas investir le domaine des quadrilatères. La question de prendre, sans plus de contrainte, un sommet quelconque sur chaque diagonale est en rupture avec sa conception de son travail d'élève. Il lui faut alors remettre cette conception en cause, d'abord en mobilisant ses connaissances mathématiques sur le parallélogramme et également en s'appuyant sur l'attitude de Gaston. C'est à ce niveau que Gaston agit en posant la question des contraintes. Il fait expliciter, sous son contrôle, qu'il n'y a presque rien à faire.

132.	Chloé	:	Je peux le prendre là non ? *(Chloé propose un troisième pont)*
133.	Gaston	:	**Tu le prends où tu veux.**
134.	Chloé	:	*(Chloé construit un quatrième point)* J'sais, ouais enfin on peut faire ça non ?
135.	Gaston	:	**Ben bien sûr qu'on peut faire ça !**

Chloé construit ainsi les quatre sommets approuvés au fur et à mesure par Gaston. À ce moment là, l'exercice est quasiment terminé d'un point de vue mathématique car les quatre sommets d'un quadrilatère répondant aux exigences de l'exercice sont déterminés. Pour terminer la construction il suffit de construire les côtés. Au niveau de l'interaction entre Gaston et Chloé quelque chose change également. D'abord Gaston ne peut plus faire l'hypothèse d'une confusion entre quadrilatère et parallélogramme ou de non invalidation des parallélogrammes par Chloé. La difficulté de Chloé est donc ailleurs, au niveau de ce qu'elle doit et a le droit de faire. Et c'est à ce niveau que Gaston a commencé à interagir en posant la question des contraintes puis en validant son choix de sommets.

CONCLUSION DE GASTON SUR LE CHOIX DES QUATRE SOMMETS

Gaston valide et commente le choix des sommets effectué par Chloé :

137.	Gaston	:	**Tu vois là c'est un c'est un endroit où c'est difficile de se rendre compte qu'on peut faire n'importe quoi en fait !**

Avec ce commentaire, Gaston entre de plein pied dans la négociation du contrat didactique. En effet, il valide un choix que Chloé fait « au hasard ». Il lui permet ainsi de faire des choix au hasard (à l'intérieur des contraintes fixées par la géométrie et par l'exercice comme il le précisera plus tard (171-173)). Il ne poursuit pas immédiatement sur cet aspect là car Chloé s'engage dans la construction des côtés du quadrilatère. Elle reprend effectivement l'initiative, ce qui est un indice qu'elle a bien entendu le message de Gaston et que son problème relevait certainement du contrat didactique. Elle construit une droite passant par deux points. Le second point de construction de la droite est un sommet mais ce n'est pas le cas du premier (cf. Figure 20) :

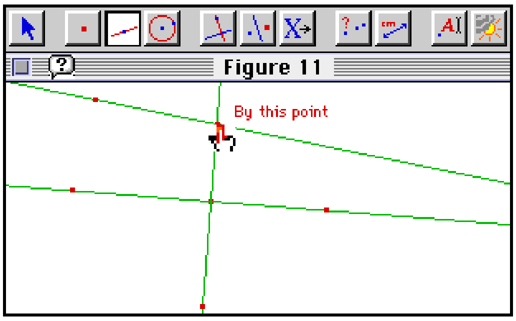


Figure 20 : Tentative, ignorée par Gaston, de construction d'un côté du quadrilatère par Chloé (protocole 20, p. 263).

On peut interpréter cette construction de deux façons : soit Chloé à fait une mauvaise manipulation de Cabri et elle a construit involontairement un premier point distinct des sommets par lequel passe le côté, soit la construction était volontaire. Dans le premier cas Chloé devrait supprimer rapidement sa droite. Dans le second cas, la droite représente pour Chloé un côté du quadrilatère recherché et les diagonales déjà construites ne sont pas des diagonales au sens géométriques mais plutôt des droites qui structurent la construction (des sortes d'axe de symétrie comme par exemple dans la Figure 21).

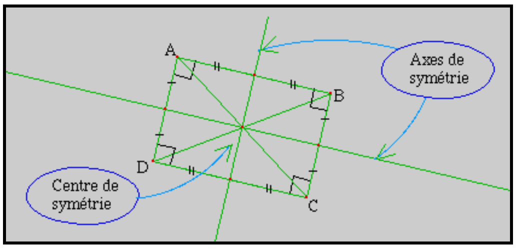


Figure 21 : Figure du rectangle présentée dans les pages Web « l'essentiel » et regardée par Chloé au début de l'interaction (protocole 20, p. 262).

Parmi ces deux hypothèses, Gaston peut choisir. En fait il interrompt Chloé pour lui proposer d'utiliser la primitive polygone pour la construction des côtés :

137. Gaston : **Non mais fait un, prend polygone sinon ça va être…**
138. Chloé : … trop long ?
139. Gaston : **Annule ! Annule ça !**

140. Chloé	:	Ouais… *(Chloé essaye de supprimer la droite qu'elle vient de construire mais confond l'utilisation de "Undo" et celle de "Supprimer")* **"Polygone" heu… Houla…**
141. Gaston	:	C'est avec les droites tout ça.
142. Chloé	:	D'accord. Oh ! M… Qu'est-ce que ça me fait ? Undo ?
143. Observateur	:	Non tu cliques dessus et tu l'effaces.
144. Gaston	:	Qu'est-ce qu'il s'est passé ? Enlève ce point heu parce qu'il nous il va nous embêter et je sais pas ce qu'il s'est passé.

Gaston ne relève donc pas la première tentative de construction d'un côté par Chloé bien qu'il lui demande d'enlever le point qui va gêner. Il la guide pour la manipulation de la primitive polygone au niveau perceptivo-gestuel (dans quel menu se situe la primitive, où cliquer avec la souris). Il suppose que, le problème étant résolu, Chloé maîtrise les aspects heuristiques et géométriques de la construction.

Chloé construit finalement le quadrilatère voulu au moyen de la primitive polygone et avec l'aide de l'observateur pour la manipulation de cette primitive. À la demande de Gaston elle déplace les sommets :

159. Gaston	:	**En fait il il a pas, il a pas beaucoup de contraintes ce…**
160. Chloé	:	Ben non !
161. Gaston	:	**… ce quadrilatère hein !**
162. Chloé	:	Ouais on peut le changer, en fait, ouais on peut faire beaucoup de choses.

Gaston revient sur le fait que la solution qu'il fallait trouver est peu contrainte et est en grande partie le fruit d'un choix arbitraire des sommets.

III.2.4. Conclusion de l'exercice en forme de négociation du contrat didactique et de justification de l'intérêt de l'exercice

La construction ayant été réalisée, l'exercice est finalement résolu avec un minimum d'investissement de connaissances pour Chloé. Ce n'est pas tant le fait de l'intervention de Gaston que la conséquence des caractéristiques de l'exercice. Il y a alors deux points que Gaston va aborder pour conclure. Celui de l'intérêt didactique d'un tel exercice et celui, qui est lié au premier, de l'évolution du contrat didactique à la suite de cet exercice.

163. Gaston	:	Oui. Je vais te dire pourquoi on pose cette question, parce qu'**il y a beaucoup d'élèves qui croient que les les quadrilatères qui ont des diagonales perpendiculaires c'est toujours des losanges.**
164. Chloé	:	Ouais. Disons que je m'étais mis dans la tête que…
165. Gaston	:	Parce que… Oui ?
166. Chloé	:	… ça devait être parallèles et tout quoi.
167. Gaston	:	**Les côtés tu tu, quand on te dit diagonales perpendiculaires tu penses à losange.**
168. Chloé	:	Ouais.

169. Gaston : **Mais si tu rajoutes pas parallélogramme ça peut être n'importe quoi en fait, enfin…**
170. Chloé : Ouais.
171. Gaston : **… pas vraiment n'importe quoi…**
172. Chloé : Mm.
173. Gaston : **… puisqu'il a les diagonales perpendiculaires.**

Gaston justifie l'intérêt de l'exercice par une erreur fréquente chez les élèves. Il souligne également le fait qu'on ne leur fait pas faire vraiment n'importe quoi. En disant cela, Gaston recadre l'activité de Chloé : elle n'était pas inutile puisque l'exercice aurait pu lui faire prendre conscience d'une erreur possible et surtout on ne lui a pas fait faire vraiment n'importe quoi puisque mathématiquement la solution est, au moins en partie, déterminée. Il négocie ainsi l'évolution du contrat didactique avec Chloé en interdisant d'agir de manière complètement arbitraire pour résoudre un exercice. Gaston peut en effet penser que Chloé va déduire de la résolution de cet exercice qu'il est possible et permis de choisir arbitrairement les solutions de la même façon qu'elle a choisi arbitrairement les sommets sur les diagonales.

Gaston conclut l'interaction à propos de cet exercice en donnant le nom d'un quadrilatère particulier qui n'est pas un parallélogramme.

173. Gaston: **Ce celui que tu as là** *(cf. Figure 22)* **il s'appelle, on l'appelle même un cerf-volant, ça ressemble à un cerf-volant.** Hein ?
174. Chloé : Mm.

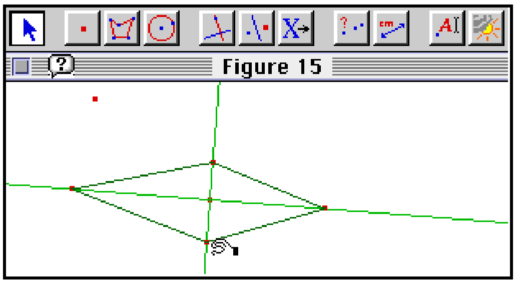


Figure 22 : (protocole 20, p. 264).

Gaston réinjecte ainsi un peu de connaissance (les cerfs-volants) dans ce problème qui n'en mobilisait presque pas. Cela lui permet de justifier, pour Chloé, l'intérêt de cet exercice et redonne a posteriori un enjeu didactique minimum à leur interaction.

III.3. Conclusion : tutorat et négociation du contrat didactique

Nous avons émis trois hypothèses à propos de l'origine de la difficulté rencontrée par Chloé pour résoudre l'exercice. Soit elle ne mobilise pas la propriété du parallélogramme d'être un losange dès lors qu'il a des diagonales perpendiculaires (ce qui a pour conséquence d'exclure les parallélogrammes de la recherche de la solution), soit elle confond quadrilatère et parallélogramme, soit encore elle ne mobilise pas les quadrilatères non parallélogrammes comme candidats possibles pour la solution car ils ne véhiculent pas de connaissances mathématiques significatives à ses yeux. Nous avons pu invalider les deux premières hypothèses. C'est la troisième qui permet de rendre compte à la fois de la difficulté de Chloé et de la façon dont cette difficulté est dépassée.

De son côté, Gaston fait successivement trois diagnostics qui correspondent à nos trois hypothèses. Lorsqu'il pense que Chloé n'a pas invalidé les parallélogrammes comme candidats à la solution, il les invalide lui-même. Il guide la recherche de Chloé à la façon d'un tuteur, en tentant de l'amener sur les quadrilatères, c'est-à-dire à proximité d'une solution qu'il connaît, et en ne lui donnant pas la possibilité de comprendre par elle-même pourquoi ce ne peut être un parallélogramme. Devant les échecs de ses tentatives et après que Chloé ait déclaré ne plus savoir quoi faire, il fait évoluer ce premier diagnostic qui devient : Chloé confond quadrilatère et parallélogramme (109). Il lui demande alors de poursuivre la construction en choisissant un sommet. Ce second diagnostic doit également évoluer quand Chloé dit savoir ce qu'est un quadrilatère. Le troisième diagnostic de Gaston prend en compte l'aspect déstabilisant du choix arbitraire des sommets sur chaque diagonale. Gaston valide les choix successifs de Chloé et, finalement, souligne le fait que la construction est peu contrainte et que le choix des sommets est très libre (135-137). À ce moment là, la situation de Chloé commence à se débloquer et elle va pouvoir terminer sa construction. L'interaction avec Gaston lui permet finalement de réussir l'exercice. En effet, son problème étant relatif au contrat, l'intervention de Gaston permet de faire bouger ce contrat et donc d'accéder à la solution de l'exercice. Le travail de Gaston relève d'un tutorat dans le sens où il guide Chloé dans une direction qui ne correspond pas forcément à celle qu'elle aurait explorée lors d'un travail autonome. Par son action, Gaston la guide et la maintient au voisinage de la solution qu'il a anticipée. Une autre voie, non explorée par Gaston, aurait été celle de la réfutation.

Il apparaît clairement dans ce protocole que la formulation par Gaston d'arguments forts (en 99 par exemple) est insuffisante pour assurer immédiatement la bonne compréhension de Chloé. Cela est dû au décalage entre la représentation qu'elle se fait de l'exercice et des connaissances qu'elle doit mettre en œuvre pour le résoudre et celle que s'en fait Gaston. Une évolution de la représentation de Gaston de la difficulté de Chloé associée à une prise en compte par Chloé d'une caractéristique du problème (si c'est un parallélogramme ça ne peut être qu'un losange ou un carré, cf. 108) est nécessaire. Le recours à la construction s'avère être également un élément central de la réussite de l'interaction car c'est autour d'elle que Gaston et Chloé peuvent négocier le fait qu'il n'y a rien à faire (au sens de connaissances mathématiques à mobiliser) et qu'il suffit de prendre arbitrairement les points sur les diagonales. Il aurait pu y avoir une discussion autour du choix des sommets, par paires sur chaque diagonale et sur la façon de les relier entre eux en changeant de diagonale à chaque sommet. Ce point ne s'est pas transformé en enjeu dans l'interaction mais le deviendra par la suite. La négociation du sens de l'activité de Chloé (autorisation de choix pas entièrement déterminé par la géométrie) et des connaissances qui doivent être utilisées (peu de connaissances significatives) a permis d'aboutir à la solution de l'exercice.

Le résultat de ce travail est d'avoir fait évoluer le contrat didactique. Le comportement et les déclarations de Chloé dans la suite de l'interaction sont d'ailleurs tout à fait caractéristiques d'une évolution de sa représentation de la tâche et des solutions possibles et donc d'un changement dans le contrat didactique. Mais en tant qu'enseignant, Gaston ne peut pas vraiment autoriser que l'on résolve l'exercice (et ceux qui suivront) de façon complètement arbitraire. Il conclut alors en soulignant qu'il reste une contrainte géométrique à respecter (cf. 171-173). Finalement il désigne un quadrilatère particulier, le cerf-volant, qui peut devenir un objet de connaissance et redonne ainsi un enjeu didactique à l'interaction.

IV. PROCESSUS EXPLICATIF

IV.1. Processus explicatif à propos de l'utilisation de la primitive compas

À la suite de l'exercice 23 (cf. §III de ce chapitre), Chloé choisit de faire l'exercice 24. Il s'agit à nouveau d'une construction à réaliser dans Cabri-géomètre.

> **Exercice 24**
>
> Construire un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur et qui ne soit pas un rectangle.
>
> Faire une figure avec Cabri-géomètre
>
> Figure

IV.1.1. Analyse a priori de l'exercice 24

Cet exercice a un énoncé très semblable à celui de l'exercice 23 : il s'agit également de construire un quadrilatère avec une contrainte sur les diagonales — ce n'est plus la perpendicularité mais l'égalité des longueurs — et qui ne soit pas un rectangle, c'est-à-dire qui ne soit pas le parallélogramme qui a cette propriété. Pourtant, l'analyse a priori révèle une différence importante dans leurs solutions. La solution la plus économique ne passe pas forcément par la construction directe de deux diagonales de même longueur. En effet, nous allons passer en revue différentes solutions accessibles en classe de quatrième et voir que la reproduction d'une longueur donnée à partir d'un point n'est pas forcément le plus simple moyen d'obtenir un quadrilatère qui satisfasse les contraintes de l'exercice.

Les différentes solutions possibles sont de trois sortes. Il y a tout d'abord les solutions génériques, qui, à partir de trois points quelconques, consistent à construire une seconde diagonale de la même longueur que celle déjà définie et à choisir le quatrième sommet sur cette diagonale. Ensuite, il y a les solutions dont la construction s'appuie sur une figure ayant déjà deux segments de même longueur pour avoir les diagonales voulues et finit par le tracé du quadrilatère. Ces constructions là, ne sont pas génériques et ne partent pas forcément de trois points quelconques. Enfin, il y a les quadrilatères particuliers, dont on sait qu'ils ont la propriété demandée et que l'on peut construire sans passer obligatoirement par la construction des diagonales.

LES SOLUTIONS GENERIQUES

Les solutions génériques consistent à se donner trois points quelconques, A, B et C, puis à reporter, à partir du point B, la distance AC. On peut faire l'hypothèse qu'en quatrième, l'utilisation du compas est acquise pour le report de mesure dans l'environnement papier-crayon. Ce même instrument permet de reporter une mesure, que le segment de départ soit adjacent ou non au segment d'arrivée. Nous avons vu que les différentes utilisations du compas dans l'environnement papier-crayon correspondent à la mise en œuvre de trois primitives différentes de Cabri-géomètre : le cercle, le compas et le report de mesure. Le report de distance nécessaire pour résoudre l'exercice ne peut pas se faire à l'aide de la primitive cercle car il n'y a pas d'extrémité commune entre les deux diagonales, extrémité qui donnerait le centre du cercle. Le report de mesure peut s'obtenir soit à l'aide d'une construction intermédiaire (un parallélogramme ou une symétrie centrale par exemple que nous détaillons ci-dessous), soit à l'aide des primitives compas ou report de mesure de Cabri-géomètre. La primitive compas permet de construire, à partir d'un point et d'un segment, un cercle centré au point choisi et dont le rayon a la même longueur que le segment. La primitive report de mesure permet, à partir d'un nombre et d'un point, de construire le cercle centré au point donné et dont le rayon est égal au nombre.

La construction avec un parallélogramme consiste à construire le point E tel que ABEC est un parallélogramme. Par propriété du parallélogramme, on a BE = AC. Alors le cercle centré en B passant par E donne l'ensemble des points qui sont à distance AC de B.

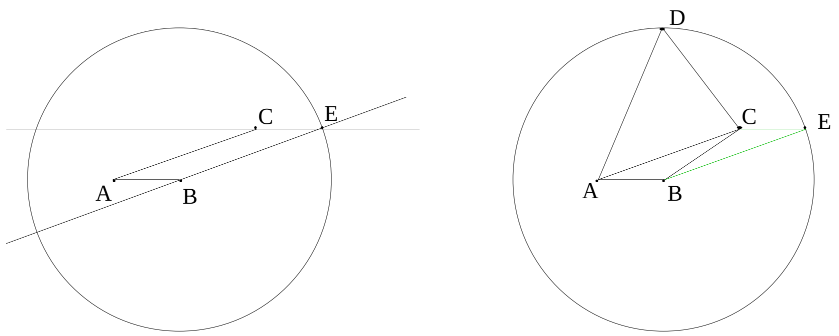


Figure 23 : Report de la mesure AC à partir du point B
à l'aide d'un parallélogramme. Le point E est

l'intersection de la parallèle à [AB] passant par C et de la parallèle à [AC] passant par B.

La construction à l'aide d'une symétrie centrale consiste à utiliser les propriétés d'isométrie de la symétrie centrale pour construire deux segments de même longueur. Elle correspond à une variante de celle du parallélogramme qui utilise sa propriété d'avoir des diagonales qui se coupent en leur milieu. Le cercle centré en B et passant par E donne à nouveau l'ensemble des points dont la distance à B est égale à AC.

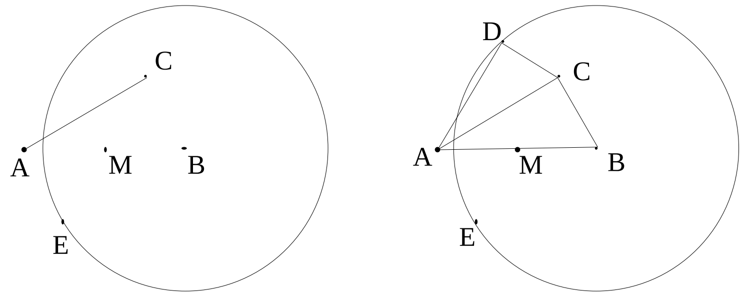


Figure 24 : Report de la mesure AC à partir de B à l'aide d'une symétrie centrale. Soit [AC] un segment et B un point à partir duquel on veut reporter la mesure AC. Construire le milieu M de [AB] puis le symétrique E de C par rapport à M.

Dans tous les cas, on obtient un cercle centré en B et qui a pour rayon la longueur de la diagonale déjà connue [AC]. Il suffit alors de choisir un point quelconque de ce cercle comme quatrième sommet du quadrilatère. Le tracé du quadrilatère se fait en reliant successivement les quatre sommets et en changeant de diagonale à chaque fois. Une dernière difficulté existe lors du tracé du quadrilatère : les diagonales ne sont pas systématiquement sécantes, c'est-à-dire que le quadrilatère obtenu peut être croisé. Le tracé nécessite alors de la part de l'élève une maîtrise de la configuration d'un quadrilatère croisé ou bien la capacité de décider d'amener les diagonales dans une position qu'il reconnaît.

LES SOLUTIONS QUI UTILISENT UNE SOUS-FIGURE AYANT DEUX SEGMENTS EGAUX

Un deuxième type de solution consiste à utiliser une figure qui fournisse deux segments de même longueur et non adjacents. Ces segments peuvent alors être utilisés comme diagonales. Un exemple simple consiste à faire deux cercles de même rayon en choisissant deux points A et B et en construisant un cercle centré en A et passant par B et un second cercle centré en B et passant par A (cf. Figure 25). Les deux rayons pris sur les deux cercles différents ont la même longueur et ne sont pas adjacents.

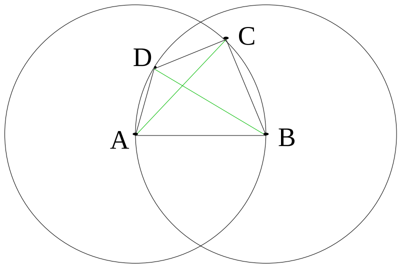


Figure 25 : Construction de deux diagonales [AC] et [BD] de même mesure en partant de deux points A et B.

Dans ce cas, le tracé du quadrilatère peut nécessiter également de reconnaître le quadrilatère quand les diagonales ne se coupent pas.

Une autre solution consiste à partir d'un rectangle ABCE, donc les diagonales [AC] et [BE] sont de même longueur, pour pouvoir construire le cercle centré en B et passant par E. Alors tous les points du cercle peuvent être choisis comme quatrième sommet du quadrilatère.

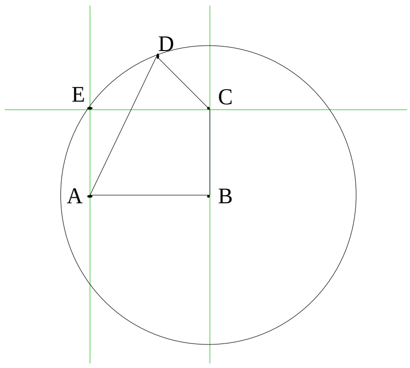


Figure 26 : Construction du quadrilatère ABCD à partir d'un rectangle.

Cette solution est intéressante de deux points de vue. D'une part, elle commence à partir de la figure interdite et consiste à relâcher certaines contraintes tout en conservant celles qui sont imposées. D'autre part, elle fournit également une solution tout à fait générale. Elle appartient de ce point de vue également à la catégorie précédente. Suivant l'utilisation qu'en fait l'élève, on la classe dans l'une ou l'autre catégorie. Si le rectangle est utilisé comme un outil permettant de reproduire à partir de B un segment de la longueur AC (outil qui est un dérivé de la construction du parallélogramme), alors la construction appartient à la catégorie précédente. Si en revanche, le rectangle est utilisé comme une sous-figure permettant d'obtenir simultanément deux segments de même longueur, alors elle appartient à cette catégorie présente.

LES TRAPEZES ISOCELES

La troisième solution, mais qui n'est pas une solution générique, est l'ensemble des quadrilatères qui ont comme propriété remarquable, entre autres, d'avoir des diagonales de même mesure. C'est le cas du trapèze isocèle (cf. Figure 27, Figure 28 et Figure 29).

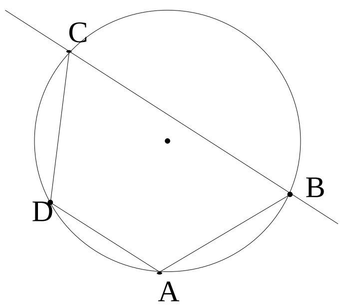


Figure 27 : A, B et D trois points d'un cercle. C est l'intersection du cercle et de la parallèle à [AD] passant par B.

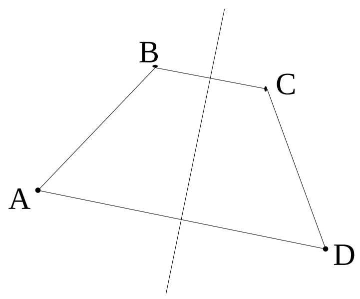


Figure 28 : [CD] est le symétrique de [AB] par rapport à l'axe.

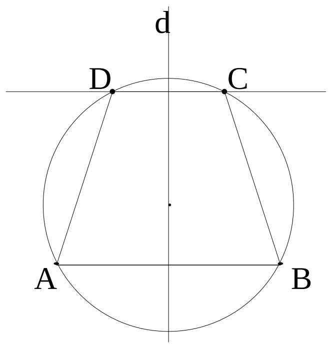


Figure 29 : d est la médiatrice du segment [AB]. C et D sont les intersections d'une parallèle à [AB] et d'un cercle centré sur la médiatrice.

Les solutions passant par la construction de deux diagonales de même longueur (les deux catégories présentées précédemment) nécessitent d'une part le contrôle d'une primitive de Cabri-géomètre ou d'une construction intermédiaire et d'autre part, la capacité de tracer le quadrilatère à partir de deux diagonales qui ne se coupent pas forcément. En revanche, la construction du trapèze isocèle se fait à partir des côtés du trapèze et les diagonales se coupent toujours. À partir de sa construction, l'élève peut vérifier l'égalité des longueurs et la valider en utilisant la propriété d'égalité des longueurs des diagonales dans les trapèzes isocèles.

Les exercices 23 et 14 sont donc différents, bien que d'une structure similaire dans l'énoncé. Un élève ayant déjà fait le premier exercice, comme c'est le cas de Chloé, va être influencé par la manière dont s'est déroulée la première résolution. Après le succès de la première construction il est vraisemblable que Chloé mobilise, au moins au départ, le même type de solution, donc qu'elle débute par les diagonales. Il y a peu de chance qu'elle parvienne aux solutions du type trapèze isocèle. De plus, nous avons vu qu'une négociation entre Gaston et Chloé avait débouché sur l'autorisation de faire des choix arbitraires et de n'investir que peu de connaissances significatives. Il est vraisemblable que Chloé s'autorise, plus facilement que dans le premier exercice, à faire des choix arbitraires et à recourir à des quadrilatères qui ne sont d'habitude pas institutionnalisés pour un élève de quatrième.

IV.1.2. Analyse de l'interaction entre Gaston et Chloé (protocole 20)

IV.1.2.1. DEBUT DE L'INTERACTION : GASTON PROPOSE LA PRIMITIVE COMPAS

Chloé décide de commencer en construisant les deux diagonales. Cette méthode a réussi pour l'exercice précédent, elle l'applique donc à nouveau. Elle examine les menus disponibles dans Cabri-géomètre :

187. Chloé	:	Heu là en fait, ah oui je peux prendre peut être là non ! *(Chloé déroule menu de construction puis celui des mesures)*
188. Gaston	:	Qu'est-ce que tu veux faire ?
189. Chloé	:	**J'veux faire des heu des diagonales de même longueur.**
190. Gaston	:	Oui. J'te j'te regarde faire.
191. Chloé	:	Te te… *(Chloé cherche dans différents menus, point, droite, transformations, oracle)* "Équidistant" non c'est pas ça ? *(Chloé déroule le dernier menu puis se tourne vers l'observateur)* Y a heu quelque chose qui *inaudible*

Chloé a l'air de chercher une primitive dans Cabri-géomètre qui donnerait directement les diagonales de même longueur, de la même façon que la primitive perpendiculaire avait produit des diagonales perpendiculaires dans l'exercice précédent. Cependant, si c'est ce qu'elle veut faire, elle doit se donner une diagonale avant de pouvoir lui appliquer la primitive, ce qu'elle n'a pas fait.

Une seconde hypothèse est qu'elle cherche dans Cabri-géomètre, une primitive qui lui fabriquerait, à partir de rien, deux segments de même longueur. Cela correspond plutôt au second type de solution de l'analyse a priori, solutions qui consistent à faire une figure comportant deux segments dont les longueurs sont égales et qui peuvent être utilisés comme diagonales. Gaston décide d'interrompre la recherche de Chloé pour suggérer l'utilisation d'une primitive particulière de Cabri-géomètre.

192. Gaston: Chloé ! **Commence, commence par prendre un segment qui sera une diagonale. N'importe comment.**
193. Chloé : Voilà. *(Chloé a construit un segment)*
194. Gaston: C'est la première. **Et il faudrait faire une deuxième diagonale qui ait la même longueur que celle-ci, hein ?**
195. Chloé : Ouais.
196. Gaston: **Pour ça tu vas utiliser dans dans les objets à construire le compas.**

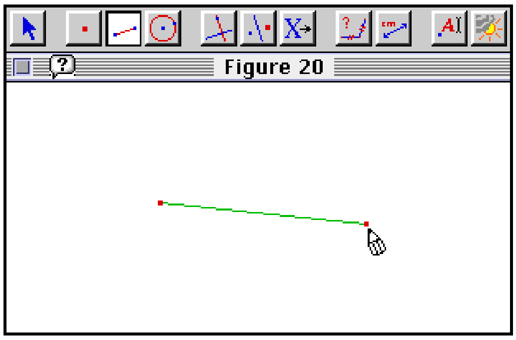


Figure 30 : (protocole 20, p. 265).

Le recours à une primitive de Cabri-géomètre pour le report de mesure correspond uniquement au premier type de solutions de l'analyse a priori. En indiquant d'utiliser le compas, Gaston oblige Chloé à rechercher une solution dans une direction particulière. De plus, parmi les solutions qui commencent par la construction des deux diagonales, certaines utilisent une construction intermédiaire. En proposant la primitive compas, Gaston ramène le problème à celui de l'utilisation d'une primitive de Cabri-géomètre. Il agit donc à nouveau comme un tuteur qui guide l'élève par rapport à la solution que lui, tuteur, envisage. Cela s'explique en faisant l'hypothèse que Gaston, comme Chloé, a vu dans cet exercice un jumeau du précédent. Or on sait que l'exercice précédent avait un intérêt didactique limité. Ce nouvel exercice similaire ne peut pas être, pour Gaston, l'occasion d'une validation des acquis, inexistants, du premier exercice ni celle d'un renforcement du contrat didactique issu du premier exercice qu'il avait déjà tenté de relativiser. L'utilité qu'il peut lui trouver est de permettre l'exploitation de certaines primitive de Cabri-géomètre non maîtrisées par Chloé. D'où sa décision de demander à Chloé d'utiliser la primitive compas. Un autre motif de cette décision, plus circonstanciel, est le détournement de Chloé vers l'observateur. Il faut noter que cette proposition de Gaston vient après que Chloé ait explicitement dit ce qu'elle voulait faire au niveau heuristique (des diagonales de même longueur, cf. 189).

IV.1.2.2. MISE EN ŒUVRE DE LA PRIMITIVE COMPAS

Chloé ne sait pas où est la primitive compas dans la barre de menu de Cabri-géomètre. Gaston le lui indique et Chloé le sélectionne.

197. Chloé : **Il est où ? Il est est où ? Il est où le compas ?**
198. Gaston : Non, avec perpendiculaire tout ça, avec heu, oui, dans ce menu là, il y a un truc qui s'appelle compas. En anglais avec deux s, en français y en a qu'un hein !
199. Chloé : Là. *(Chloé choisit la primitive "compas")*

200. Gaston : Tu as pris le compas ?
201. Chloé : Mm.

Gaston donne des indications au niveau perceptivo-gestuel. Après que Chloé ait sélectionné la primitive compas, Gaston explique comment l'utiliser:

202. Gaston: **Alors je t'explique ce qu'il fait le compas.**
203. Chloé : Hop ! *(Chloé a construit un cercle en cliquant deux fois sur le segment)*
204. Gaston: Là, là il il te demande heu… *(Chloé supprime son cercle)* pff… **il te demande un point qui sera le centre et il prendra la longueur du segment que tu vas montrer**. *(Chloé hésite avec sa souris le long du segment)* Comme rayon. Comme rayon hein ! *(Chloé a construit un point juste à côté du segment, cf. Figure 31. Ce point reste après qu'elle ait fait Undo. Peut être a-t-elle cliqué trois fois sur le point)*

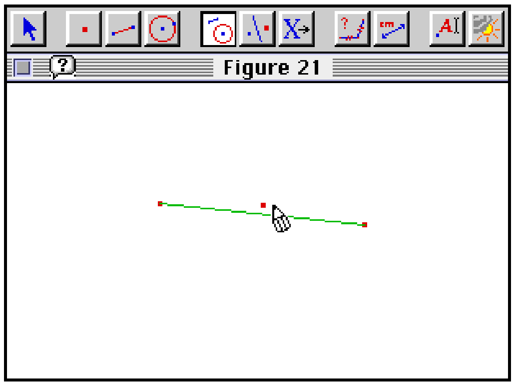


Figure 31 : Première tentative d'utilisation du compas (protocole 20, p. 266).

Les indications de Gaston relèvent du niveau fonctionnel. Chloé ne réussit pas à construire le cercle attendu par Gaston. Elle n'obtient qu'un ou plusieurs points superposés. Elle promène sa souris le long du segment. Le retour de Cabri-géomètre est « on this segment ». Gaston reprend son explication :

206. Gaston: **Ça c'est le rayon qu'il va prendre**.
207. Chloé : Ouais.
208. Gaston: **Et puis si tu montres un point n'importe où ou il le fabrique ça sera le centre, de ton cercle.**
209. Chloé : Je fais un point n'importe où là ? *(Elle montre approximativement le milieu du segment, cf. Figure 32)*
210. Gaston: Ben t'en as déjà un t'as qu'à prendre celui que tu as.
211. Chloé : Celui-là ? *(Chloé montre le point hors du segment)*
212. Gaston: Qui traîne là. Oui y en a un qui traîne. Attends ! *(Chloé clique un peu à côté du point et construit ainsi un cercle dont le rayon a même mesure que le segment, cf. Figure 33)* Ah oui.

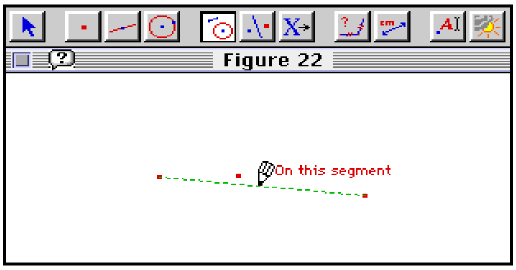


Figure 32 : (protocole 20, p. 266).

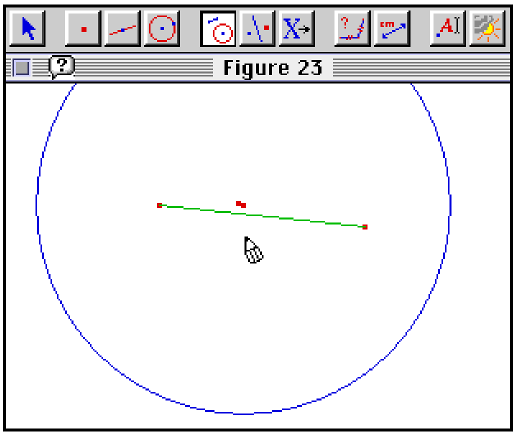


Figure 33 : (protocole 20, p. 266).

Dans cet épisode, Gaston essaye d'expliquer à Chloé l'utilisation de la primitive compas. Les éléments fournis par Gaston sont de deux sortes. Il propose d'une part des indications pour la mise en œuvre perceptivo-gestuelle de la primitive. Il avait déjà précisé comment sélectionner le compas dans les menus (197-201). Il continue en indiquant quel objet Chloé doit désigner en cliquant avec la souris (204 : « … tu va montrer… » puis 208 : « … tu montres… »). Il propose par ailleurs des indications relatives à la primitive compas en tant que fonction qui prend certains objets en entrée et en produit d'autres en sortie. Les difficultés de Chloé montrent en quoi les deux aspects de la compréhension perceptivo-gestuelle et fonctionnelle de l'utilisation du compas sont liés. Quand Chloé sait ce que fait le compas au sens fonctionnel, et connaît notamment les objets qui doivent être fournis initialement, alors elle contrôle mieux où et sur quel objet cliquer.

Après deux tentatives (un premier cercle immédiatement effacé puis trois points superposés), Chloé réussit à construire un cercle. Gaston peut alors passer à l'exploitation géométrique de la construction.

IV.1.2.3. Explication des proprietes du cercle obtenu

Le cercle obtenu par Chloé a un rayon dont la longueur est égale à celle du segment de départ. Cette propriété d'égalité des longueurs est le résultat de la construction avec le compas. Elle est nécessaire pour l'utilisation de la construction afin de résoudre l'exercice. Gaston va essayer de la faire expliciter par Chloé.

Première tentative

Gaston demande à Chloé de déplacer son cercle pour constater l'égalité de longueurs entre le rayon du cercle et le segment.

212. Gaston: **Pour voir un peu qu'il a la même longueur, tu sais ce que tu fais ?** Tu prends la flèche, le pointeur, et change un peu la longueur de ton segment.
213. Chloé : Houps ! C'est quoi ? *(Chloé tire sur une extrémité du segment pour l'allonger puis le raccourcir, cf. Figure 34)*
214. Gaston: Qu'est-ce que tu vois ?
215. Chloé : **Je comprends pas trop ce que je fais là !**
216. Gaston: Attention t'as deux… Tu vois pas ce qui se passe ?
217. Chloé : Non.

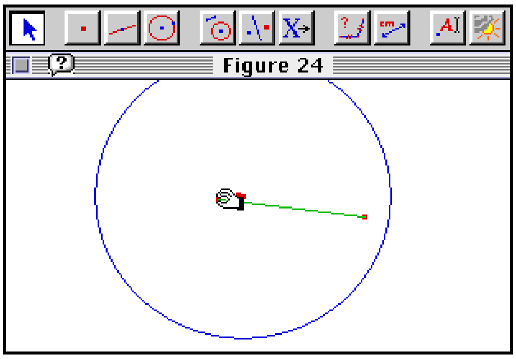


Figure 34 : (protocole 20, p. 266).

Chloé est perdue. Elle a réussi à construire le cercle avec le compas mais n'a pas associé la propriété géométrique à la primitive. De plus, elle ne peut pas comprendre l'utilité de la construction puisqu'elle cherchait à faire deux segments de même longueur, voire deux diagonales, et pas un segment et un cercle.

Deuxième tentative

Gaston reprend son explication :

218. Gaston : **Le cercle que t'as construit…**
219. Chloé : Mm.
220. Gaston : **Il a la même heu il a le même rayon que la longueur du seg, il a comme heu comme rayon il a la longueur du segment.**
221. Chloé : Mouais.
222. Gaston : D'accord ?
223. Chloé : Mm.
224. Gaston : **C'est ce que fait le compas.**

Cette deuxième tentative échoue car, après avoir supprimé un point inutile qui risquait de gêner, Chloé déclare :

237. Chloé : J'comprends pas tout ce qu'**on va faire** avec ça en fait.

Elle relie cet apprentissage local à sa finalité dans la construction.

Incursion de l'explication au niveau de l'utilité de la construction pour l'exercice

Gaston aborde alors un quatrième aspect de la construction avec la primitive compas. Il s'agit de son utilité heuristique pour résoudre l'exercice :

238. Gaston : **Ben, ça nous construit les deux diagonales.** On en a une.
239. Chloé : Mm.

Gaston précise ainsi l'utilité heuristique de la primitive compas. Mais il ne continue pas directement dans cette voie. En fait, il n'est pas évident que Chloé puisse voir en quoi cela fait deux diagonales puisqu'elle a un cercle et un segment et pas deux segments. Après avoir évacué rapidement la question de la place du centre du cercle (sur le segment ou non 240-244), Gaston lui demande de construire un rayon et revient sur le problème de l'égalité des longueurs, c'est-à-dire la propriété géométrique de la construction.

Construction d'un rayon et troisième tentative

Gaston propose de construire un rayon du cercle. Cette décision relève de la poursuite de son explication ou d'un changement de diagnostic sur les compétences de Chloé. En tout cas, la construction d'un rayon va permettre la visualisation de deux segments qui seront candidats ou non à être les diagonales. Chloé construit un rayon (cf. Figure 35) et Gaston demande :

254. Gaston: **Qu'est-ce qu'ils ont ces deux segments?**
255. Chloé : Ils ont… Ils ont pas la même longueur !
256. Gaston: C'est une question ou une affirmation ?
257. Chloé : Ben je pense pas !

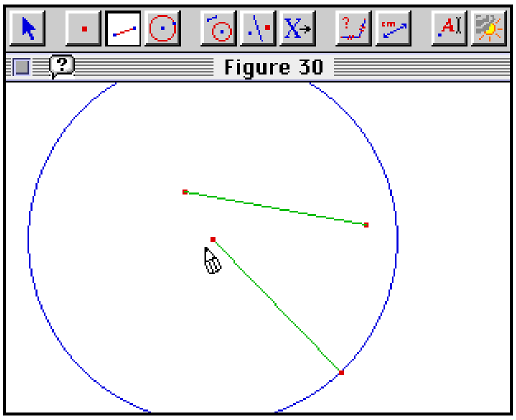


Figure 35 : (protocole 20, p. 268).

Chloé est bien sur le terrain de la propriété géométrique qui relie ces deux segments, mais elle pense que la propriété en question est fausse.

Quatrième tentative

Gaston propose de mesurer avec Cabri les longueurs des deux segments. Chloé reconnaît alors que les longueurs mesurées sont égales.

276. Gaston	:	[…] **qu'est-ce que tu, tu as remarqué quelque chose ?**
277. Chloé	:	Ben c'est la même.
278. Gaston	:	C'est la même. […]

Une fois que la propriété géométrique d'égalité des longueurs est établie (de façon perceptivement assistée par les mesures affichées dans Cabri-géomètre, cf. chapitre 5), Gaston peut revenir à l'utilisation de la primitive compas :

278. Gaston	:	**Mais est-ce que tu as une idée ils pourquoi ils ont la même longueur ?**
279. Chloé	:	Non. Ben si !
280. Gaston	:	**C'est à cause de l'outil qu'on a utilisé.**
281. Chloé	:	Le compas.
282. Gaston	:	**Voilà le compas il fait ça. Il te construit un segment, un un cercle qui a le même rayon que le segment que t'as montré. C'est à dire tu peux bouger comme tu veux ça sera toujours vrai.**
283. Chloé	:	Mm.
284. Gaston	:	D'accord ?
285. Chloé	:	Ouais.

Chloé paraît avoir fait le lien entre sa construction, l'utilisation du compas et la propriété géométrique qui en résulte. Elle a donc obtenu deux segments qu'elle sait être de même longueur. Le problème qui subsiste pour elle est d'exploiter cette sous-figure pour construire le quadrilatère recherché. Cela revient également à comprendre comment elle peut utiliser le compas pour résoudre son exercice, c'est-à-dire maîtriser l'utilité heuristique de la primitive compas.

IV.1.2.4. TROISIEME PHASE : EXPLOITATION DU RESULTAT DE LA PRIMITIVE COMPAS POUR RESOUDRE L'EXERCICE

Gaston revient au problème initial en précisant les limites de son aide :

286. Gaston	:	Voilà c'est tout. Bon heu, **tout à l'heure tu m'as dit, tu m'as demandé comment on pouvait faire. Je t'ai dit ben on sait fabriquer des segments de même longueur.**

Il s'agit donc, du point de vue de Gaston, d'utiliser le produit du compas pour résoudre l'exercice. Et il place ce contrôle du côté de Chloé : c'est elle qui a fait la demande, il y a seulement répondu en fournissant les deux diagonales de même longueur.

Pour Chloé, la question est plutôt d'utiliser cette construction de deux segments de longueur égale pour faire le quadrilatère demandé dans l'exercice, c’est-à-dire un quadrilatère ayant des diagonales de même longueur et qui ne soit pas un rectangle.

Première tentative

Gaston revient sur les deux diagonales en affirmant une nouvelle fois (première fois en 238) que les segments construits sont les diagonales.

290. Gaston : **T'as les diagonales et tu veux faire le quadrilatère.**
291. Chloé : Mm comment ?
292. Gaston : J'ai rien dit, je te regarde faire.
293. Chloé : Ah ! Heu… Ouais ben on peut faire heu, ah… Qu'est-ce que je fais ? Les diagonales de même…

Deuxième tentative

Gaston questionne Chloé à propos des deux segments dans le but d'établir que ce sont les deux diagonales de même longueur recherchées :

294. Gaston : **C'est quoi ces deux segments ?**
295. Chloé : Non non je me suis trompée !
296. Gaston : **Ils vont servir à quoi ?**
297. Chloé : À rien du tout. *Silence* Heu…
298. Gaston : **Ils vont servir à quoi ces deux segments ?**
299. Chloé : Oui mais je voulais faire un un quadrilatère mais je me suis trompée.
300. Gaston : Oui.
301. Chloé : Mais en fait…

Chloé ne reconnaît pas les diagonales dans les deux segments.

Troisième tentative

Gaston fait le diagnostic suivant de la difficulté de Chloé : il est difficile de reconnaître dans les deux segments les deux diagonales car les segments ne se coupent pas. Il questionne Chloé :

302. Gaston : **Dis moi ce qui t'embête avant de détruire des choses dis moi ce qui c'qui te gène.**
303. Chloé : Il faut, je vais prendre quoi, les deux droites là ? Je vais les prendre comme diagonales ?
304. Gaston : **Ces deux segments là ?**
305. Chloé : J'vais…
306. Gaston : **Ils ont même longueur c'est ce que tu m'as dit tout à l'heure : "Je veux construire deux segments de même longueur pour faire des diagonales".**
307. Chloé : Mm. Ouais.
308. Gaston : C'est ça ?
309. Chloé : Ouais.
310. Gaston : Ben tu les as.
311. Chloé : Mm.
312. Gaston : **Mais je suis sûr qu'il y a quelque chose qui te gène.**
313. Chloé : Ben oui mais de ces deux diagonales je dois faire un quadrilatère !
314. Gaston : Oui.
315. Chloé : Donc je vois…
316. Gaston : **C'est compliqué, moi aussi ça m'embêterait. Moi si j'étais toi je les bougerais un peu ça ça me rendrait la vie plus facile.**
317. Chloé : Ouais parce que là je comprend plus rien !

Quatrième tentative

Devant la difficulté de Chloé, Gaston propose de mettre les segments dans une autre position :

318. Gaston : **Ben essaye de les mettre dans une position où ça poserait moins de problème.** Par exemple tu prends le centre du…
319. Chloé : Ben faudrait…
320. Gaston : Vas-y !
321. Chloé : Il faudrait déjà que…
322. Gaston : Prends le centre du cercle !
323. Chloé : Le centre ?
324. Gaston : **Bouge le centre du cercle jusqu'à ce que ça ait une allure plus sympathique.**

Chloé déplace le centre du cercle. Quand les deux segments se coupent, c'est-à-dire quand le quadrilatère n'est plus croisé, elle le reconnaît.

325. Chloé : **Comme ça non ?**
326. Gaston: Ça te plaît mieux ça ?
327. Chloé : **Ouais. Ouais !**
328. Gaston: Tu saurais faire hein !
329. Chloé : **Ben oui !**
330. Gaston: Bon ben alors vas-y.
331. Chloé : Parce qu'on peut faire…
332. Gaston: Vas-y !

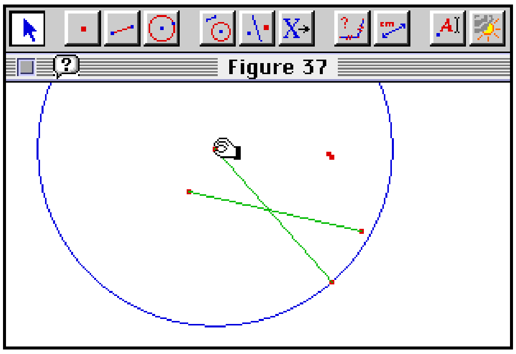


Figure 36 : (protocole 20, p. 271).

Chloé sait construire un quadrilatère non croisé. À la demande de Gaston, elle le construit avec la primitive polygone puis cache le cercle et enfin déplace un sommet (cf. 331-351). L'intervention de Gaston pour proposer de bouger les segments est décisive pour rendre la figure significative pour Chloé.

IV.1.2.5. ÉPILOGUE

Une fois que le quadrilatère a été construit et manipulé par Chloé, Gaston engage la discussion sur ce qu'a pu en conclure Chloé.

352. Gaston : Qu'est-ce que t'as envie de dire finalement ?
353. Chloé : C'est, c'est pas vraiment un rectangle !
354. Gaston : Non. Tu pensais que ça risquait d'être un rectangle ?
355. Chloé : Non.
356. Gaston : Non.
357. Chloé : **Non parce que l'autre exercice ça avait pas du tout fait ce que je pensais.**
358. Gaston : Héhéhé ! Qu'est-ce que ça veut dire ça, tu peux m'expliquer ce que tu veux dire ?

359. Chloé	:	**Ben ça m'étonne pas que ça fasse un ben un quadrilatère ça a rien de, on a vu dans l'autre exercice qu'un quadrilatère il fallait que ça ait quatre côtés.**
360. Gaston	:	Oui ?
361. Chloé	:	**Donc ça m'étonne pas qu'il ait même une forme bizarre quoi !**
362. Gaston	:	Oui.
363. Chloé	:	**Si il faut qu'il ait que quatre côtés.**

La réponse de Chloé (357) révèle clairement qu'elle a pu contrôler un aspect du problème grâce aux critères élaborés au cours de l'exercice précédent. Sa situation relève donc du contrat didactique et sa réponse signifie que grâce au cadre donné par le contrat didactique issu du travail sur le premier exercice elle a anticipé et contrôlé ses résultats pour le second exercice. Cependant, cela ne lui a pas permis de trouver la solution de l'exercice et de savoir utiliser le compas.

Gaston réagit à nouveau, comme il l'avait déjà fait à la fin du premier exercice, pour remettre les décisions de Chloé dans le cadre d'un travail mathématique :

364. Gaston	:	Oui parce que **c'est comme dans l'autre exercice ici ça n'est pas un parallélogramme.**
365. Chloé	:	Voilà.
366. Gaston	:	**Si tu rajoutais parallélogramme dans la la construction de l'exercice 24…**
367. Chloé	:	Mm.
368. Gaston	:	… **on aurait forcément un rectangle.**
369. Chloé	:	Ouais.
370. Gaston	:	**Mais avec quadrilatère t'as n'importe quoi.**
371. Chloé	:	Mm.
372. Gaston	:	**Pas n'importe quoi vraiment puisqu'il a les diagonales égales.**
373. Chloé	:	Ouais on a un quadrilatère.
374. Gaston	:	OK ? Voilà.

Gaston tente de mettre en évidence les caractéristiques mathématiques des solutions obtenues et le sens didactique de la tâche. Il signifie ainsi que les résultats sont déterminés par des contraintes mathématiques et sont donc le fruit d'un travail mathématique. Cette réaction relève de la négociation du contrat didactique. Gaston, en tant que professeur de mathématiques, ne peut pas laisser Chloé valider sa solution, et surtout le dire, parce qu'elle est analogue à celle de l'exercice précédent. La validation de la réponse doit venir uniquement de la vérification du respect des contraintes mathématiques. Ce qui peut être réinvesti d'un exercice à l'autre, ce sont les connaissances mathématiques construites, par exemple celles relatives au parallélogramme ou au quadrilatère, et non le contrat didactique.

Gaston conclut alors en faisant ressortir un enjeu didactique qui aurait pu être celui de l'interaction : les diagonales d'un quadrilatère ne sont pas toujours sécantes.

374. Gaston	:	**Ben c'est bien, tu t'es bien débrouillée mais tu as vu qu'il faut pas faut pas hésiter à bouger parce que c'qui te gênait tout à l'heure c'est que les diagonales se coupaient pas.**
375. Chloé	:	Ouais.
376. Gaston	:	**Mais mais ça peut arriver, tu peux le mettre dans une dans une position où les diagonales se coupent pas.**
377. Chloé	:	D'acc…
378. Gaston	:	**Tu verras que c'est toujours un quadrilatère. OK ?**
379. Chloé	:	OK.
380. Gaston	:	Voilà.

Comme avec l'exercice précédent, Gaston conclut en réinjectant de la connaissance.

IV.1.3. Conclusion : un processus explicatif

À propos de cet exercice, Gaston décide de faire utiliser la primitive compas par Chloé et propose une aide pour cette utilisation. Ses explications débutent par le niveau perceptivo-gestuel (cf. 198, 200). Puis, il passe immédiatement à des indications relevant du niveau fonctionnel (cf. 202 à 212). Chloé maîtrise difficilement le niveau perceptivo-gestuel et les deux premières manipulations se soldent par un échec (un cercle aussitôt effacé, cf. 203, puis plusieurs points superposés cf. 204). Chloé réussit finalement à construire le cercle mais cela ne signifie pas qu'elle ait compris le fonctionnement du compas. En fait, la maîtrise du niveau fonctionnel de l'utilisation du compas paraît être, dans le cas de Chloé, particulièrement liée à celle du niveau géométrique.

Gaston intervient alors pour établir que les deux segments ont même longueur et que c'est le résultat de la construction du compas. Il passe ainsi à des explications géométriques. Il demande d'abord à Chloé de formuler la propriété, puis lui conseille de construire les deux segments et enfin, lui propose de vérifier qu'ils ont même longueur. Lorsque Chloé établit le lien entre l'égalité de longueur des segments, propriété géométrique, et la construction avec le compas, elle paraît comprendre beaucoup mieux ce que fait le compas, tout au moins en tant que fonction. Pour Chloé, la géométrie permet de comprendre le fonctionnement de la primitive.

Mais l'explication de Gaston ne peut pas s'arrêter là car Chloé ne relie pas la propriété géométrique au problème qu'elle doit résoudre : construire des diagonales de même longueur. Tant que Chloé n'a pas reconnu les diagonales dans les deux segments construits, c'est-à-dire tant qu'elle ne contrôle pas l'utilité heuristique du compas, elle ne comprend pas ce qui se passe. Gaston aborde une première fois cet aspect alors que la propriété géométrique d'égalité des longueurs n'est pas encore reconnue par Chloé. Il revient sur la question des diagonales après que la propriété d'égalité des longueurs ait été établie. L'utilité du compas pour construire les diagonales du quadrilatère recherché n'est finalement reconnue par Chloé qu'au moment où elle identifie le quadrilatère et est capable de le construire.

Progression des explications de Gaston et de la compréhension de Chloé

Au cours de cette analyse, les tentatives d'explication de Gaston à propos de l'utilisation de la primitive compas progressent nettement du niveau perceptivo-gestuel au niveau heuristique de la mise en œuvre et de l'utilisation des primitives de Cabri-géomètre. Le travail observable de Gaston consiste à proposer quelque chose que Chloé ne comprend pas nécessairement dans l'immédiat, puis à reprendre avec elle, en la guidant au fur et à mesure, toutes les étapes de contrôle successives pour déboucher sur celle de la résolution du problème. Il n'est pas certain que Gaston ait anticipé la nécessité de passer par toutes ces étapes. En effet, lorsqu'il a proposé d'utiliser la primitive compas, Chloé venait juste de dire clairement qu'elle voulait construire deux segments de même longueur pour faire des diagonales (189). Gaston a donc pu diagnostiquer que Chloé avait commencé le processus de résolution et était arrivée au choix d'une primitive pour une propriété géométrique donnée. Il a donc proposé d'utiliser le compas pour lequel il a pu penser que Chloé maîtriserait l'utilité heuristique. En revanche, la compréhension de Chloé progresse clairement dans le sens inverse des explications de Gaston. Pour comprendre ce qui s'est passé au niveau précédent, elle a besoin de se placer au niveau suivant. Elle comprend son action en la regardant depuis le niveau supérieur.

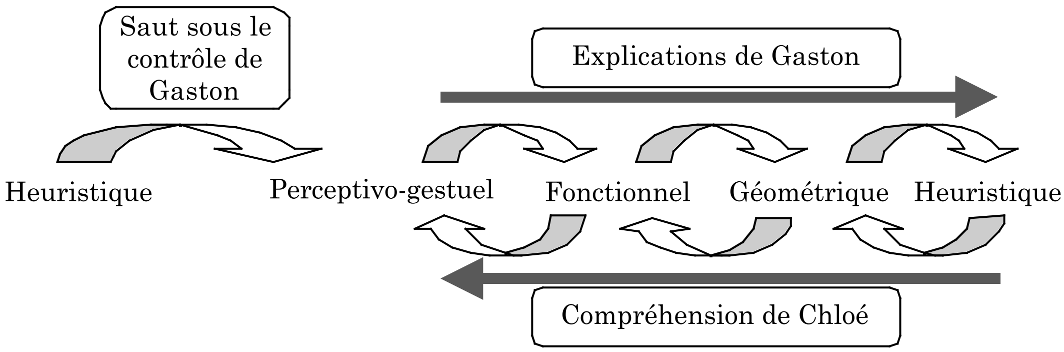


Figure 37 : Progression des explications de Gaston.

Finalement le processus explicatif externe et observable va dans un sens et le processus de compréhension va dans l'autre sens. Chloé comprend enfin l'utilisation du compas une fois qu'elle a résolu le problème de construction.

Ces deux progressions opposées sont le signe de l'existence d'une distance entre la compréhension initiale de l'exercice qu'avait Chloé et la représentation qu'a pu construire Gaston. Cette distance entre la nature de la difficulté de Chloé et le diagnostic qu'en fait Gaston est également observable à travers les réactions de Chloé qui dit à plusieurs reprises : « là je comprend plus rien » (cf. 215, 237, 317).

Les explications de Gaston auraient-elles pu progresser dans le sens inverse, c'est-à-dire débuter par le niveau heuristique qui est celui de la demande immédiate de l'élève et qui est le plus proche du processus de compréhension de Chloé ? Pour commencer à répondre, il faudrait avoir un moyen de s'assurer que le précepteur puisse faire un diagnostic proche de la véritable difficulté de l'élève.

IV.2. Processus explicatif à propos d'un pas de déduction ?

Chloé a choisi un exercice, n'a pas fait de figure mais a déjà commencé à rédiger (cf. Figure 38).

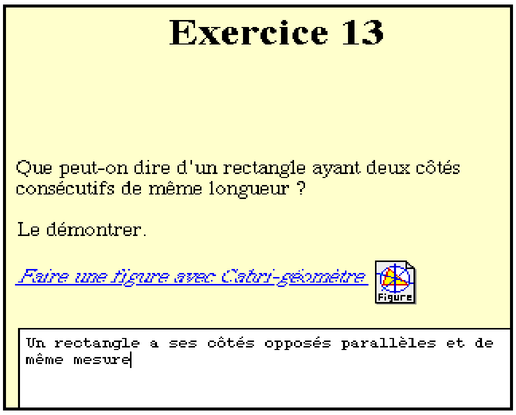


Figure 38 : Exercice choisi par Chloé et qu'elle a commencé avant d'appeler le précepteur (protocole 17, p. 223).

IV.2.1. Analyse a priori de l'exercice 13

La solution de l'exercice consiste à faire la conjecture « un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré » et à la valider.

Si le processus conduisant à la conjecture passe par l'exploration d'une figure de Cabri-géomètre alors la conjecture est facilement identifiée. Une fois que le rectangle est construit, on obtient aisément les deux côtés adjacents de même longueur en déplaçant un point de base. La figure est alors un carré qui est identifiable par les élèves. D'autre part, indépendamment de la construction faite, la réponse ne peut être que le carré. En effet, dans un contexte didactique, la réponse doit être le fruit d'un raisonnement mathématique mettant en œuvre des connaissances du niveau des classes de quatrième et troisième. Les indications didactiques contenues dans l'exercice désignent le carré car c'est le seul quadrilatère ayant plus de propriétés caractéristiques que le rectangle. En conséquence, la production de la conjecture n'est pas problématique pour un élève de fin de collège.

La validation de la conjecture par Cabri-géomètre donne lieu à plusieurs niveaux de vérification comme nous l'avons vu au chapitre 5. Il s'agit d'abord de contrôler comment les hypothèses sont vérifiées par la figure (dans quelle mesure le rectangle est construit perceptivement, les côtés adjacents sont construits de même longueur ou bien positionnés à l'aide de mesures ou encore perceptivement). Ensuite, la vérification du carré peut également, soit être perceptive, soit utiliser des constructions faisant office de test (par exemple utilisation des diagonales pour vérifier qu'un quadrilatère est un carré comme dans le protocole 1, cf. chapitre 5) ou encore l'oracle de Cabri-géomètre. Cela donne un ensemble assez complexe de figures permettant différents niveaux de vérification de la conjecture à partir de Cabri-géomètre.

Les démonstrations possibles de la conjecture consistent à partir des hypothèses sur les propriétés du rectangle, à leur ajouter la propriété d'égalité des longueurs de deux côtés consécutifs et à en déduire les propriétés caractéristiques d'un carré. Par exemple, on peut utiliser la définition (proposée dans le cours disponible sur le Web) du carré comme étant à la fois un losange et un rectangle. Pour montrer que le rectangle est aussi un losange, il existe au moins deux possibilités : passer par la propriété du rectangle d'être un parallélogramme ou par celle d'être un quadrilatère (cf. Figure 39). Avec le fait que le rectangle soit un parallélogramme, il suffit d'utiliser la définition du losange (toujours proposée sur le cours du Web) comme un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur pour obtenir que c'est un losange et donc un carré. En utilisant le fait que le rectangle est un quadrilatère, il faut alors montrer que ce quadrilatère a quatre côtés de même longueur, ce qui s'obtient grâce à la transitivité de l'égalité des longueurs, pour savoir que c'est à nouveau un losange et donc un carré. Mais cela n'empêche pas qu'il faille également utiliser la propriété du rectangle d'être un parallélogramme.

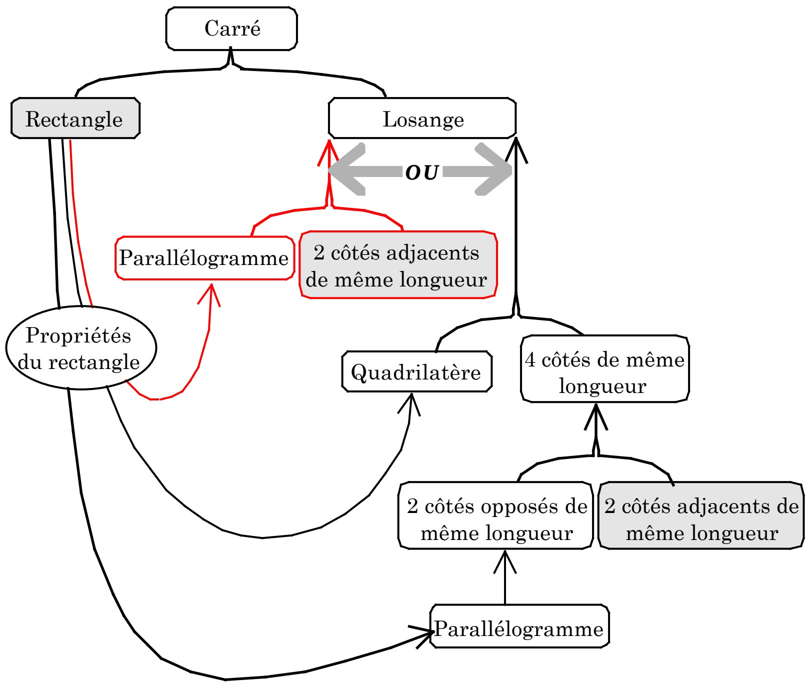


Figure 39 : Deux démonstrations utilisant la définition du carré comme rectangle et losange.

D'autres démonstrations (cf. Figure 40) n'explicitent pas forcément le passage par le losange mais peuvent néanmoins être rapportées à l'une de ces deux démonstrations. Elles consistent toujours à vérifier que le quadrilatère proposé en hypothèse a simultanément les propriétés du rectangle, ce qui est évident, et les propriétés du losange, ce qui est finalement tout aussi évident.

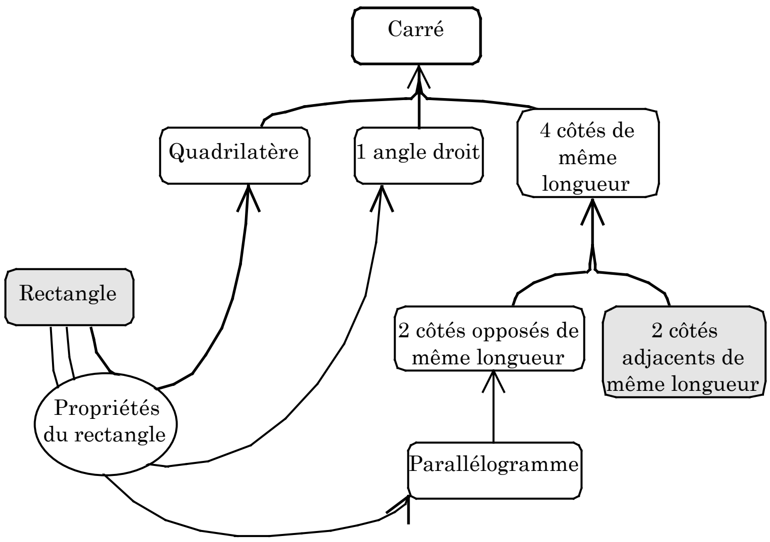


Figure 40 : Démonstration utilisant la définition du carré comme quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur et un angle droit.

Ces propositions de démonstration posent la question du niveau d'explicitation requis. Le développement d'une démonstration dépend de l'interlocuteur auquel elle est destinée. Il peut être ainsi légitime de considérer que cette démonstration est réduite à un seul pas : le rectangle, ayant deux côtés adjacents de même longueur, est un carré. En fonction du destinataire de la démonstration, il pourra être nécessaire d'expliciter un pas de plus et de proposer : ce rectangle a deux côtés adjacents de même longueur, donc c'est un losange, c'est à la fois un rectangle et un losange donc c'est un carré. Mais on peut encore approfondir les raisons qui font qu'un rectangle est un losange, en ayant recours au fait que c'est un parallélogramme ou un quadrilatère. On ajoute ainsi des pas de démonstration. L'arrêt dans l'explicitation de la démonstration dépend de sa finalité et de son destinataire.

Toutefois, la démonstration qui est requise par l'exercice n'est pas forcément le moyen que va utiliser l'élève pour se convaincre de la validité de sa conjecture. Par exemple, la figure construite dans Cabri-géomètre peut lui donner des raisons plus fortes que ne le fait la démonstration. De plus, le destinataire de la démonstration est un enseignant évaluateur qui est supposé connaître déjà la conjecture et au moins une démonstration. La démonstration de l'élève n'a donc pas pour objet d'établir la validité de la conjecture pour l'enseignant. Le rôle de cette démonstration peut être vu par l'élève comme un moyen de montrer les connaissances qu'il met en œuvre pour la faire et de donner ainsi la preuve qu'il a compris l'exercice et sait faire une démonstration.

Pour se convaincre, l'élève peut également faire un raisonnement qui soit de l'ordre de l'argumentation et non de la démonstration. La distinction entre une argumentation et une démonstration tient au mode d'utilisation des raisons qui font que la conjecture est vraie. Dans l'argumentation, c'est un jeu sur les contenus des énoncés qui permet d'augmenter la valeur de vérité de la conjecture. Dans la démonstration, c'est un jeu sur le statut opératoire de ces mêmes énoncés qui permet de modifier la valeur de vérité de la conjecture. Mais cette distinction théorique ne se traduit pas forcément par une différence de forme, surtout oralement, entre argumentation et démonstration. L'élève peut donner à sa production une forme proche de la démonstration en faisant usage de divers connecteurs sans pour autant écrire une démonstration. En revanche cette distinction théorique se traduit dans la finalité attribuée à chacun des modes de raisonnement. L'argumentation permet de convaincre et justifier et la démonstration permet d'établir la vérité. Les travaux des didacticiens montrent que le passage chez l'élève d'une démarche d'argumentation à une démarche de preuve, à laquelle appartient la démonstration, représente un changement profond d'activité et n'est pas toujours favorisé par l'intervention d'un enseignant (Duval 1992 ; Arsac *et al.* 1992).

Pour conclure sur cette analyse a priori, nous notons d'abord que le rôle de Cabri-géomètre consiste essentiellement à faciliter l'identification de la conjecture qui est, par ailleurs, induite par des raisons didactiques. D'autre part, la démonstration demandée peut apparaître comme très simple pour l'élève (un seul pas de démonstration) et finalement peu justifiée étant donné l'évidence de la déduction.

IV.2.2. Analyse de l'interaction entre Marius et Chloé (protocole 17)

Chloé appelle Marius pour des éclaircissements sur ce qu'elle doit faire :

32.	Chloé	:	Y a marqué "que peut on dire d'un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur ?".
33.	Marius	:	Oui ?
34.	Chloé	:	Mais heu, c'que je comprends pas c'est, en fait il faut dire quoi ? Parce que c'est… enfin **je sais pas trop comment expliquer que c'est un carré. Parce qu'il faut le démontrer.**

Comme Chloé n'a pas utilisé Cabri-géomètre, on peut faire l'hypothèse qu'elle a élaboré la conjecture « c'est un carré » à partir d'éléments autres que l'exploration de la figure dynamique.

IV.2.2.1. DEBUT DE L'INTERACTION : ESSAI DE TRANSFORMATION D'UNE ARGUMENTATION EN DEMONSTRATION

Marius la questionne au sujet de sa conjecture :

35. Marius : Tu penses que c'est un carré ?
36. Chloé : Ouais.
37. Marius : D'accord… **Comment tu as, tu as pu t'en rendre compte ?**
38. Chloé : Heu ben parce que un carré il a déjà ses côtés opposés heu ben parallèles et de même mesure.
39. Marius : Oui.
40. Chloé : Et… et puis ses quatre côtés sont de même mesure. Donc en fait, si deux côtés consécutifs sont de même mesure et que ses côtés parallèles ils sont aussi de même mesure c'est forcément un carré.

Chloé exprime une requête relative à la démonstration, Marius y répond par une demande de justification, d'explicitation des raisons personnelles qui l'ont conduite au carré. Chloé formule spontanément des raisons qui justifient sa conjecture. D'abord elle donne les propriétés d'un carré. Ensuite elle montre qu'elle a des éléments sur sa figure qui sont proches de ceux qu'elle vient d'énumérer à propos du carré. Elle conclut en affirmant sa conviction. Elle formule ainsi des arguments qui sont valides, forts et dont le contenu est mathématique. Mais elle n'a pas construit une démonstration.

Le problème de Chloé n'est donc pas une absence d'arguments ni une absence d'éléments mathématiques pertinents pour construire la démonstration.

Argumentation

Marius la questionne alors sur la fonction de sa justification :

41. Marius : Oui. Alors effectivement tu penses que ça c'est une phrase ?
42. Chloé : Ouais.
43. Marius : **Parce que comment tu comprends "le démontrer" ?**
44. Chloé : **Justement, je sais pas trop comment l'expliquer** ça **!**
45. Marius : C'que tu viens de me dire là…
46. Chloé : Mm.
47. Marius : **C'que tu viens de m'expliquer est-ce que tu penses que c'est,** ç**a serait susceptible de convaincre heu quelqu'un qui connaît moins de géométrie que toi ?**
48. Chloé : Mm *(dubitatif)*… Peut-être pas ! Heu… je suis pas sûre qu'il comprenne, donc heu…

Marius qualifie d'explication la première réponse de Chloé. Cela montre peut-être que de son point de vue ce n'est pas une démonstration. En lui demandant si son explication est convaincante, il l'amène sur le terrain de l'argumentation qui n'est toujours pas celui de la démonstration. Le fait qu'un ensemble d'énoncés soit convaincant n'entraîne pas que ce soit une démonstration. D'ailleurs, une démonstration pourrait ne pas convaincre une personne peu compétente en géométrie. Donc jusqu'à présent, le problème de

Chloé, « comment faire une démonstration » (cf. 34) reste entier. Les deux premières tentatives de Marius l'ont conduite, successivement, sur le terrain de la justification et de l'argumentation.

Tentative de retour vers la démonstration

Une phrase est déjà écrite dans la fenêtre de texte (cf. Figure 38). Elle correspond à un début de démonstration. En désignant cette phrase, Marius tente de ramener l'interaction sur la question de la démonstration qui n'a pas encore été directement abordée :

49.	Marius	:	Parce que… Sur mon écran je vois un rectangle a ses côtés opposés parallèles et de même mesure. Ça c'est une aide qu'on t'a donnée.
50.	Chloé	:	Non ça c'est moi qui l'ai marqué.
51.	Marius	:	Ça c'est toi qui l'a marqué. D'accord ? Alors c'que…
52.	Chloé	:	Je sais pas… Heu si après ça…
53.	Marius	:	Oui ?
54.	Chloé	:	Heu si après ça, **est-ce que ça va être suffisant de dire que** comme ses deux côtés consécutifs sont de même mesure alors c'est un carré ? **Je sais pas si ça suffira !**

Chloé a non seulement des éléments mathématiques de démonstration, mais en plus elle fait une première proposition. Donc, sa difficulté relative à la démonstration, qui motive son appel, n'est ni un problème de contenu (elle a des connaissances mathématiques suffisantes sur le carré et le rectangle), ni un problème de forme puisqu'elle propose un début de démonstration. Chloé cherche à rendre « suffisante » sa proposition de solution pour qu'elle soit acceptée comme une démonstration par l'enseignant. Or c'est son travail mathématique qui est en jeu derrière cette production. On peut alors faire les deux hypothèses suivantes sur l'origine de son incertitude quant à la réponse à donner.

(i) Bien que Chloé sache comment faire la démonstration, elle a besoin d'un enseignant pour savoir quel est le niveau d'explicitation exigé dans la rédaction, le mot « suffisant » faisant référence à un niveau suffisant de détail.

(ii) Chloé veut savoir ce qu'il est nécessaire qu'elle dise dans sa démonstration afin de donner la preuve que c'est par un travail mathématique significatif qu'elle a acquis la certitude de la validité de sa conjecture. Elle trouve que la démonstration est trop simple pour que cela corresponde au travail que l'on attend d'elle.

IV.2.2.2. MAÏEUTIQUE DE PRODUCTION D'UNE DEMONSTRATION

Marius engage l'interaction sur le terrain des propriétés mathématiques en jeu dans la démonstration d'un carré :

55.	Marius :	**Heu, qu'est-ce qu'il te faut comme heu, propriété pour que ta figure soit un carré ?**
56.	Chloé :	Heu… ben les côtés heu les côtés opposés soient parallèles et de même mesure.
57.	Marius :	Oui.
58.	Chloé :	Qu'il ait quatre angles droits.
59.	Marius :	Oui alors est-ce que après un rectangle a ses côtés opposés tu peux mettre heu qu'il a aussi quatre angles droits ?
60.	Chloé :	Ouais.
61.	Marius :	**Bon effectivement. Et qu'est ce qu'il faut encore comme propriété pour avoir un carré ?**
62.	Chloé :	Que ses quatre côtés soient de même mesure.
63.	Marius :	Voilà. Et tu vas te servir de quoi pour ça ?
64.	Chloé :	Heu… Des côtés opposés parallèles non ? Et de même mesure.
65.	Marius :	**Oui ça c'était pour les côtés opposés parallèles mais après faut que les côtés aussi consécutifs.**
66.	Chloé :	Ouais. Ils le disent dans le dans l'énoncé.
67.	Marius :	**Voilà. Et à ce moment là, tu as tous les arguments pour avoir un carré.**

Au cours de cette interaction, Marius et Chloé retrouvent toutes les raisons que Chloé avait déjà proposées pour justifier sa conjecture, auxquelles ils ajoutent la propriété de perpendicularité. Ces réponses de Chloé apparaissent grâce à un jeu de questions de Marius qui organise la production de Chloé. Cette production n'est pas un travail nouveau puisque Chloé avait déjà exprimé les mêmes arguments. La question de transformer cette justification en démonstration n'est pas abordée explicitement. Ce qui change en revanche, c'est d'abord le fait que ce raisonnement soit structuré par Marius puis validé comme solution de l'exercice (cf. 61 et 67). Ensuite, au cours de l'interaction, Marius donne indirectement des indications sur ce qu'attend un enseignant en terme de niveau d'explicitation pour la solution. Enfin, c'est l'occasion pour Chloé de montrer à Marius quel travail mathématique elle fait. Quelle que soit l'origine de la requête initiale de Chloé ((i) ou (ii) ci-dessus), elle est alors directement satisfaite au détriment d'un travail sur la démonstration.

68.	Chloé :	Donc ça sera bon là ?
69.	Marius :	**Qu'est-ce que t'en penses toi ?**
70.	Chloé :	Ben ouais. **J'pense que ça, ça doit être bon.**

Le « ça » du tour de parole 70 fait référence soit au niveau d'explicitation du raisonnement soit au travail mathématique fait par Chloé, tous les deux résultant du bref épisode d'interaction entre Marius et Chloé (cf. 55 à 67). Chloé fournit elle-même la réponse à sa requête précédente (« est-ce que ça suffira ? » cf. 54). Mais finalement, rien ne montre que les moyens de décision qu'elle met en œuvre soient le résultat d'une évolution de ses connaissances relatives à la démonstration. Lorsqu'elle prend position à propos de la validité de son raisonnement c'est parce qu'elle perçoit les retours de Marius comme une validation de son travail.

IV.2.2.3. RECOURS AU CALCUL POUR EXPLICITER LA TRANSITIVITE DES EGALITES DE LONGUEUR

Marius demande à Chloé de poursuivre la rédaction qu'elle a commencée. Elle rédige les paragraphes suivants (cf. Figure 41) :

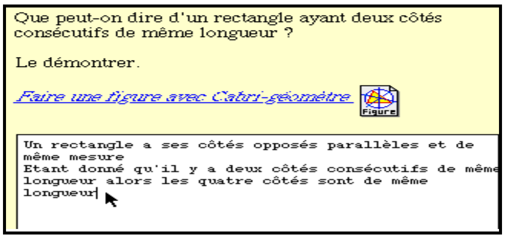


Figure 41 : (protocole 17, p. 226).

Pendant la rédaction, Marius perçoit une hésitation chez Chloé. Il la questionne :

91. Marius : **Tu avais, si tu avais, tu avais l'air d'hésiter un peu heu sur ta phrase.**
92. Chloé : Mm ?
93. Marius : Si tu avais fait une figure et que tu avais appelé ton rectangle ABCD.
94. Chloé : Ouais.
95. Marius : **Est-ce que partir de de la phrase de l'énoncé qu'est ce que tu aurais pu écrire par exemple ?**

Marius construit perceptivement un carré et nomme les sommets (cf. Figure 42).

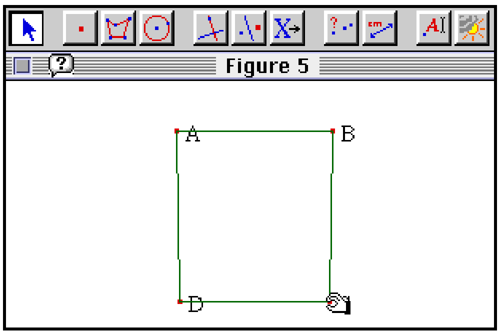


Figure 42 : Marius construit perceptivement un carré
(protocole 17, p. 227).

Marius a décidé de faire traduire par Chloé les égalités de longueurs présentes dans l'énoncé en écritures symboliques. Cela lui permettra d'expliciter la transitivité des égalités et d'obtenir celle des quatre côtés. C'est pour expliciter ce calcul sur les égalités de longueurs qu'il a besoin d'une figure avec des noms sur les sommets. Il reformule sa demande :

119. Marius	:	**Qu'est-ce qu'on pourrait écrire à partir de l'énoncé ?**
120. Chloé	:	Heu… que peut on dire d'un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur ?
121. Marius	:	Par exemple ?
122. Chloé	:	Et ben… Ben j'sais pas, comme un rectangle il a ses côtés opposés parallèles…
123. Marius	:	Oui ?
124. Chloé	:	… et que si déjà les deux côtés consécutifs ils sont de même longueur…
125. Marius	:	**Oui non mais là tu me ressors des phrases mais à partir de l'exemple** *(cf. Figure 42)* **que je t'ai donné…**
126. Chloé	:	Ouais.
127. Marius	:	**… heu avec les lettres des points…**
128. Chloé	:	Ouais.
129. Marius	:	**… qu'est-ce que tu, tu pourrais écrire quoi ? À bon avec la phrase de l'énoncé…**
130. Chloé	:	Ah oui !
131. Marius	:	**… avec heu ta phrase à toi. Tu comprends ce que je veux dire ?**

Le recours au calcul permet d'expliciter la transitivité des égalités de longueur par un moyen qui reste sous le contrôle de Chloé qui obtiendra ainsi l'égalité des quatre côtés sans que Marius ait besoin d'intervenir plus. Mais auparavant, il faut qu'elle comprenne ce qu'il attend d'elle. À la troisième tentative de Marius (cf. 95 puis 119 puis 125-131), Chloé propose d'écrire AB = AD pour traduire « deux côtés consécutifs de même mesure ».

IV.2.2.4. UTILISATION DE LA PROPRIETE DU PARALLELOGRAMME POUR EN DEDUIRE UNE EGALITE DE MESURE

Dans cette troisième partie, Marius tente de faire produire par Chloé l'écriture de AD = BC comme une traduction de la propriété du parallélogramme d'avoir des côtés opposés de même mesure. Mais s'il veut utiliser la propriété du rectangle d'être un parallélogramme, il n'est pas nécessaire de montrer également que les quatre côtés sont de même longueur. Pourtant, il va bien faire utiliser par Chloé à la fois le fait que le rectangle est un parallélogramme et le fait que les quatre côtés sont de même longueur.

Première tentative

137. Marius	:	**Bon d'accord. Maintenant avec heu, la phrase « un rectangle a ses côtés parallèles et de même mesure" qu'est-ce que tu peux écrire ?**
138. Chloé	:	Heu que (AB) est parallèle à (CD).
139. Marius	:	Oui.
140. Chloé	:	Et (AD) est parallèle à (BC).
141. Marius	:	Oui. Ça c'est pour le parallélisme.

142.	Chloé :	Houla ! Et heu… ben, heu…

Chloé ne produit pas l'égalité attendue car elle reste sur le parallélisme.

Deuxième tentative

143.	Marius :	**Et au point de vue des mesures ?**
144.	Chloé :	Donc heu… Houla ! Heu… comme, comme (AB), comme heu (AB) est parallèle à (CD) et (AD) parallèle à (BC) heu comme heu les deux côtés, comme y a deux côtés consécutifs égaux heu… heu non *(inaudible)* à expliquer ! Heu… heu… AB est égal à AD.
145.	Marius :	Oui ça heu d'accord !
146.	Chloé :	Donc…
147.	Marius :	AB = AD.
148.	Chloé :	Donc si heu AD est parallèle à BC…

Chloé répond à nouveau à propos du parallélisme et de l'égalité des longueurs mais seulement des deux côtés consécutifs.

La difficulté qu'a Chloé pour produire l'égalité attendue par Marius est double. D'abord, la propriété du parallélogramme qui permet de déduire que les côtés opposés sont de même mesure permet aussi de dire qu'ils sont parallèles. Mais surtout, le fait que le rectangle soit un parallélogramme associé au fait d'avoir deux côtés adjacents de même longueur suffit à produire un losange, donc quatre côtés de même mesure (cf. Figure 39). Chloé peut très bien chercher à voir en quoi l'égalité des longueurs des quatre côtés se déduit de leur parallélisme et donc ne pas comprendre ce que Marius attend d'elle. Chloé cherche à produire une conclusion relative aux quatre cotés de même mesure, Marius cherche une traduction de l'hypothèse qui permettra, par le calcul, d'obtenir la conclusion.

Troisième tentative

149.	Marius :	**Oui ? Mais tu as aussi de même mesure.**
150.	Chloé :	… et de même mesure.
151.	Marius :	**Donc on peut dire AD ?**
152.	Chloé :	Donc AD est égal à…
153.	Marius :	Oui ?
154.	Chloé :	… à BC.
155.	Marius :	Oui. C'est ça alors tu as AB = AD. AD = BC.
156.	Chloé :	Donc heu BC, donc BC est égal à à DC.

En reposant la question et en donnant le début de l'égalité, Marius ne laisse plus beaucoup de possibilités à Chloé pour la réponse. Il y a quatre côtés, une égalité impliquant AD a déjà été obtenue (AB = AD), donc il ne reste que deux choix possibles de côtés : BC ou DC. Chloé fait la bonne proposition.

157.	Marius :	**Voilà aussi. Oui mais parce que tu as aussi AB égal DC. Mais tu vois que tu est sûre quand tu écris avec les… tu comprends ce que je veux…**

158. Chloé : Ouais.
159. Marius : **… t'expliquer ou pas ?**
160. Chloé : Ouais ouais. Mm.
161. Marius : Tu pourrais les écrire les égalités éventuellement. Écris les si tu veux !

Marius n'est pas certain de la façon dont Chloé a obtenu les égalités. Il la questionne puis lui demande d'écrire les égalités obtenues pour pouvoir vérifier qu'elle a effectivement bien compris et n'a pas formulé la bonne égalité pour d'autres raisons (par chance ou parce qu'il n'y avait pas vraiment d'autres possibilités) et surtout pour permettre au mécanisme de transitivité des égalités de longueur de fonctionner.

Quatrième tentative

Chloé écrit la première égalité (celle qui correspond aux deux côtés consécutifs). Marius la relance afin qu'elle écrive l'égalité obtenue avec la propriété du parallélogramme :

169. Marius : Bon alors ça c'est la phrase de l'énoncé hein ?
170. Chloé : Ouais. Donc heu après je mets (AB) est parallèle à (DC) et A…
171. Marius : **Des parallèles tu en as pas forcément besoin là prends de plus les mesures.**
172. Chloé : AB…
173. Marius : Oui ?
174. Chloé : AB est égal à AD qui est égal à BC !
175. Marius : Voilà, alors tu reprends AD = BC.
176. Chloé : Donc… est égal à BC ? *(Elle écrit = BC)*
177. Marius : **Ça ça correspond à quelle heu phrase ?**
178. Chloé : **Heu… étant donné qu'il y a deux consécutifs côtés consécutifs de même longueur alors les quatre côtés sont de même longueur.**

La réponse de Chloé est encore liée au parallélisme des deux côtés. De plus, à la façon dont elle transcrit les égalités (sur une même ligne avec plusieurs signes « égal » qui s'enchaînent), elle paraît plutôt être en train d'écrire la conclusion que les égalités de départ. Ce qui est finalement complètement confirmé par sa déclaration en 178. Elle connaît cette conclusion depuis le début de l'interaction, donc rien n'a encore changé pour elle et elle n'a pas compris ce que Marius cherchait à lui faire faire.

En fait, Chloé essaye de construire un pas de déduction qui aurait en hypothèse le fait que ABCD soit un parallélogramme, qui peut se résumer au parallélisme des côtés opposés, plus deux côtés adjacents de même longueur et, en conclusion, l'égalité des longueurs des quatre côtés.

Travail de Chloé

AB = AD

ABCD parallélogramme { [AB] // [DC], [AD] // [BC] } → AB = BC = CD = DA

De son côté Marius la questionne sur les égalités de longueur dans le but d'établir le début d'un calcul qui donne également l'égalité des longueurs des quatre côtés.

Travail de Marius

$$\left.\begin{array}{l} AB = AD \\ \text{ABCD parallélogramme} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} AB = DC \\ AD = BC \end{array}\right. \end{array}\right\} AB = BC = CD = DA$$

Ainsi, Chloé peut interpréter le questionnement de Marius comme étant relatif à l'obtention d'une conclusion et pas simplement à la traduction en écriture symbolique des hypothèses.

Construction par Marius du pas de démonstration attendu

179. Marius : Oui non ce que je pensais c'était qu'on était en train, tu vois la première AB = AD c'est l'énoncé.
180. Chloé : Ouais.
181. Marius : **AD = BC c'est ça correspond à un rectangle a ses côtés opposés…**
182. Chloé : Opposés parallèles.
183. Marius : **… et de même mesure.**
184. Chloé : Ouais.
185. Marius : **Oui c'est surtout de même mesure.**
186. Chloé : Mm.
187. Marius : **Des côtés opposés de même mesure.**
188. Chloé : Ah oui ! Ah oui d'accord !
189. Marius : D'accord ?
190. Chloé : Ouais.
191. Marius : Ça y est t'as vu…
192. Chloé : Ouais.
193. Marius : … maintenant ?
194. Chloé : Oui oui j'ai compris !

Chloé paraît avoir enfin compris. Soit, elle a compris que seule la seconde partie de la propriété du parallélogramme était nécessaire, soit elle sait maintenant quel type de raisonnement Marius attendait d'elle, soit, plus simplement, elle sait le rôle du travail sur les mesures dans la construction de la démonstration.

IV.2.2.5. Validation

195.	Marius	:	**Bon après là qu'est ce que tu peux mettre, un peu plus loin, vas, vas mettre encore un petit peu plus loin, tu avances. Voilà, qu'est-ce que tu peux mettre là comme côtés opposés de même mesure ?**
196.	Chloé	:	Heu AB est égal à DC.
197.	Marius	:	Là je crois que tu as compris non ?
198.	Chloé	:	Ouais. Là je mets AB est égal à DC ?
199.	Marius	:	Oui.
200.	Chloé	:	Heu ouais. *(Elle écrit AB = DC)* Donc heu ouais. AB… Donc heu donc heu… *(Elle écrit "donc AB = AD = BC = DC")* AB est égal à AD est égal à BC est égal à DC.
201.	Marius	:	**Voilà. Tu vois ça correspond à la conclusion de ce que tu m'avais donné. D'accord ?**
202.	Chloé	:	Donc… AB =…

Chloé rédige de manière satisfaisante en écrivant, d'une part, les égalités données en hypothèse et déduites du parallélogramme et, d'autre part, en indiquant par « donc » la déduction de l'égalité finale (cf. Figure 43). Elle construit ainsi un pas de démonstration que Marius approuve.

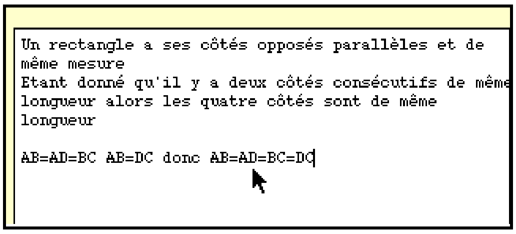


Figure 43 : Rédaction de la transitivité de l'égalité
(protocole 17, p. 229).

Revenons sur les deux hypothèses que nous avions formulées sur l'origine de sa difficulté. À propos du niveau d'explicitation du raisonnement, l'interaction avec Marius, qui a débouché sur l'explicitation d'un pas de démonstration, a donné à Chloé les moyens de savoir ce qu'elle doit faire. La démonstration qu'elle propose présente un nombre suffisant de pas de démonstration. En outre, relativement au travail mathématique dont elle doit faire preuve, le recours au calcul lui a donné une belle occasion de savoir qu'elle a fait un travail mathématique non trivial.

IV.2.2.6. Épilogue

Marius peut alors poursuivre la démonstration. Il relance Chloé sur la validation de son raisonnement.

203.	Marius	:	Bon est-ce que, juste, Chloé !
204.	Chloé	:	Mm ?

205. Marius : **Est-ce que ça suffit pour avoir un carré ?**
206. Chloé : AB égal à AD, heu… Ouais. Ouais j'pense… Ben oui ! Oui les quatre côtés sont égaux.

Marius pose en fait la question des angles droits qui manquent pour établir que c'est bien un carré. La démonstration qu'il a finalement en tête est celle qui ne passe pas par le losange (cf. Figure 40). Or, il y a d'autres façon de montrer que le rectangle est un carré. Au début de l'interaction, Chloé avait déjà utilisé les angles droits pour démontrer que c'est un carré (cf. 58). Donc, elle connaît cette propriété et l'a utilisée correctement. Comme elle est en train de faire une autre démonstration (fait confirmé par sa réponse en 222) dans laquelle la question de l'angle droit ne se pose pas, elle ne comprend pas immédiatement ce que demande Marius. Pour l'amener sur les angles droits, il construit perceptivement un losange (construction assistée par des cercles, cf. Figure 44).

214. Chloé : Mm. **C'est un parallélo…** Pourquoi il fait un cercle ! Pourquoi il y a des cercles ?
215. Marius: Pourquoi je fais des cercles !
216. Chloé : Ah pour me montrer qu'ils sont de même mesure. Non ?
217. Marius: Voilà. Et est-ce que j'ai un carré ?
218. Chloé : Non. Ben il faut qu'il y ai quat…
220. Chloé : Il faut qu'il y ai heu au minimum heu un angle droit !
221. Marius: Voilà. Hein alors est-ce que tu l'as rajouté, est-ce que tu es sûre que tu as un angle droit ?
222. Chloé : **Heu ben oui puisque un rectangle ça a forcément un angle droit ?**

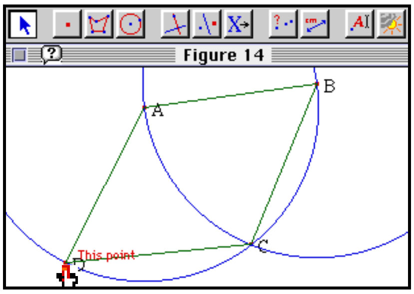
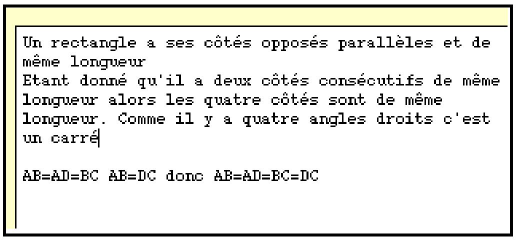


Figure 44 : (protocole 17, p. 231).

Marius lui demande alors d’ajouter dans sa rédaction le fait qu'il y ait un angle droit, ce qu'elle fait. La rédaction finale est la suivante (cf. Figure 45) :



Un rectangle a ses côtés opposés parallèles et de même longueur
Etant donné qu'il a deux côtés consécutifs de même longueur alors les quatre côtés sont de même longueur. Comme il y a quatre angles droits c'est un carré

AB=AD=BC AB=DC donc AB=AD=BC=DC

Figure 45 : Rédaction finale de la démonstration (protocole 17, p. 232).

Marius revient sur la raison de l'appel de Chloé : qu'est-ce qu'une démonstration ?

243. Marius : **Bon est-ce que tu comprends mieux maintenant ce que c'est que démontrer ?**
244. Chloé : Mm. Ouais ouais là c'est bon.
245. Marius : C'est bon ?
246. Chloé : Mm.

247.	Marius	:	Alors ce que, les égalités que je t'ai fait marquer c'était simplement une autre façon de d'écrire hein heu ce que tu as écrit dans ta phrase.
248.	Chloé	:	D'accord.
249.	Marius	:	Voilà.

La requête initiale de Chloé à propos de la démonstration a été satisfaite sur un exemple puisque Marius a validé son raisonnement.

IV.2.3. Conclusion : un autre processus explicatif

Au cours de cette interaction, on voit les marques extérieures d'un processus explicatif. Chloé a besoin d'aide. Marius dit explicitement qu'il essaye de lui faire comprendre quelque chose (cf. 157-159) et contrôle que finalement Chloé a bien compris (cf. 191 puis 197). Du point de vue de Marius, on pourrait dire qu'il a expliqué comment on obtient l'égalité des longueurs des quatre côtés en utilisant la deuxième partie de la propriété du parallélogramme.

Pourtant, l'analyse montre que l'incertitude de Chloé est plutôt liée au fait de savoir, soit jusqu'où expliciter sa démonstration, soit comment faire une démonstration qui soit significative d'un travail mathématique alors que l'exercice posé admet une réponse évidente. L'interaction avec Marius lui permet de répondre à ces deux questions mais de façon indirecte. En effet, elle peut lire l'intervention de Marius comme une évaluation de son travail. Elle peut toujours interpréter ses réactions au raisonnement qu'elle présente comme étant relatives au niveau de détail qu'elle propose, même si ce n'est pas l'intention de Marius. D'autre part, l'utilisation de la transitivité des égalités de longueur, effectuée sous le contrôle de Marius, lui permet de faire un travail mathématique significatif. Dans ce contexte, le processus explicatif paraît avoir pour principal effet, du point de vue de Chloé, de répondre à ces deux questions indépendamment du contenu de l'explication.

Si l'on veut parler de processus explicatif, il faut tenir compte du fait que, comme dans tout processus explicatif, les points de vue de celui qui explique et de celui à qui l'on explique sont nécessairement divergents. Dans cette interaction, l'explication de Marius consiste à faire reconstruire par Chloé le raisonnement qu'il a élaboré pour lui-même et à partir duquel il pense qu’elle pourra comprendre. L'explication produite par Marius est relative à la démonstration telle qu'il l'envisageait plutôt qu'à celle de Chloé. Celle-ci tire de ce processus les explications dont elle a besoin et qui ne sont pas celles que Marius avait l'intention de produire.

CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre était de montrer que, expérimentalement, dans le cas du préceptorat, toute intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu ne se fait pas nécessairement au détriment de l'apprentissage.

Nous avons analysé les interactions recueillies lors des expérimentations selon deux sortes d'interventions de l'enseignant : l'étayage et l'explication. Cette analyse passe par la prise en compte du sens mathématique construit par l'élève au cours de son activité et de la nature des interventions des précepteurs. Nous avons proposé une structure permettant de contrôler l'interaction de l'élève ou du précepteur avec l'environnement Cabri-géomètre. Les quatre niveaux de mise en œuvre d'une primitive permettent de donner un cadre d'analyse à l'étayage et à l'explication en contrôlant à propos de quoi ils ont lieu. À partir de cet outil de contrôle de l'usage de Cabri-géomètre, nous avons effectivement pu reconstruire les processus de négociation allant de l'étayage à l'effet Topaze, ainsi que les processus explicatifs relatifs à la construction de figures géométriques. Nous avons également traité un exemple de processus explicatif à propos de l'activité de démonstration, montrant ainsi comment notre analyse reste pertinente sur d'autres objets mathématiques que la construction de figures géométriques.

Le contournement de la géométrie dans l'usage des primitives de Cabri-géomètre

Indépendamment de l'intervention du précepteur, le soutien de l'activité de l'élève vient de la présence de Cabri-géomètre et dépend de sa pertinence pour résoudre la tâche mathématique. Quand les précepteurs interviennent, une relation entre l'élève et Cabri-géomètre existe déjà. Elle a pu permettre à l'élève d'obtenir certains résultats et a pu également provoquer un blocage. Au cours de leurs interventions, les précepteurs doivent gérer ce rapport entre l'exercice choisi et Cabri-géomètre. Ils doivent évaluer ce qu'a déjà fait l'élève et ce qu'il est encore possible qu'il fasse de façon autonome. Or, la plupart du temps, les précepteurs n'ont pas utilisé les possibilités offertes par Cabri-géomètre. Notamment, ils n'ont pas laissé l'élève poursuivre dans une direction qui aboutit à une réfutation et sont intervenus avant que l'élève ait pu rejeter par lui-même sa solution. L'hypothèse d'une familiarité trop limitée avec Cabri-géomètre n'est pas recevable comme explication du fait que les précepteurs ne s'appuient pas sur les potentialités de l'interaction avec Cabri-géomètre. En effet, ce comportement est observé chez les précepteurs novices comme chez les experts de Cabri-géomètre. L'explication vient de la prise en compte du fait que les précepteurs intervenant dans TéléCabri ne connaissent pas l'exercice à propos duquel ils sont sollicités. Ils ne peuvent donc pas anticiper, au moment où ils interviennent, jusqu'à quel point Cabri-géomètre va permettre à l'élève d'atteindre la solution tout seul. De plus, les exercices n'étant pas tous conçus pour que l'interaction avec Cabri-géomètre soit très productive et la demande des élèves étant, de fait, toujours liée à un blocage, les précepteurs doivent intervenir pour rétablir la relation élève-milieu qui est, au moins momentanément, inadaptée. L'intervention des précepteurs est ainsi déclenchée. Nous avons obtenu les résultats suivants relatifs aux stratégies d'aide qu'ils emploient dans ces conditions.

La pratique de la géométrie dans l'environnement papier-crayon est omniprésente chez les précepteurs. Elle constitue une référence qu'ils réinvestissent dans les situations impliquant Cabri-géomètre. Elle leur permet d'élaborer des stratégies d'aide pour les élèves — étayage, explication — à partir de ce que serait la réalisation d'une figure analogue dans l'environnement papier-crayon. C'est une confirmation des résultats obtenus avec le dispositif du magicien d'Oz sur Cabri-géomètre (Soury-Lavergne 1994).

La référence à l'environnement papier-crayon n'est cependant pas toujours opérationnelle. Chez les précepteurs, elle est efficace parce qu'ils peuvent contrôler, par des connaissances géométriques, le passage de l'environnement papier-crayon à Cabri-géomètre. La structure en quatre niveaux que nous avons proposée permet de voir comment le passage de la mise en œuvre des instruments du papier-crayon à celle des primitives de Cabri-géomètre s'effectue efficacement par la géométrie. Mais ce passage n'est pas obligatoire. Lorsque les élèves contrôlent l'usage des instruments tel que le compas par des moyens qui échappent au géométrique, le passage d'un environnement à l'autre peut s'avérer problématique (un instrument correspondant à plusieurs primitives, par exemple). D'où un décalage entre les explications données par le précepteur et la compréhension que peut construire l'élève.

Le découpage en quatre niveaux de la mise en œuvre de Cabri-géomètre nous permet de voir que, dans l'interaction à distance, ce sont les deux niveaux les moins abstraits, le perceptivo-gestuel et le fonctionnel, qui sont partagés le plus explicitement. Cela conduit certains précepteurs à concentrer leur efforts sur ces niveaux là et même parfois exclusivement sur le perceptivo-gestuel. Il y aurait là un effet didactique au sens de

Brousseau, l'enjeu de l'interaction et l'objet de l'aide du précepteur glissant de la géométrie à la manipulation perceptivo-gestuelle de l'environnement.

La technologie limite le contrôle de la manipulation perceptivo-gestuelle des primitives de Cabri-géomètre et le rend difficile voire parfois impossible. En effet, la manipulation de la souris et du clavier par l'élève est évidement inaccessible au précepteur. Mais le plus notable dans les observations est le fait que le précepteur n'a pas toujours accès aux messages affichés par Cabri-géomètre pour l'élève. Les vitesses de communication ne permettent pas à l'ensemble des retours de Cabri-géomètre d'être également affichés sur la machine du précepteur. Pour les précepteurs débutant avec Cabri-géomètre, cette difficulté est particulièrement gênante car elle n'est pas compensée par un bon contrôle du niveau fonctionnel.

L'étayage, l'effet Topaze et le réinvestissement d'une signification mathématique

Nous avons vu comment l'étayage d'une tâche de construction dans Cabri-géomètre peut passer par un effet Topaze et finalement aboutir à un travail géométrique. La stratégie d'étayage employée par les précepteurs fait référence à l'environnement papier-crayon. Dans un cas, le processus observé reste au niveau de l'étayage mais ne permet pas d'assurer que l'élève contrôle la réalisation de sa figure par la géométrie. Dans l'autre, l'étayage passe par un effet Topaze caractérisé, ce qui n'empêche pas finalement l'élève de faire appel à ses connaissances en géométrie pour redonner sens à sa tâche et poursuivre.

Si l'effet Topaze est un passage momentané, qui n'est pas obligatoire, permettant à un travail mathématique significatif d'avoir lieu ensuite, alors il correspond à une stratégie d'aide utilisée par le précepteur pour permettre à l'élève de poursuivre sa tâche. On comprend ainsi mieux pourquoi l'enseignant s'engage dans ce type de négociation du sens de l'activité de l'élève, allant jusqu'à l'effet Topaze. Ainsi, dans TéléCabri, toute intervention du précepteur ne se solde pas par une perte complète du contrôle mathématique de la situation par l'élève.

Le précepteur de TéléCabri, un tuteur ?

Tous les précepteurs guident et aident leurs élèves par rapport à une solution de l'exercice qu'ils ont identifiée. La prise en compte de la situation de l'élève consiste pour le précepteur à évaluer les comportements et les propositions de ce dernier par rapport à la solution particulière à laquelle il est lui-même arrivé. Dès que l'élève fait une proposition qu'il ne peut pas rattacher à sa propre procédure de résolution, le précepteur intervient pour le ramener dans la bonne direction. Ainsi, dans TéléCabri, l'action des précepteurs relève plutôt du tutorat, le tutorat étant, dans le sens brunerien, l'action d'aider un élève pour qu'il atteigne une solution identifiée au préalable en lui évitant de s'éloigner du chemin qui permet de l'atteindre.

Cela nous amène sur le terrain de l'explication à propos de laquelle se pose la question de l'intelligibilité de la solution du précepteur pour l'élève. L'élève est lui-même en train de résoudre l'exercice et construit donc sa propre solution.

Une explication peut en cacher une autre

Les processus explicatifs analysés montrent que malgré la distance existant entre le point de vue du précepteur et celui de l'élève, un processus explicatif a lieu. Cependant, ce qui est finalement expliqué n'est pas forcément ce qui a été en jeu explicitement dans le processus.

Enfin, nous terminons en signalant que le précepteur de TéléCabri est également un enseignant. Cela apparaît en conclusion des interactions lorsqu'il réinjecte un peu de connaissance mathématique dans des situations n'ayant pas permis de faire fonctionner quelque chose d'intéressant du point de vue mathématique et didactique. Lorsqu'il n'a pas pu trouver rapidement de quelle manière la situation pouvait être utile pour l'apprentissage ou inscrire l'objectif dans le déroulement de la situation, il le réinsère plus ou moins artificiellement en conclusion de l'interaction. Dans des cas extrêmes, la situation véhicule tellement peu d'enjeu mathématique que le précepteur est obligé de négocier le fait qu'il s'est quand même passé quelque chose. Une négociation relative au contrat didactique apparaît alors explicitement.

Conclusion

Étayage et processus explicatif : deux regards sur les interventions du précepteur dans TéléCabri

Pour répondre à la question que nous posions dans l'introduction, « l'intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu est-elle une entrave à l'apprentissage ? », nous avons suivi deux voies complémentaires : celle de l'étayage et celle du processus explicatif.

Caractérisation de l'étayage et du processus explicatif

L'étayage est une intervention de l'enseignant dans la relation élève-milieu qui transforme cette relation tout en préservant l'essentiel de la signification mathématique de l'interaction pour l'élève. Nous sommes partis des hypothèses sur la négociation du contrat didactique comme processus permettant la dévolution et nous avons identifié une négociation particulière relative au sens de la situation mathématique de l'élève. Les interventions du précepteur qui modifient la relation élève-milieu peuvent être analysées comme une négociation de la signification de la situation de l'élève. Il apparaît alors que cette même négociation, une fois qu'elle est engagée, peut aboutir à l'effet Topaze qui caractérise une modification fondamentale de la relation élève-milieu, dénaturant la signification des connaissances construites par l'élève dans l'interaction avec le milieu.

Cette intervention de l’enseignant dans la relation élève-milieu est rendue nécessaire par un constat d’échec de la situation didactique initialement prévue. À partir de ce moment là, si l’enseignant n’intervient pas, il renonce à son rôle et sa relation didactique avec l’élève est mise en péril. En outre, il existe, pour son intervention, un espace de négociation sur la signification de la situation qui lui permet de ne pas dénaturer obligatoirement et immédiatement le sens de la situation pour l’élève. Par conséquent, son intervention peut très bien, dans un premier temps, ne pas toucher à l’essentiel de la tâche de l’élève et préserver, pour ce dernier, le sens de son interaction avec le milieu. La négociation est ainsi initiée et conduit à un début de transformation de la situation de l’élève par l’enseignant. Lorsque ce dernier soutient l’action de l’élève sur le milieu, il s’agit d’étayage. Ce soutien consiste à prendre en charge certains aspects de la tâche, permettant à l’élève de se focaliser momentanément sur certaines actions et rétroactions du milieu et de négliger les autres. Il préserve le sens de l’activité pour l’élève et permet à ce dernier d’associer un sens mathématique à son interaction avec le milieu, le libérant ainsi après coup de l’assistance de l’enseignant.

Le processus explicatif est une intervention de l’enseignant auprès de l’élève pour « déproblématiser » certains aspects de son interaction avec le milieu. Il fait suite au diagnostic d’une relation problématique de l’élève avec le milieu engendrant un besoin de comprendre. À partir de la finalité de « faire comprendre », qui est celle de l’explication dans l’interaction didactique, nous avons montré que la modélisation de l’explication didactique par un processus explicatif, co-construit par le précepteur et l’élève au cours de l’interaction, permettait de rendre compte de la démarche explicative de l’enseignant. Nous avons mis en évidence une particularité du processus explicatif dans l’interaction didactique due au fait que les connaissances de l'enseignant sont l'intermédiaire par lequel les objectifs d'apprentissages sont introduits dans la situation didactique. La responsabilité de l’enseignant vis-à-vis des connaissances institutionnalisées le conduit, au début du processus à diagnostiquer un besoin d’explication alors même que du point de vue de l’élève il n’y a pas de difficulté de compréhension. L’enseignant doit donc rendre problématique, aux yeux même de l’élève, l’interaction élève-milieu. Par ailleurs, à la fin du processus explicatif, c’est l’enseignant qui est le garant du fait que l’élève a finalement compris ce qu’il faut, c’est-à-dire ce qui pourra être reconnu comme un savoir. Il peut ainsi être conduit à renégocier avec l’élève le fait que celui-ci n’a en définitive pas compris ce qui est attendu. Cette originalité du processus explicatif dans l’interaction didactique montre que la réussite du processus explicatif doit être attestée à la fois par celui qui explique, en l'occurrence le précepteur, et celui à qui on explique, l'élève.

Afin de vérifier la pertinence des deux approches proposées pour la modélisation du travail de l'enseignant dans l'interaction didactique, nous avons eu recours à un dispositif expérimental nous permettant d'observer les interactions didactiques de préceptorat à des fins d'analyse.

Retour sur la méthodologie et le préceptorat

Nous avons montré la pertinence de ces deux outils de modélisation en les faisant fonctionner dans l'analyse des interactions de préceptorat, c'est-à-dire les interactions didactiques entre un enseignant et un unique élève. Ce cadre expérimental d'observation nous a donné accès à un niveau très détaillé de l'interaction entre le précepteur et l'élève et donc de la pratique du précepteur. Le préceptorat a bien joué son rôle de situation insolite révélatrice de pratiques habituelles chez les précepteurs (par exemple il a mis en évidence l'importance de la pratique de la géométrie papier-crayon chez les précepteurs), attestant de l'intérêt de ce type d'interaction pour l'analyse des interactions didactiques.

Cependant, la force des résultats que nous obtenons est déterminée par la maîtrise de la situation expérimentale que nous avons mise en place. Le contrôle de la situation dans laquelle évoluaient les sujets expérimentaux à l'aide du préceptorat distant dans TéléCabri est d'abord pragmatique. En privant les deux interlocuteurs d'un passé didactique commun, nous n'avons pas eu à prendre en compte l'historique de leur relation, qui de toute façon nous aurait échappé. Nous améliorons ainsi le contrôle du contexte de l'interaction. En ne faisant passer la communication que par certains canaux, tels que l'application partagée Cabri-géomètre, nous avons obligé les interlocuteurs à prendre en compte la particularité de l'environnement et à s'y adapter.

Néanmoins, nous avons également tenté de contrôler la situation expérimentale à un niveau plus théorique en problématisant la notion de préceptorat. Or, notre travail de modélisation du préceptorat en tant que type d'interaction didactique n'a pu se faire qu'en parallèle avec le développement de la plate-forme expérimentale et la réalisation pratique d'interactions de préceptorat distant. Il nécessite en particulier l'observation de régularités. Mais ces régularités ne peuvent s'observer que si deux conditions sont rassemblées : un développement théorique qui procure à l'observateur les connaissances nécessaires à l'observation de ces régularités et une stabilité des réalisations expérimentales pour que ces phénomènes se reproduisent. Ainsi, au terme de ce travail, les deux aspects restent inachevés à la mesure l'un de l'autre. Le développement de la modélisation du préceptorat que nous proposons est une perspective pour des recherches futures. La réinterprétation de nos travaux à la lumière des résultats qu'ils ont permis d'obtenir est une piste pour s'y engager.

Cependant, si les résultats obtenus sont très contextualisés, ils n'ont pas forcément un domaine de validité restreint. Ainsi, le choix du préceptorat constitue simultanément une force et une faiblesse de notre méthodologie.

Résultats sur Cabri-géomètre et TéléCabri

Les analyses des interactions de préceptorat dans la perspective d'étudier les interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu ont rendu nécessaire de caractériser le milieu avec lequel interagit l'élève et à propos duquel intervient le précepteur. Nous avons centré nos analyses sur la composante du milieu que constitue Cabri-géomètre. Nous avons proposé et utilisé deux structures qui nous ont permis de rendre compte, de façon opérationnelle dans l'analyse, de certaines actions de l'élève ou du précepteur.

La première est relative aux types de vérification de propriétés géométriques possibles sur la figure de Cabri-géomètre. Nous en avons identifiés quatre. Les deux premières vérifications consistent à constater perceptivement sur un Cabri-dessin (Laborde et Capponi 1994), que la propriété est vérifiée. Si la vérification utilise des constructions géométriques annexes permettant de mieux voir, alors la vérification est perceptivement instrumentée (Rollet 1997). Les deux autres vérifications opèrent au niveau de la figure géométrique. L'une consiste à vérifier, toujours perceptivement, que la propriété est présente sur une série de Cabri-dessins obtenus au cours d'un déplacement et pris comme les représentants de la même figure géométrique. Cette vérification passe toujours par la perception de l'utilisateur de Cabri-géomètre. Mais grâce au déplacement, ce dernier accède à des informations sur la figure qui restent masquées dans un Cabri-dessin. Nous parlons de *perception augmentée* pour cette troisième vérification. La quatrième vérification est celle rendue possible par l'oracle disponible dans Cabri-géomètre. Elle opère également au niveau de la figure. L'oracle a la particularité d'être la seule vérification possible, agissant sur la figure de Cabri-géomètre, qui ne fasse pas appel à la perception de l'utilisateur.

Ces quatre vérifications peuvent être mises en œuvre sur n'importe quelle figure de Cabri-géomètre et à propos de toute propriété (sauf pour l'oracle ou la liste des propriétés testables est fixée). En outre, la perception instrumentée et la perception augmentée peuvent être associées sur la même figure. Cependant, suivant la construction effective de la figure, les différentes vérifications d'une propriété ne donneront pas le même résultat. Cela permet de catégoriser les figures construites par les élèves ou les précepteurs : à propos d'une propriété donnée, une figure est soit perceptive, soit instrumentée, soit robuste.

La deuxième structure que nous avons employée dans nos analyses concerne l'utilisation d'une primitive de Cabri-géomètre pour résoudre un problème de construction. Nous avons décomposé cette utilisation en quatre niveaux correspondant à un type de contrôle de l'action : perceptivo-gestuel (Vergnaud 1994) pour l'utilisation physique de la primitive, fonctionnel pour son utilisation en tant que fonction de construction (objets en entrée, objets en sortie), géométrique pour l'utilisation des propriétés géométriques de l'objet construit par la primitive, et heuristique pour l'utilisation de l'objet construit pour résoudre le problème posé. Ces quatre niveaux permettent d'approcher le lien existant entre la connaissance outil et sa mise en œuvre concrète par une primitive. Les mêmes quatre niveaux sont adaptés à la description de la mise en œuvre d'un instrument dans l'environnement papier-crayon et permettent, par conséquent, la comparaison entre les deux environnements.

L'analyse des interactions de préceptorat sous l'angle de l'étayage et du processus explicatif avec ces deux outils révèle que dans TéléCabri :

- La pratique papier-crayon des précepteurs est omniprésente. Elle intervient dans leur résolution du problème mathématique posé et dans l'élaboration des aides qu'ils proposent aux élèves. Cela a des conséquences sur les étayages et les processus explicatifs observés.

- Les figures non robustes mais perceptivement instrumentées ont été souvent utilisées. Cela vient du fait qu'elles permettent des vérifications instrumentées qui sont d'un niveau plus élaboré que la seule perception. De plus, elles mettent en jeu des constructions géométriques annexes qui indiquent le passage à la construction robuste. Cependant, elles ne nécessitent ni la reconstruction complète de la figure ni la redéfinition d'un point (qui se heurte parfois à une impossibilité). Elles correspondent ainsi à l'utilisation de Cabri-géomètre comme un cahier de brouillon pour esquisser des croquis qui ne sont pas définitifs. Cependant, elles ne permettent pas d'exploiter le dynamisme des figures de Cabri-géomètre.

- Dans l'interaction entre le précepteur et l'élève supportée par le dispositif distant de TéléCabri, la référence commune est donnée par Cabri-géomètre. Elle est particulièrement explicite pour les niveaux les moins abstraits (perceptivo-gestuel et fonctionnel) de la manipulation des primitives de Cabri-géomètre. Cela conduit certains précepteurs à concentrer leurs aides sur ces niveaux.

- Cependant, la distance introduit, pour le précepteur, une quasi impossibilité de contrôler la manipulation perceptivo-gestuelle des items de Cabri-géomètre par l'élève. Ce problème sera résolu dès que les vitesses de communication entre le poste de l'élève et le poste du précepteur seront améliorées. Aujourd'hui, cette difficulté est particulièrement gênante lorsqu'elle n'est pas compensée par une parfaite maîtrise du niveau fonctionnel de la primitive. C'est le cas en particulier pour les précepteurs débutants.

- Le fait que les précepteurs interviennent auprès des élèves à propos d'un problème mathématique qu'ils ne connaissent pas entraîne qu'ils ne peuvent pas maîtriser toutes les conséquences de leur intervention sur la situation de l'élève (par exemple, dans quelle mesure le problème en est transformé). De plus, le sens attribué par les précepteurs aux actions des élèves est en décalage avec ce qui peut être diagnostiqué par ailleurs par le chercheur. La difficulté du diagnostic est ainsi révélée et montre que les précepteurs prennent nécessairement en compte, en premier lieu, leur propre perception du problème mathématique et d'une solution possible avant de considérer la situation de l'élève (Robert et Hache 1997).

Ces résultats relatifs à Cabri-géomètre et TéléCabri ont des conséquences sur la nature des aides et des interventions du précepteur.

Résultats sur l'étayage et l'effet Topaze

Les interventions des précepteurs ont eut lieu après un constat d'échec de la situation initiale, généralement à la demande de l'élève. Dans le cas de la construction de figures dans Cabri-géomètre, les précepteurs ont pris en charge une partie notable de l'action de l'élève. Cette aide a d'abord consisté en une assistance au découpage de la tâche de construction en sous-tâches dans lesquelles les élèves pouvaient mettre en œuvre leurs connaissances. Ce type d'aide caractérise bien l'étayage. Pour la réalisation de la construction, il s'agissait généralement de traduire un besoin exprimé par l'élève en actions dans Cabri-géomètre. Les précepteurs ont explicitement destiné leur aide aux deux niveaux les plus concrets de la manipulation des primitives de Cabri-géomètre, laissant à la charge de l'élève les niveaux heuristiques et géométriques. Or, le contrôle des niveaux concrets passe justement par celui des niveaux plus abstraits. Les précepteurs ont alors été amenés, soit à intervenir également aux niveaux plus abstraits, soit à contourner le recours à la géométrie en faisant appel à la pratique papier-crayon. Dans le second cas, si la référence à l'environnement papier-crayon est assez opérationnelle pour les précepteurs, elle l'est moins facilement pour les élèves. Nous avons vu qu'il n'y a pas une stricte correspondance entre les instruments de l'environnement papier-crayon et les primitives de Cabri-géomètre. Cette situation a alors conduit à des effets Topaze pour obtenir le choix et l'utilisation de la bonne primitive par l'élève alors que la référence à l'environnement papier-crayon s'avérait inopérante.

Toutefois, lorsque l'effet Topaze a été observé, il a été suivi du réinvestissement par l'élève d'un sens géométrique dans sa situation. Le dépassement de l'effet Topaze signalé par Tahri (1993) est aussi attesté par nos expériences.

Ainsi, l'intervention du précepteur dans la relation élève-milieu a pu avoir des effets positifs pour l'apprentissage y compris lorsqu'elle est passée par un effet Topaze.

Résultats sur le processus explicatif didactique

Les processus explicatifs observés montrent bien la double négociation, au début et à la fin du processus, sur le fait qu'il y a quelque chose à expliquer. Notamment lorsque la négociation initiale échoue, c'est-à-dire quand l'enseignant n'arrive pas à donner à l'élève les moyens de percevoir qu'il y a quelque chose dans la situation qui lui échappe et qui devrait lui apparaître problématique, alors le processus explicatif échoue également. La différence de points de vue entre le précepteur et l'élève apparaît ainsi dès le début du processus. Dans le cas d'un processus explicatif relatif à l'utilisation d'une primitive, nous avons vu également que la différence de compréhension du problème entre les deux interlocuteurs dure pendant tout le processus. Les explications du précepteurs ont parcouru les quatre niveaux d'utilisation d'une primitive dans une direction (du niveau perceptivo-gestuel au niveau heuristique), alors que la compréhension de l'élève fonctionnait dans l'autre direction, du niveau heuristique au niveau perceptivo-gestuel, chaque niveau lui permettant de comprendre ce qui se passait au niveau précédant.

Nous avons vu également que les explications des précepteurs sont guidées par leurs propres solutions, que ce soit au sujet de la construction d'une figure ou à propos de l'élaboration d'une démonstration, avant de l'être par la prise en compte de la situation de l'élève. Cela nous invite à parler de « tutorat » pour caractériser la majorité des aides apportées par les précepteurs.

Et le contrat didactique ?

À l'issue de ce travail, l'effet Topaze peut être réinterprété comme le résultat d'une négociation du sens de la tâche de l'élève qui ne fait pas appel au contrat didactique. Toutes les interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu ne relèvent pas de la négociation du contrat didactique. Elles existent dans le cadre donné par le contrat didactique, comme tout ce que l'on observe dans une situation didactique. De plus, elles déterminent en retour une évolution du contrat didactique. Cependant, la négociation de l'évolution du contrat didactique modélise les conditions qui rendent possible, dans la situation didactique, la relation adidactique de l'élève avec le milieu et finalement l'apprentissage. Les interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu ont, elles, pour objectif de faire en sorte que l'interaction adidactique de l'élève avec le milieu soit plus adaptée aux connaissances de l'élève et à l'objectif d'apprentissage. Pour cela, le précepteur tente d'agir sur l'élève et sur le milieu pour rendre l'interaction plus pertinente relativement aux connaissances qui sont en jeu.

Dans l'introduction, nous constations que les interventions de l'enseignant sont souvent assimilées à une dénaturation de la situation de l'élève. Nous avons montré dans ce travail que, au contraire, les interventions de l'enseignant peuvent avoir des effets positifs sur l'apprentissage des élèves, y compris lorsqu'elles entraînent un effet Topaze. Nous invitons alors à une reconsidération des interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu en les distinguant de la négociation de l'évolution du contrat didactique, même si ces deux processus correspondent à deux facettes interdépendantes de l'activité de l'enseignant.

Références

Ag Almouloud S., 1992, *L'ordinateur, outil d'aide à l'apprentissage de la démonstration et de traitement de données didactiques*, Thèse de l'Université de Rennes 1.

Arnold S., Shiu C., Ellerton N., 1996, Criticial Issues in the Distance Teaching of Mathematics and Mathematics Education, in A. J. Bishop *et al.* (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht The Netherlands : Kluwer Academic Publishers, pp. 701-753.

Arsac G., Balacheff N., Mante M., 1992, Teacher's Role and Reproductibility of Didactical Situations, *Educational Studies in Mathematics*, 23, pp. 5-29.

Artigue M., 1997, Le logiciel 'Derive' comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage, *Educational Studies in Mathematics*, 33, pp. 133-169.

Artigue M., Robinet J., 1982, Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(1), pp. 5-64.

Baker M., 1992, Le rôle de la collaboration dans la construction d'explications, in M. Joab (ed.) *Explication'92*, Actes des Deuxièmes Journées Explication, 17-19 juin 1992, Sophia-Antipolis INRIA, pp. 25-40.

Baker M., 1994a, A model for Negotiation in Teaching-Learning Dialogues, *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 5(2), pp. 199-254.

Baker M., 1994b, Argumentation, Explication, et Négociation : analyse d'un corpus de dialogues en langue naturelle écrite dans le domaine de la médecine, *Atelier de recherche "Modélisation d'explications sur un corpus de dialogue"* du groupe GENE du PRC-IA, pp. 1-26.

Baker M., 1995, Negotiation in Collaborative Problem-Solving Dialogues, in R.J. Beun, M. Baker et M. Reiner (eds.) *Dialogue and Instruction: Modeling Interaction in Intelligent Tutoring Systems*, NATO ASI Series F142, Berlin : Springer-Verlag, pp. 39-55.

Baker M., 1996, L'explication comme processus de structuration interactive des connaissances, in M. Baron et P. Tchounikine (eds.) *Actes de la journée "Explications et EIAO" du PRC-IA*, Paris 26 janvier 1996, Rapport LAFORIA 96/33, pp. 21-30.

Baker M., Dessalles J.-L., Joab M., Raccah P.-Y., Safar B., Schlienger D., 1993, Analyse et Modélisation d'Explications Négociées : le cas de la recherche d'informations documentaires, in L. Karsenty et P. Brezillon (eds.) *Actes de la journée d'étude*

"Explication et Coopération Homme-Machine", Paris 28 juin 1993, Rapport de recherche n°105 du CNAM, pp. 7-13.

Balacheff N., 1988, *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège*, Thèse de l'Université Joseph Fourier Grenoble I et de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

Balacheff N., 1990a, Problème de la production d'une explication : aspects conceptuels et langagiers, *Revue d'Intelligence Artificielle*, 4(2), pp. 149-160.

Balacheff N., 1990b, Nature et objet du raisonnement explicatif, in M. G. Séré et A. Weil-Barais (eds.) *Actes du colloque L'explication dans l'enseignement et l'EIAO,* Université de Paris XI Orsay LIREST, pp. 97-113.

Balacheff N., 1993, Artificial Intelligence and Real Teaching, in C. Keitel and K. Ruthven (eds.) *Learning from computers, Mathematics Education and Technology*, NATO ASI Series vol. 121, Berlin : Springer Verlag, pp. 131-158.

Balacheff N., 1994, Didactique et intelligence artificielle, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1.2), pp. 9-42.

Balacheff N., 1995, Conceptions Connaissances et Concepts, *Séminaire DidaTech n°157,* Laboratoire LSD2 de l'Université Joseph Fourier Grenoble I, pp. 219-244.

Balacheff N., 1996, TéléCabri, un environnement pour le préceptorat à distance, in *Actes du colloque Formation à distance, multimédia,* Fondation Sophia-Antipolis, pp. 43-51.

Balacheff N., 1997, *Conceptions Connaissances & Concept,* cours de DEA de didactique des disciplines scientifiques sur le Web à l'adresse suivante : http://www-eiah.imag.fr/EIAH/Balacheff/CoursConception/

Balacheff N., Kaput J., 1997, Computer-Based Learning Environments in Mathematics, in A. Bishop *et al.* (eds.) *International Handbook on Mathematics Education*, Dordrecht The Netherlands : Academic Publisher, pp. 469-501.

Balacheff N., Soury-Lavergne S., 1996, Explication et préceptorat, à propos d'une étude de cas dans TéléCabri, in M. Joab (ed.) *Explication'96*, *Actes des Troisièmes Journées Explication,* Sophia-Antipolis 19-21 juin 1996, INRIA, pp. 343-356.

Balacheff N., Sutherland R., 1994, Epistemological Domain of Validity of Microworlds: the Case of Logo and Cabri-géomètre, in R. Lewis et P. Mendelsohn (eds.) *Lessons from Learning, IFIP Conference TC3WG3.3,* North Holland, pp. 137-150.

Bellemain F., Capponi B., 1992, Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur, *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), pp. 59-97.

Berrendonner A., Grize J.-B. (eds.), 1981, *Logique Argumentation Conversation, Actes du colloque de Pragmatique*, Fribourg 1981, Berne : Peter Lang.

Bœro P., Rossella Garuti M. R., Mariotti M. A., 1996, Some Dynamic Mental Processes Underlying Producing and Proving Conjectures, in *PME XX*, *Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Valencia Spain.
http://www-cabri.imag.fr/Preuve/Resumes/Boero/Boero96.html

Bonnefond G., Daviaud D., Revranche B., 1992, *Pythagore Mathématiques 4ème*, Paris : Hatier.

Bouri M., Dieng R., Kassel G., Safar B, 1990a, Systèmes à base de connaissance et explications, in *Actes des IIIèmes journées du PRC-IA*, Paris mars 1990, Paris : Hermès, pp. 328-339.

Bouri M., Dieng R., Kassel G., Safar B, 1990b, Vers des systèmes experts plus explicatifs, in *Actes des IIIèmes journées du PRC-IA*, Paris mars 1990, Paris : Hermès, pp. 340-355.

Brousseau G., 1981, *Le cas de Gaël*, Bordeaux : IREM de Bordeaux.

Brousseau G., 1986, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), pp. 39-115.

Brousseau G., 1988a, Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), pp. 309-336.

Brousseau G., 1988b, Les différents rôles du maître, *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, 2(2), pp. 14-24.

Brousseau G., 1995, L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, in M.-J. Perrin-Glorian et R. Noirfalise (eds.) *Actes de la VIIIème école d'été de Didactique des Mathématiques*, Saint-Sauves d'Auvergne 22-31 août 1995, IREM de Clermont-Ferrand, pp. 1-46.

Brousseau G., 1998, *Théorie des situations didactiques en mathématiques,* Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Bruner J. S., 1983, *Le développement de l'enfant Savoir faire Savoir dire*, Paris : PUF.

Capponi B., Laborde C., 1994, *Cabri-classe, Apprendre la géométrie avec un logiciel,* Argenteuil : Éditions Archimède.

Chandrasekaran B, Tanner M. C., Josephson J.R., 1989, Explaining Control Strategies in Problem Solving, *IEEE Expert*, spring 1989, pp. 9-24.

Chevallard Y., 1985, *La transposition didactique,* Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Chevallard Y., 1991, Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, *petit x*, 27, pp. 41-76.

Chevallard Y., 1992, Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques, in B. Cornu (ed.) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, Nouvelle Encyclopédie Diderot, Paris : PUF, pp. 183-203.

Clancey W. J., 1983, The Epistemology of a Rule-Based Expert System —a Framework for Explanation, *Artificial Intelligence*, 20(3), pp. 215-251.

Comiti C., Grenier D., 1995, Étude de quelques phénomènes typiques de l’activité didactique, in M.-J. Perrin-Glorian et R. Noirfalise (eds.) *Actes de la VIIIème école d'été de Didactique des Mathématiques*, Saint-Sauves d'Auvergne 22-31 août 1995, IREM de Clermont-Ferrand, pp. 57-65.

Comiti C., Grenier D., 1997, Régulations didactiques et changements de contrats, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 17(3), pp. 81-102.

da Ponte J. P., 1994, Mathematics teachers' professional knowledge, in *PME XVIII, Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Lisbone Portugal, pp. 195-210.

Desanti J. T., 1970, L'explication en mathématiques, in Piaget *et al.* (eds.) *L'explication dans les sciences,* Paris : Flammarion Éditeur, pp. 57-71.

Douady R., 1986, Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), pp. 5-32.

Duval R., 1991, Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration, *Educationnal Studies in Mathematics*, 22(3), pp. 233-261.

Duval R., 1992, Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive ?, *petit x*, 31, pp. 37-61.

Duval R., 1994, Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repères IREM*, 17, pp. 121-138.

Fourez G., 1988, *La construction des sciences,* Bruxelles : De Bœck Université, Troisième édition revue, 1996.

Ghiglione R., Trognon A., 1993, *où va la pragmatique ?*, Grenoble : PUG.

Grize J. B., 1996a, *Logique naturelle & communications*, Paris : PUF.

Grize J. B., 1996b, Une explication ne prouve rien, in M. Joab (ed.) *Explication'96*, *Actes des Troisièmes Journées Explication*, 19-21 juin 1996, Sophia Antipolis France : INRIA, pp. 287-291.

Henri F., 1994, Distance Learning and Computer-Mediated Communication: Interactive, Quasi-Interactive or Monologue?, in C. O'Malley (ed.) *Computer Supported Collaborative Learning*, NATO ASI Series, vol. 128, Berlin : Springer Verlag, pp. 146-161.

Hoyles C., Noss R., 1996, *Windows on Mathematical Meanings*, Dordrecht Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Hoyles C., Sutherland R., 1989, *Logo Mathematics in the Classroom*, London : Routledge.

Kaye A. R., 1994, Computer Supported Collaborative Learning in a Multi-Media Distance Education Environment, in C. O'Malley (ed.) *Computer Supported Collaborative Learning*, NATO ASI Series, vol. 128, Berlin : Springer Verlag, pp. 125-143.

Kholer-Chesny J., 1981, Aspects des discours explicatifs, in P. Bange *et al.* (eds.) *Logique Argumentation Conversation, Actes du Colloque de Pragmatique*, Fribourg printemps 1981, Berne : Peter Lang, pp. 61-77.

Laborde C., Capponi B., 1994, Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1.2), pp. 165-210.

Laborde J.-M., 1995, Des connaissances abstraites aux réalités artificielles, le concept de micromonde Cabri, in J.-F. Nicaud *et al.* (eds) *Actes des 4èmes journées francophones Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur*, Paris : Eyrolles, pp. 29-40.

Ladrière J., 1970, L'explication en logique, in Piaget *et al.* (eds.) *L'explication dans les sciences,* Paris : Flammarion Éditeur, pp. 19-56.

Legrand M., 1989, *La crise de l'enseignement : un problème de qualité,* Lyon : Aléas Éditeur.

Leinhardt G., Greeno J. G., 1986, The Cognitive Skill of Teaching, *Journal of Educational Psychology*, 78(2), pp. 75-95.

Lemaire B., Safar B., 1991, Esmeralda : une architecture pour construire une explication par coopération de connaissances, in *Avignon 91, Actes des Onzièmes Journées Internationales Les Systèmes Experts & Leurs Applications*, Avignon 27-31 mai 1991, volume 1, pp. 81-93.

Leroux P., Vivet M., Brézillon P., 1996, Cooperation between Humans and a Pedagogical Assistant in a Learning Environment, in *COOP'96, Proceedings of the Second International Conference on the Design of Cooperative Systems*, Juan-les-Pins, 12-14 juin 1996.

Margolinas C., 1992, Analyse de situation et analyse du rôle du maître sur un cas particulier, *Séminaire DidaTech* n°138 de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1, pp. 185-205.

Margolinas C., 1993, *De l'importance du vrai et du faux en classe de mathématiques,* Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Mariotti M. A., Bartolini Bussi M. G., Bœro P., Franca Ferri F., Rossella Garuti M. R., 1997, Approaching Geometry Theorems in Contexts: from History and Epistemology to Cognition, in *PME XXI*, *Proceedings of the 21st International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Lahti Finland, pp. 180-195.
http://www-cabri.imag.fr/Preuve/Resumes/Mariotti/Mariotti97.html

Masseux N., 1998, *Rapport d'activité scientifique relatif au projet TéléCabri*, Laboratoire Leibniz Institut IMAG de Grenoble.

Moore J., 1996, Making Computer Tutors More Like Humans, *Jl. of Artificial Intelligence in Education*, 7(2), pp. 181-214.

Moore J., Swartout W. R., 1989, A Reactive Approach to Explanation, in *IJCAI-89, Proceedings of the Eleventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Detroit Michingan USA 20-25 Août 1989, pp. 1504-1510.

Mopondi B., 1996, Les explications en classe de mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15(3), pp. 7-52.

O'Malley, 1987, Understanding Explanation, in *Proceedings of the Third Alvey Explanation Workshop*, University of Surrey Septembre 87, pp. 137-156.

O'Malley C., 1994, Designing Computer Support for Collaborative Learning, in C. O'Malley (ed.) *Computer Supported Collaborative Learning*, NATO ASI Series, vol. 128, Berlin : Springer Verlag, pp. 283-297.

Pagnol M., 1928, *Topaze*.

Paris C.L., Wick M.R., Thompson W.B., 1988, The line of reasoning versus the line of explanation, in *Proceedings of the AAAI'88 Workshop on Explanation*, Saint Paul USA, august 1988, pp. 4-7.

Piaget J. et al., 1970, *L'explication dans les sciences*, Paris : PUF.

Robert A., 1995, Analyse des discours non strictement mathématiques accompagnant des cours de mathématiques, *Educational Studies in Mathematics*, 28, pp. 73-86.

Robert A., Hache C., 1997, Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait « fréquenter » les mathématiques à ses élèves pendant la classe ?, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 17(3), pp. 103-150.

Rollet C., 1997, *Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Schank R. C., 1986, *Explanation Patterns*, Hillsdale NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Schœnfeld A. H., 1996, Elements of a Model of Teaching, in *Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association,* New York 8-12 avril 1996.
http://www-gse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/TeachInContext/teaching-in-context.html

Schœnfeld A. H., Minstrell J., van Zee E., 1996, The detail analysis of an established teacher carrying out a non-traditional lesson, in *Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association,* New York 8-12 avril 1996.

Shulman L. S., 1986, Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching, *Educational Researcher*, 15(2), pp. 4-14.

Shulman L. S., 1987, Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform, *Havard Educational Review*, 57(1), pp. 1-22.

Smith R. B., O'Shea T., O'Malley C., Scanlon E., Taylor J., 1991, Preliminary Experiments with a Distributed, Multi-Media, Problem Solving Environment, in J. Bowers et S. Benford (eds.) *Studies in Computer Supported Cooperative Work: Theory, practice and design*, Amsterdam : Elsevier Science Publishers, pp. 31-48.

Soury-Lavergne S., 1994, *Analyse des décisions de l'enseignant dans une situation de magicien d'Oz*, Mémoire de DEA de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1.

Tahri S., 1993, *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse des décisions didactiques*, Thèse de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1.

Taylor J., O'Shea T., Scanlon E., O'Malley C., Smith R., 1993, Discourse and Harmony: Preliminary Findings in a Case-Study of Multimedia Collaborative Problem Solving, in R. Glanville et G. de Zeeuw (eds.) *Interactive Interfaces and Human Networks*, Amsterdam : Thesis Publishers, pp. 15-36.

Teasley S. D., Roschelle J., 1993, Constructing a Joint Problem Space: The Computer as a Tool for Sharing Knowledge, in S. P. Lajoie et S. J. Derry (eds.) *Computers as cognitive tools*, Hillsdale NJ : Lawrence Erlbaum, pp. 229-258.

Trognon A., 1991, La fixation de l'interprétation des énoncés dans l'interaction conversationnelle, in G. Vergnaud (ed.) *Les sciences cognitives en débat*, Paris : Éditions du CNRS, pp. 219-227.

Vergnaud G., 1991, La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2/3), pp. 133-169.

Vergnaud G., 1994, Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, in M. Artigue *et al.* (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, Grenoble : La Pensée Sauvage éditions, pp. 177-191.

Voigt J., 1985, Patterns and Routines in Classroom Interaction, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6(1), pp. 69-118.

Voigt J., 1994, Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 26, pp. 275-298.

Vygotski L. S., 1934, *Pensée et Langage*, Traduction française : F. Sève 1985, Paris : Messidor Éditions Sociales.

Wenger E., 1987, *Artificial Intelligence and Tutoring Systems*, Los Altos CA : Morgan Kaufmann Publishers.

Annexe 1

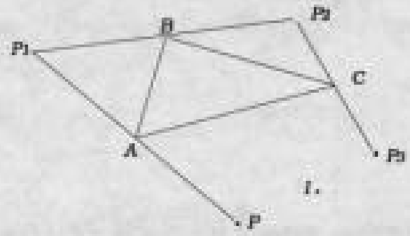
Problème I

QUATRIEME

FICHE 4-10

Autour d'un triangle

Construisez un triangle quelconque ABC. Mettez-le en gras.
Construisez un point P quelconque et son symétrique P1 autour de A.
Construisez P2 symétrique de P1 autour de B.
Construisez P3 symétrique de P2 autour de C.



Déplacez P.

Que dire de la figure quand P3 et P sont confondus ?

Construisez le point I milieu de PP3 ?

Que dire du point I quand on déplace P ? Expliquez.

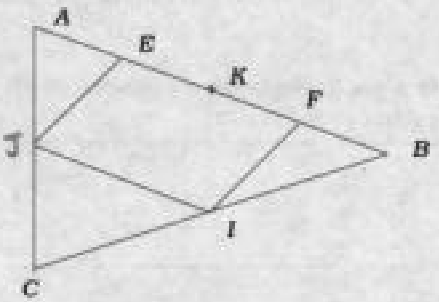
Problème II

QUATRIEME

FICHE 4-8

Des quadrilatères dans un triangle

Construisez un triangle ABC quelconque. I est le milieu de [BC], J le milieu de [AC] et K le milieu de [AB].
E est le milieu de [AK] et F le milieu de [KB].



Déplacez A, B et C et observez le quadrilatère EJIF.

A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un parallélogramme ? Justifiez.

A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un rectangle ? Justifiez.

A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un carré ? Justifiez.

Problème III

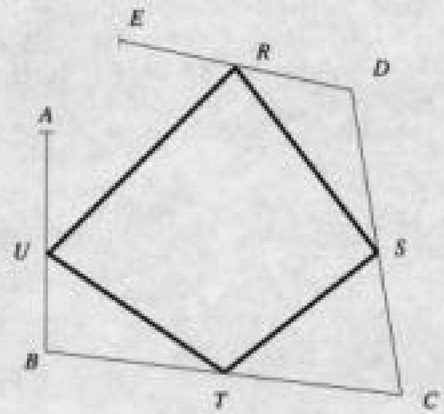
NIVEAU : 4e-3e

FICHE
SITUATION-34

A partir des milieux (quadrilatère)

On donne un quadrilatère RSTU quelconque.

Est-il possible de construire un quadrilatère ABCD dont R, S, T et U sont les milieux des côtés ?



Essayer d'explorer cette situation et de dégager des conditions pour que cette construction soit possible.
Justifiez vos constructions et vos observations.

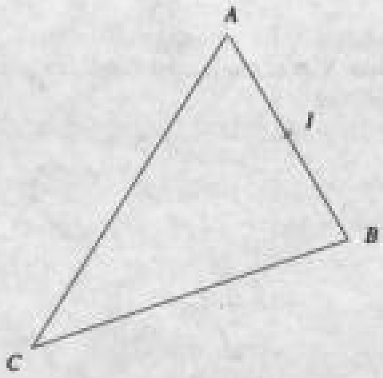
Problème IV

NIVEAU : 4e 3e

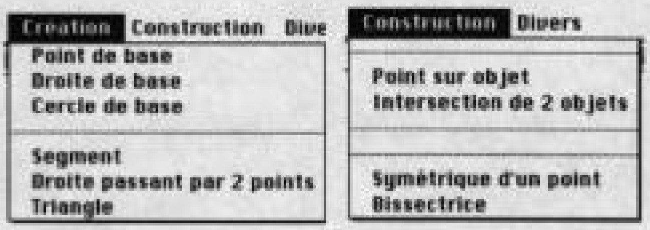
FICHE
SITUATION-45

Triangle et milieux

Construisez un triangle quelconque ABC et le milieu I du côté [AB].



Ouvrez le menu **Géomètre 8** [GEOM_8].



Construisez les milieux des côtés [AC] et [BC] du triangle ABC.

Expliquez votre construction et refaites-la sur cette feuille.

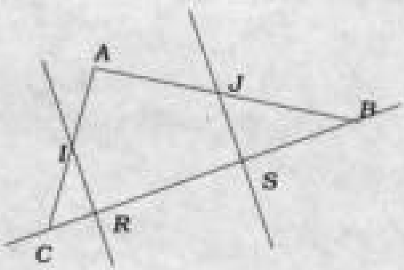
Problème V

FICHE 4-9

QUATRIEME

Comparer des longueurs

ABC est un triangle quelconque. I est le milieu de [AC] et J le milieu de [AB].
I se projette orthogonalement sur (BC) en R et J se projette orthogonalement sur (BC) en S.

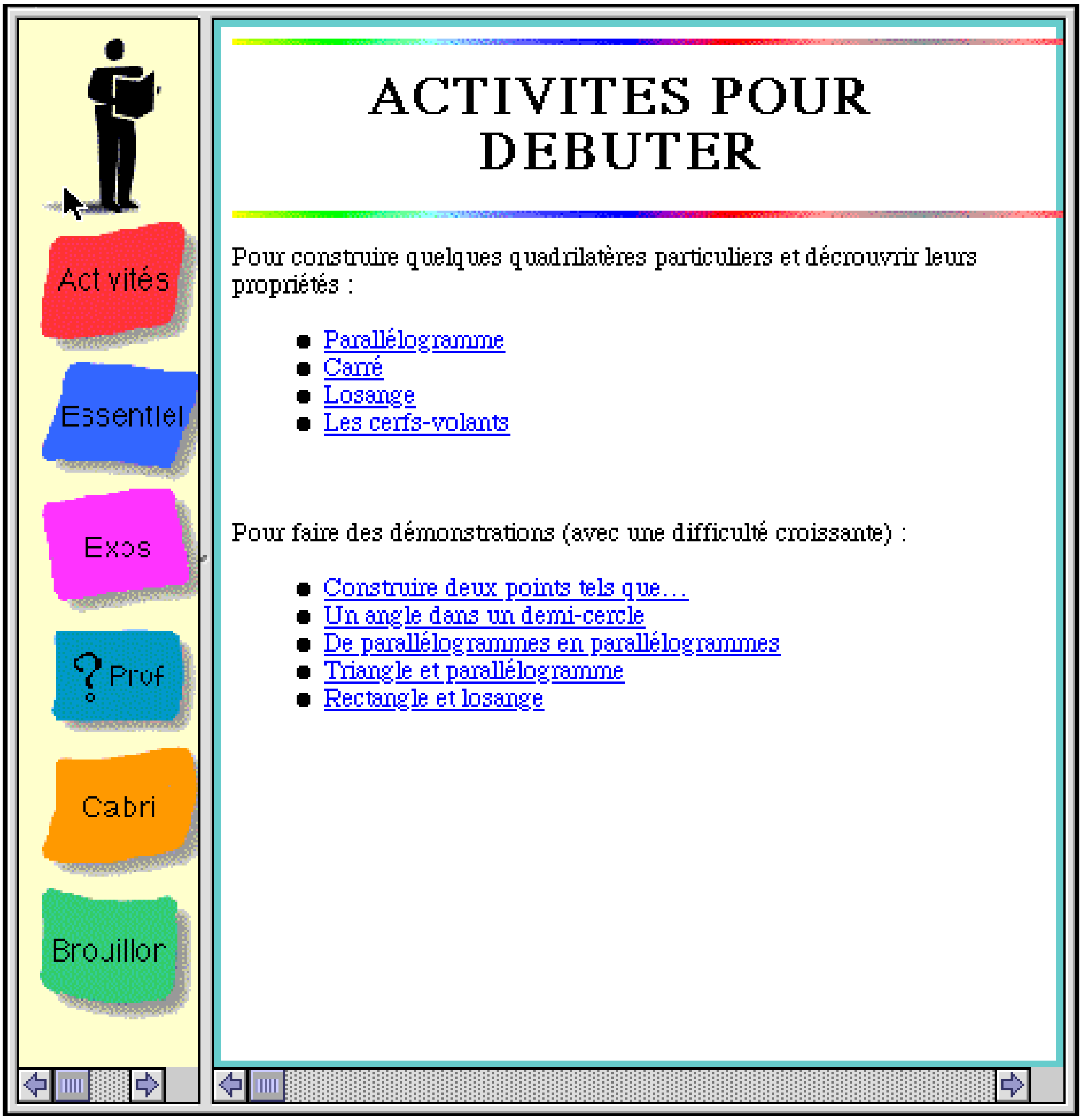


Comparez les longueurs des segments [RS] et [BC]. Justifiez.

Que dire de l'aire de IRSJ et de ABC ? Justifiez

Annexe 2

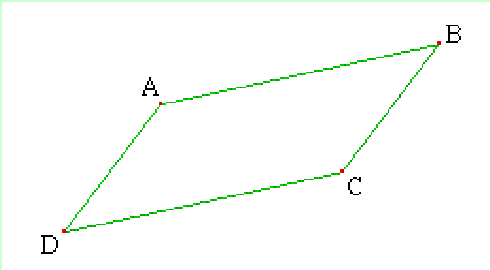
http://www-cabri.imag.fr/!soury/Quadrilateres/index.html


Act vités
E3sentlel
Ex3s
? Prcf
Cabri
Brouillor
ACTIVITES POUR DEBUTER
Pour construire quelques quadrilatères particuliers et découvrir leurs propriétés :
Parallélogramme
Carré
Losange
Les cerfs-volants
Pour faire des démonstrations (avec une difficulté croissante) :
Construire deux points tels que…
Un angle dans un demi-cercle
De parallélogrammes en parallélogrammes
Triangle et parallélogramme
Rectangle et losange

Parallélogramme

Dans Cabri-géomètre, ouvrez cette figure .

Construisez dans Cabri-géomètre un parallélogramme ABCD. Quand votre construction est terminée, déplacez les sommets. Si ABCD ne reste pas un parallélogramme votre construction est incorrecte, il faut la refaire. Mesurez ses côtés, ses diagonales et ses angles.



- Que peut-on dire des diagonales d'un parallélogramme quelconque ?

- Que peut-on dire des angles d'un parallélogramme quelconque ?

- Essayez de déformer le parallélogramme pour qu'il ait des diagonales égales et ne soit pas un rectangle. Notez vos observations.

- Essayez de déformer le parallélogramme pour qu'il ait des diagonales perpendiculaires et ne soit pas un losange. Notez vos observations.

Nouvelle construction

Construisez un parallélogramme qui ait un côté égal à une de ses diagonales.

Carré

Dans Cabri-géomètre, ouvrez cette figure : puis un menu réduit de Cabri-géomètre : .

• Première construction

Construisez un segment [AB].

Construisez un carré de côté [AB].

Quand votre construction est terminée, déplacez A ou B. Si le carré ne reste pas un carré votre construction est incorrecte, il faut la refaire.

Quand votre construction vous semble correcte, décrivez-la ici :

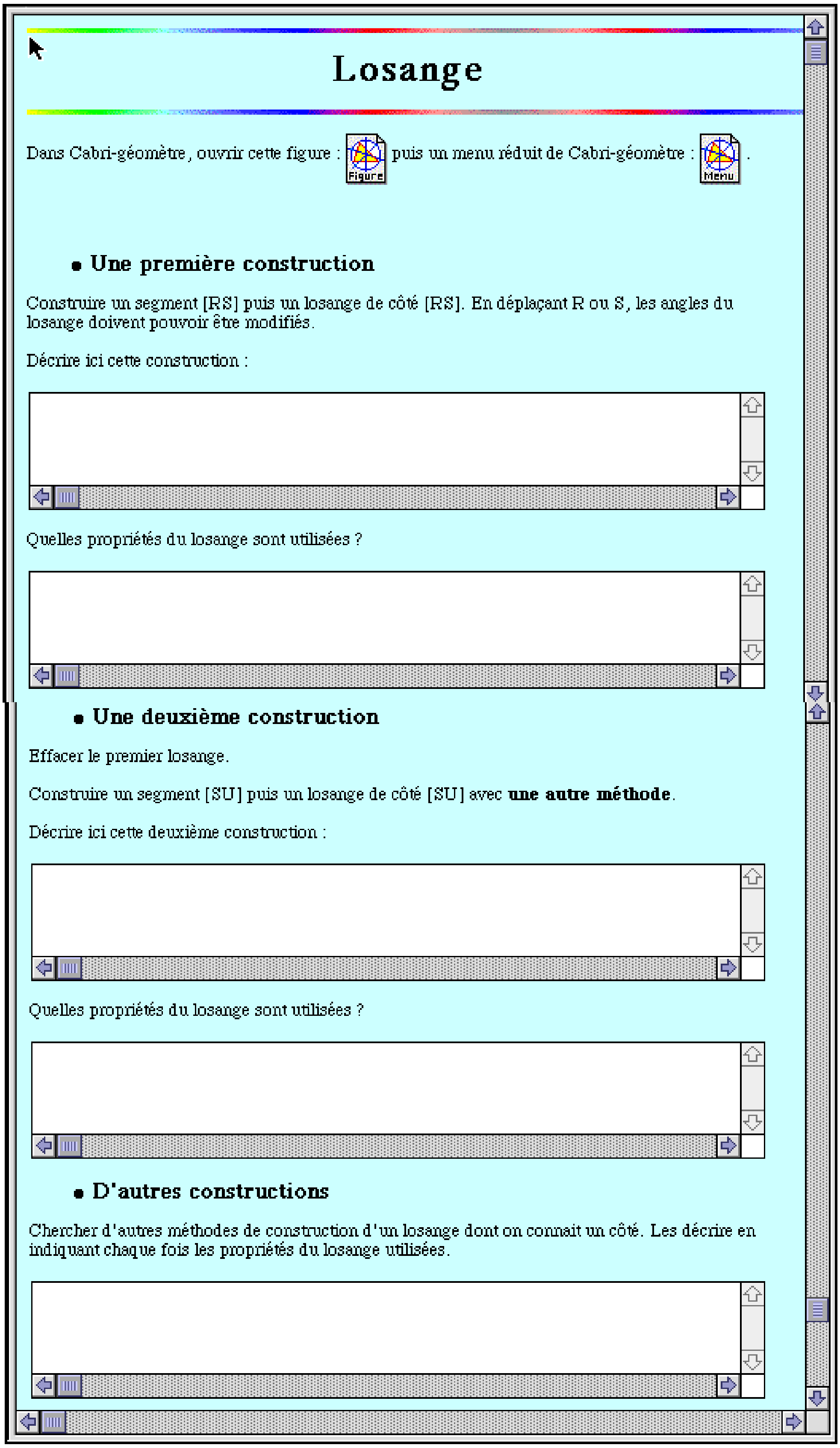
• D'autres constructions

Trouvez au moins deux autres methodes différentes pour construire un carré de côté [AB].

Pour chacune des constructions, décrivez-la et précisez les propriétés mathématiques du carré que vous utilisez.

Deuxième construction :

Troisième construction :



Losange

Dans Cabri-géomètre, ouvrir cette figure : Figure puis un menu réduit de Cabri-géomètre : Menu .

- **Une première construction**

Construire un segment [RS] puis un losange de côté [RS]. En déplaçant R ou S, les angles du losange doivent pouvoir être modifiés.

Décrire ici cette construction :

Quelles propriétés du losange sont utilisées ?

- **Une deuxième construction**

Effacer le premier losange.

Construire un segment [SU] puis un losange de côté [SU] avec **une autre méthode**.

Décrire ici cette deuxième construction :

Quelles propriétés du losange sont utilisées ?

- **D'autres constructions**

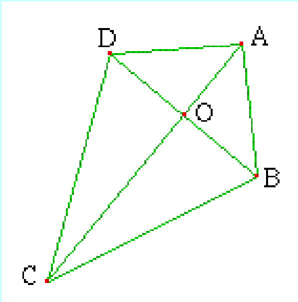
Chercher d'autres méthodes de construction d'un losange dont on connait un côté. Les décrire en indiquant chaque fois les propriétés du losange utilisées.

Des cerfs-volants

Un cerf-volant est un quadrilatère dont une diagonale est un axe de symétrie.

- Construire un cerf-volant ABCD de façon à pouvoir déplacer le point O sur la droite (AC).

Faire la figure avec Cabri-géomètre : Figure



- Construire ensuite un cerf-volant de façon qu'un côté soit le double de l'autre.

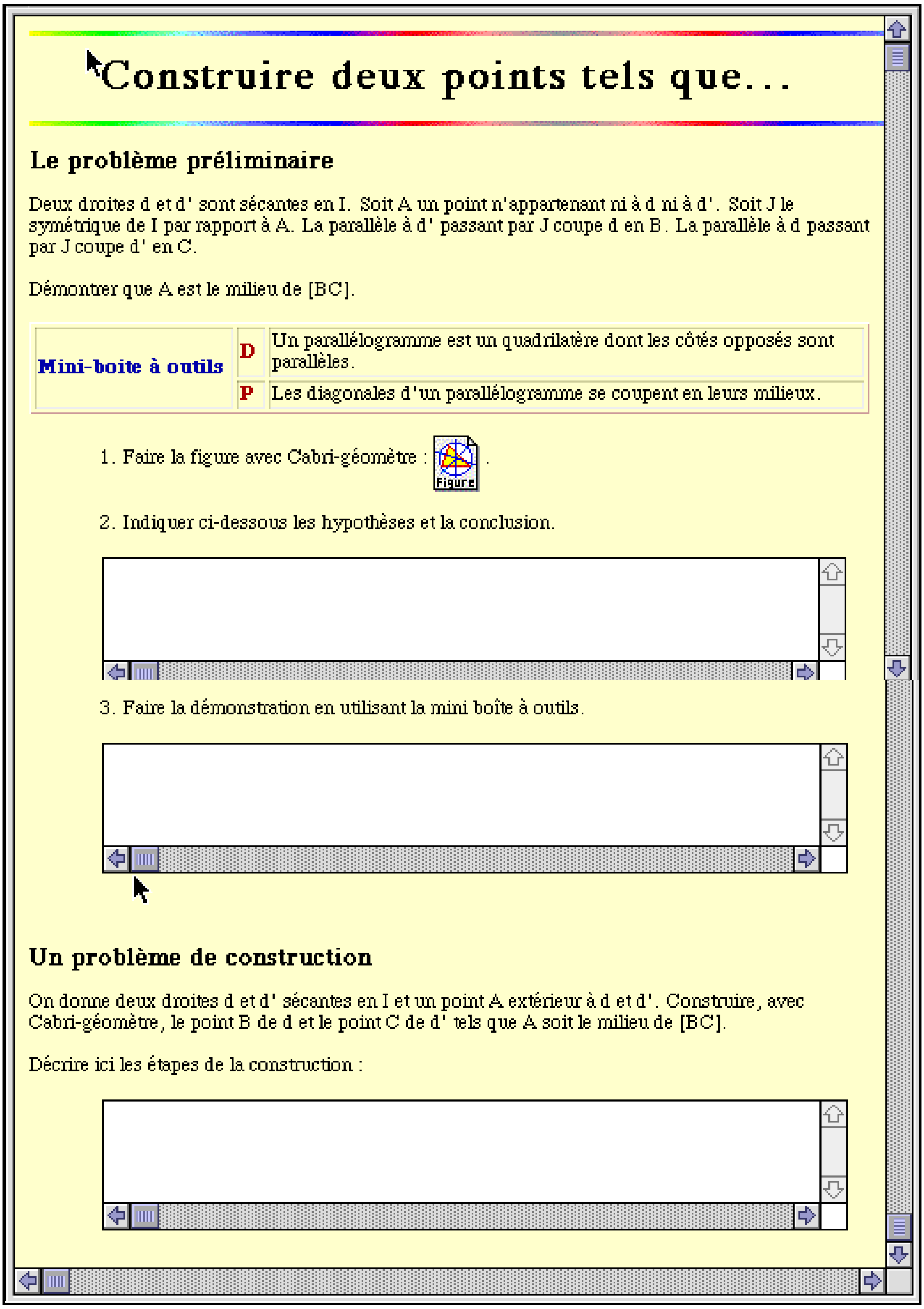
- Construire un cerf-volant de façon que les diagonales soient égales.

Attention ! Il faut pouvoir déformer le cerf-volant de façon à ce que le point d'intersection des diagonales puisse être déplacé.

Déplacer les points de la figure de façon à ce que le cerf-volant ait au moins un angle droit.

Etudier tous les cas possibles.

Noter ici les caractéristiques de chacunes des figures obtenues :



Construire deux points tels que...

Le problème préliminaire

Deux droites d et d' sont sécantes en I. Soit A un point n'appartenant ni à d ni à d'. Soit J le symétrique de I par rapport à A. La parallèle à d' passant par J coupe d en B. La parallèle à d passant par J coupe d' en C.

Démontrer que A est le milieu de [BC].

Mini-boite à outils	**D**	Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
	P	Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux.

1. Faire la figure avec Cabri-géomètre : Figure .
2. Indiquer ci-dessous les hypothèses et la conclusion.
3. Faire la démonstration en utilisant la mini boîte à outils.

Un problème de construction

On donne deux droites d et d' sécantes en I et un point A extérieur à d et d'. Construire, avec Cabri-géomètre, le point B de d et le point C de d' tels que A soit le milieu de [BC].

Décrire ici les étapes de la construction :

Un angle dans un demi-cercle

Le problème

Sur un cercle de centre O, on place deux points A et B diamétralement opposés et un troisième point C.

Faire la figure avec Cabri-géomètre : Figure .

Démontrer que l'angle ABC est droit.

Mini-boite à outils	**D**	Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits.
	P1	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.
	P2	Un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle.

1. Compléter la figure en traçant le diamètre [CD].

2. Quelles sont les hypothèses (indiquées par l'énoncé ou par la construction) ?
Quelle est la conclusion ?

Schéma de démonstration

Compléter le schéma de démonstration suivant (écrire le texte manquant et choisir les propriétés et définitions utilisées).

Par hypothèse [AB] et [CD] ont le

ABCD est un parallélogramme

Par hypothèse AB=

ADBC est un

D

L'angle ACB est droit

De parallélogrammes en parallélogrammes

Le problème

ABCD et CDEF sont des parallélogrammes (on suppose A, B, E et F non alignés).

Démontrer que ABEF est un parallélogramme.

Faire la figure avec Cabri-géomètre : Figure .

La démonstration

Mini-boite à outils	**D**	Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
	P1	Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.
	P2	Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

1. Indiquer ci-dessous les hypothèses et la conclusion.

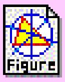
2. Faire la démonstration en utilisant la mini-boîte à outils.

3. Sachant que ABEF est un parallélogramme, en déduire d'autres propriétés de la figure.

Triangle et parallélogramme

Le problème

Soit un triangle ABC, E le milieu de [AB] et I le milieu de [BC]. On construit le point A' symétrique de A par rapport à I. Soit D le milieu de [A'C].

Faire la figure avec Cabri-géomètre : 

.

Démontrer que BECD est un parallélogramme.

Mini-boite à outils	**D**	Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
	P1	Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.
	P2	Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.
	P3	Si le point M est le milieu de [AB] alors MA=MB=AB/2
	P4	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.

1. Indiquer ci-dessous les hypothèses et la conclusion.

2. Faire la démonstration en utilisant la mini-boîte à outils.

Rectangle et losange

Le problème

On considère un rectangle ABCD. Soit I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC]. Soit le point E symétrique de D par rapport à I et le point F symétrique de D par rapport à J.

Faire la figure avec Cabri-géomètre : .

Démontrer que FEAC est un losange.

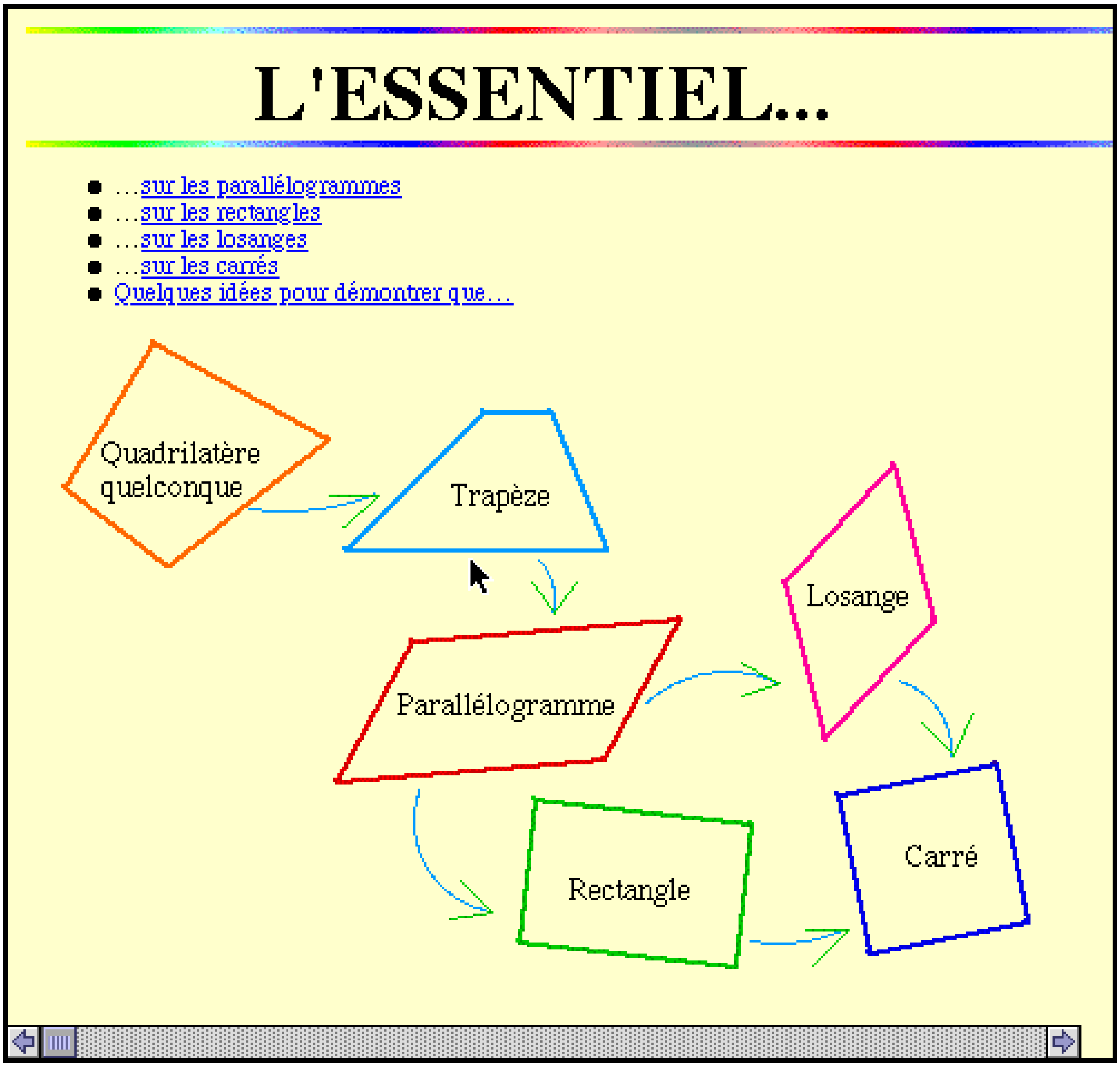
Mini-boite à outils	**D**	Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
	P1	Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.
	P2	Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.
	P3	Les diagonales d'un rectangle ont même longueur.
	P4	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.
	P5	Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

La démonstration

1. Démontrer que BEAD et BFCD sont des parallélogrammes. En déduire que [AE], [BD] et [FC] sont parallèles et de même longueur.

2. En déduire que FEAC est un parallélogramme.

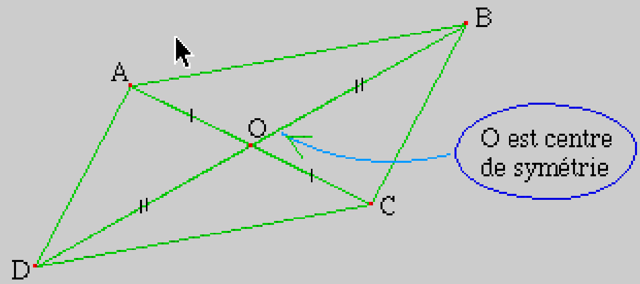
3. Démontrer que AE=AC. Conclure.


L'ESSENTIEL...
…sur les parallélogrammes
…sur les rectangles
…sur les losanges
…sur les carrés
Quelques idées pour démontrer que…
Quadrilatère quelconque
Trapèze
Losange
Parallélogramme
Rectangle
Carré

Le parallélogramme

Définition d'un parallélogramme :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles



Pour un exemple dynamique de parallélogramme voir la figure *"parallel"* dans Cabri-géomètre.

Première propriété caractéristique du parallèlogramme :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux.

Réciproquement,

un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.

Seconde propriété caractéristique du parallèlogramme :

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.

Réciproquement,

un quadrilatère dont les côtés opposés ont même longueur est un parallélogramme.

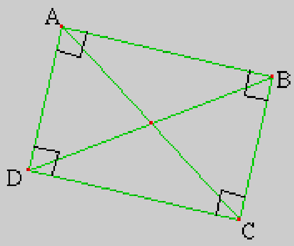
Autre condition pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme

Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Le rectangle

Définition d'un rectangle :

> Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits.



Pour un exemple dynamique de rectangle voir la figure "Rectangle" Figure dans Cabri-géomètre.

Première propriété caractéristique du rectangle :

> Un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit.
>
> *Réciproquement,*
>
> un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

Un rectangle possède donc les propriétés des parallélogrammes :

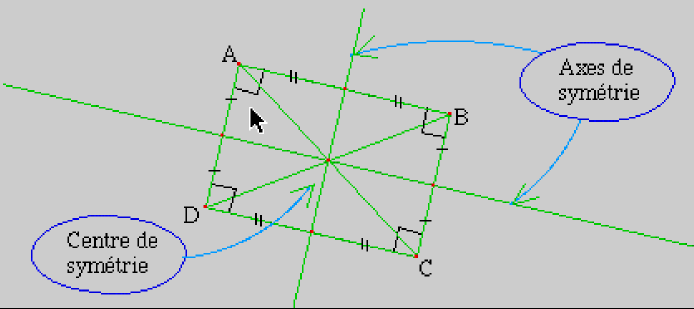
- ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur ;
- ses diagonales se coupent en leurs milieux.

Seconde propriété caractéristique du rectangle :

> Un rectangle est un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur.
>
> *Réciproquement,*
>
> un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur est un rectangle.

Axes et centre de symétrie d'un rectangle :

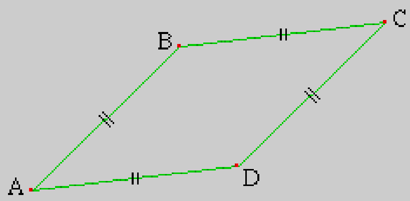
Les médianes sont des axes de symétrie.
Le point commun des diagonales est centre de symétrie.



Le losange

Définition d'un losange :

Un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur.



Pour un exemple dynamique de losange voir la figure "Losange" dans Cabri-géomètre.

Première propriété caractéristique du losange :

Un losange est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur.

Réciproquement,

un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Un losange possède donc les propriétés des parallélogrammes :

- ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur ;
- ses diagonales se coupent en leurs milieux.

Seconde propriété caractéristique du rectangle :

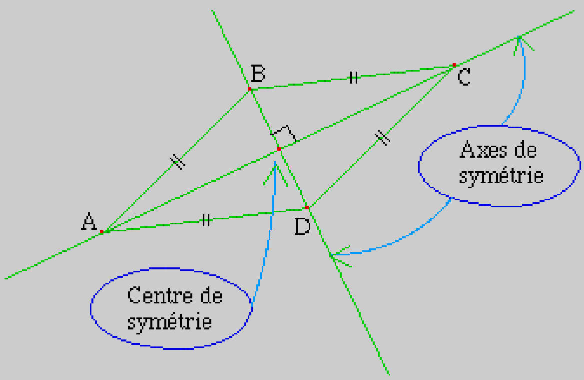
Un losange est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

Réciproquement,

un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.

Axes et centre de symétrie d'un losange :

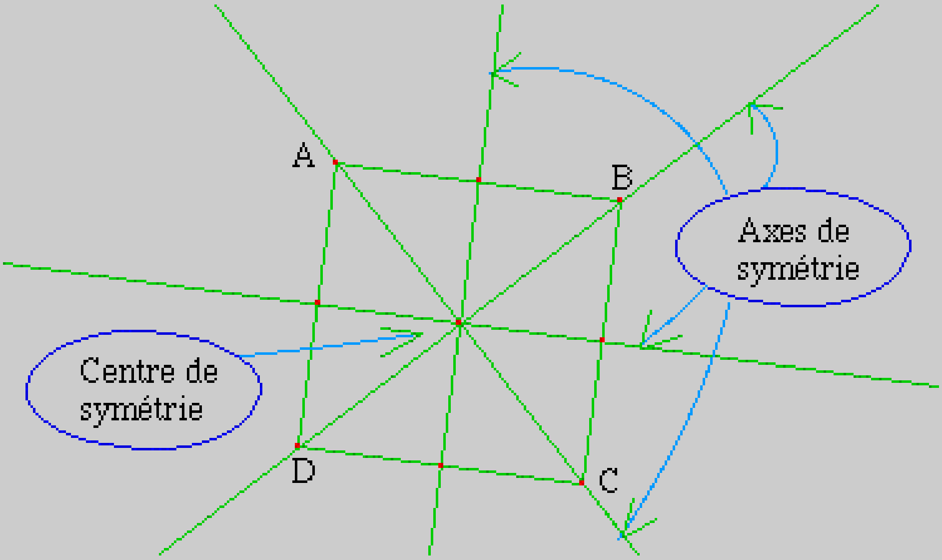
Les diagonales sont des axes de symétrie.
Le point commun des diagonales est centre de symétrie.



Le carré

Définition d'un carré :

Un carré est un quadrilatère qui est à la fois rectangle et losange.



Pour un exemple dynamique de carré voir la figure *"Carré"* Figure dans Cabri-géomètre.

Un carré possède toutes les propriétés du rectangle et du losange :

- ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur ;
- ses diagonales se coupent en leurs milieux.

Axes et centre de symétrie d'un carré :

- Les diagonales et les médianes sont des axes de symétrie.
- Le point commun des diagonales est centre de symétrie.

QUELQUES METHODES

Pour montrer que deux segments ont même longueur, vous pouvez :

- montrer qu'ils sont les côtés opposés d'un parallélogramme

  ou bien

- montrer qu'ils sont les deux côtés d'un losange

  ou bien

- montrer qu'ils sont les diagonales d'un rectangle

Pour montrer que deux droites sont parallèles, vous pouvez :

- montrer qu'elles sont les côtés opposés d'un parallélogramme

Pour montrer que deux droites sont perpendiculaires, vous pouvez :

- montrer qu'elles sont les côtés consécutifs d'un rectangle

  ou bien

- montrer qu'elles sont les diagonales d'un losange

Pour montrer qu'un point est le milieu d'un segment, vous pouvez :

- montrer que c'est le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme

Pour montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, vous pouvez :

- montrer que ce quadrilatère a ses côtés opposés parallèles

  ou bien

- montrer que ce quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux

  ou bien

- montrer que ce quadrilatère a ses côtés opposés de mêmes longueur

  ou bien

- montrer que ce quadrilatère à deux côtés opposés qui sont à la fois parallèles et de même longueur

Pour montrer qu'un quadrilatère est un rectangle, vous pouvez :

- montrer que ce quadrilatère est un parallélogramme

  puis

  - que ce quadrilatère a un angle droit

    ou bien

  - que ce quadrilatère a des diagonales de même longueur

Pour montrer qu'un quadrilatère est un losange, vous pouvez :

- montrer que ce quadrilatère est un parallélogramme

  puis

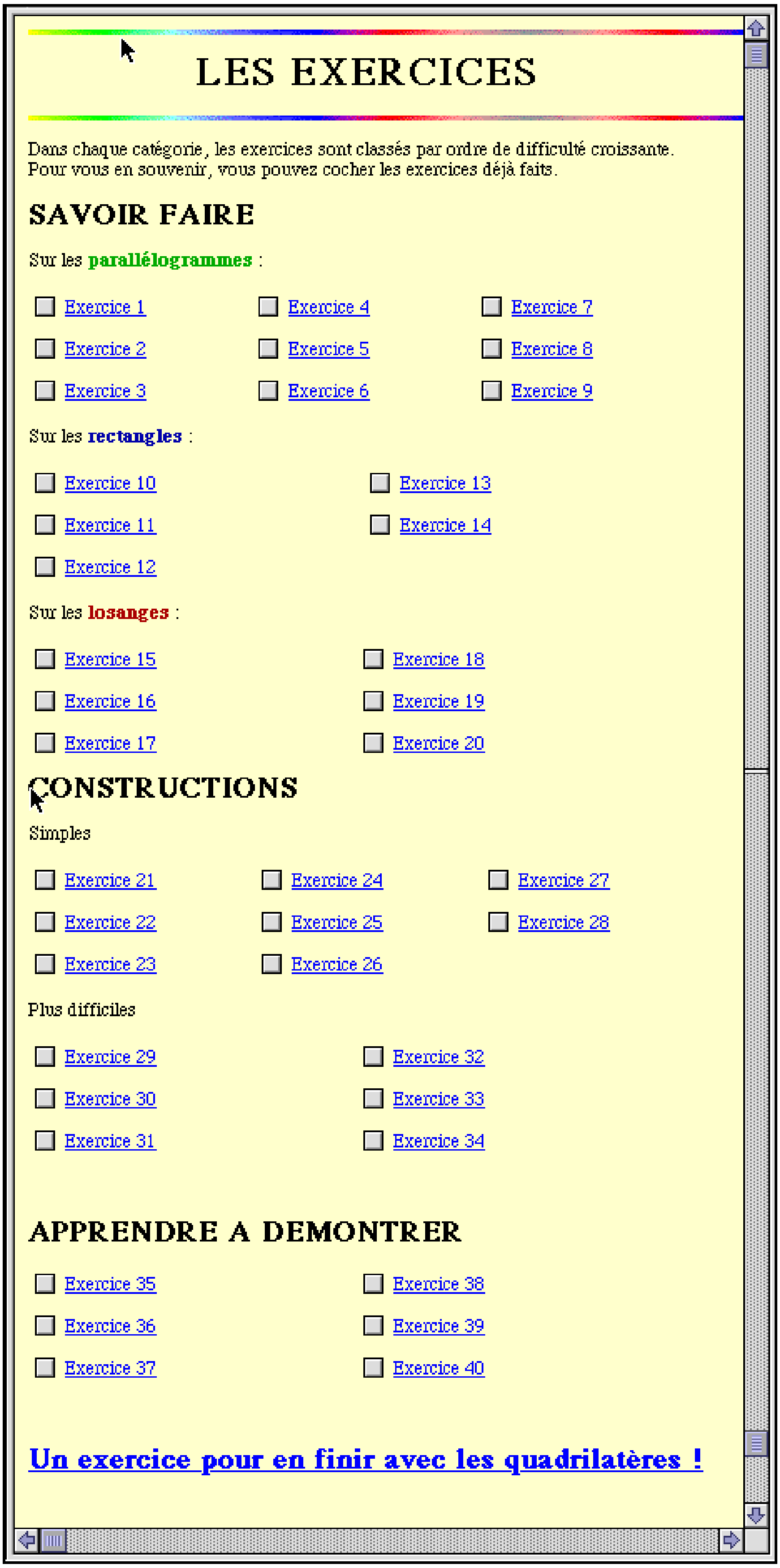
  - que ce quadrilatère a deux côtés consécutifs de même longueur

    ou bien

  - que ce quadrilatère a des diagonales perpendiculaires

Pour montrer qu'un quadrilatère est un carré, vous pouvez :

- montrer que ce quadrilatère est un losange et un rectangle



LES EXERCICES

Dans chaque catégorie, les exercices sont classés par ordre de difficulté croissante.
Pour vous en souvenir, vous pouvez cocher les exercices déjà faits.

SAVOIR FAIRE

Sur les **parallélogrammes** :

- Exercice 1
- Exercice 2
- Exercice 3
- Exercice 4
- Exercice 5
- Exercice 6
- Exercice 7
- Exercice 8
- Exercice 9

Sur les **rectangles** :

- Exercice 10
- Exercice 11
- Exercice 12
- Exercice 13
- Exercice 14

Sur les **losanges** :

- Exercice 15
- Exercice 16
- Exercice 17
- Exercice 18
- Exercice 19
- Exercice 20

CONSTRUCTIONS

Simples

- Exercice 21
- Exercice 22
- Exercice 23
- Exercice 24
- Exercice 25
- Exercice 26
- Exercice 27
- Exercice 28

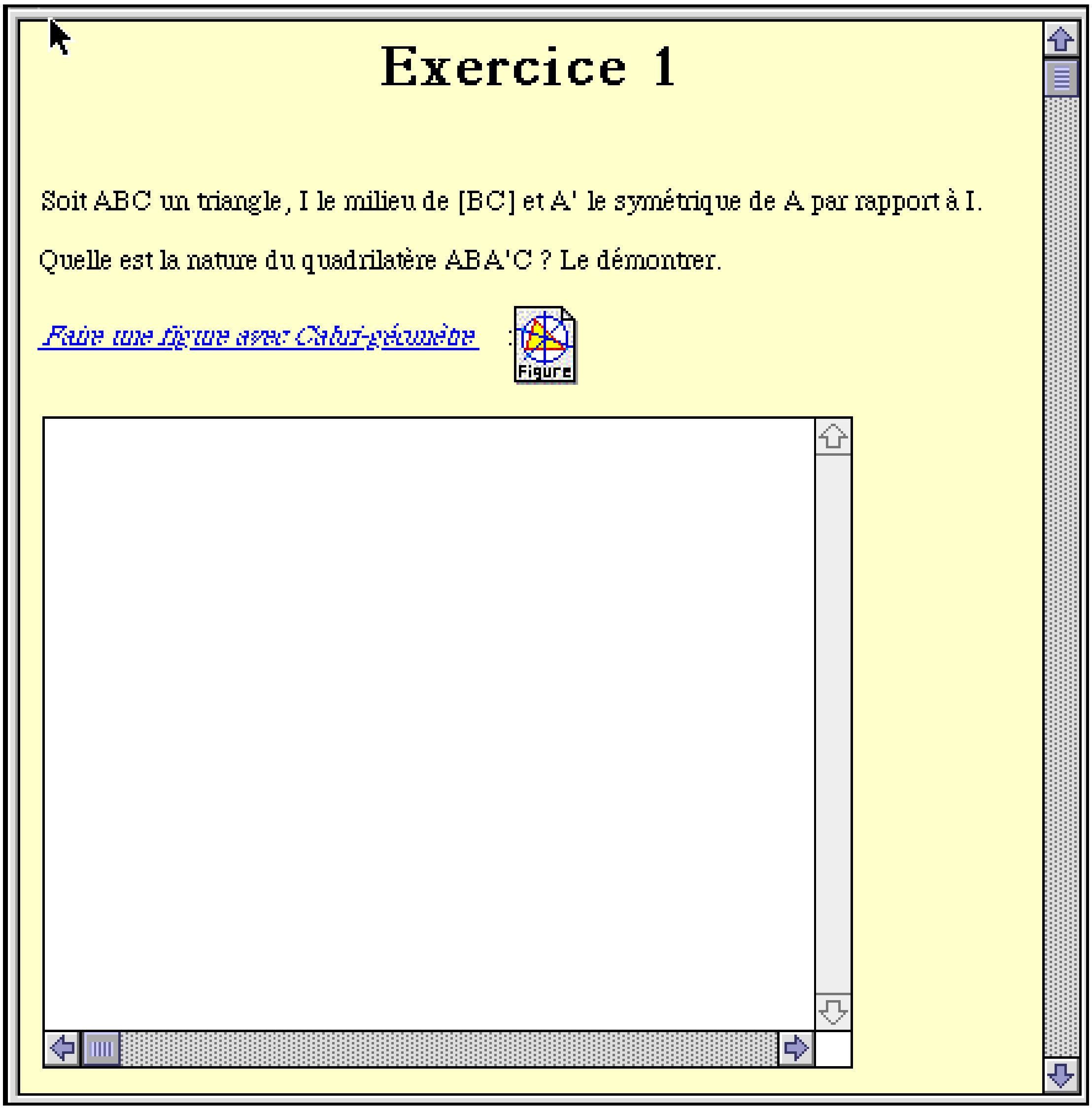
Plus difficiles

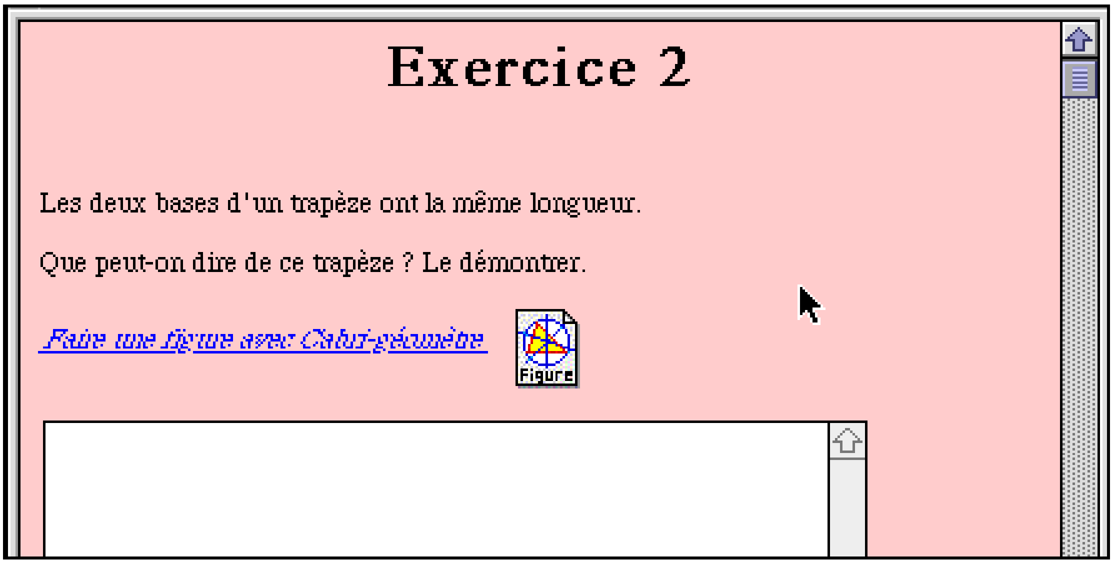
- Exercice 29
- Exercice 30
- Exercice 31
- Exercice 32
- Exercice 33
- Exercice 34

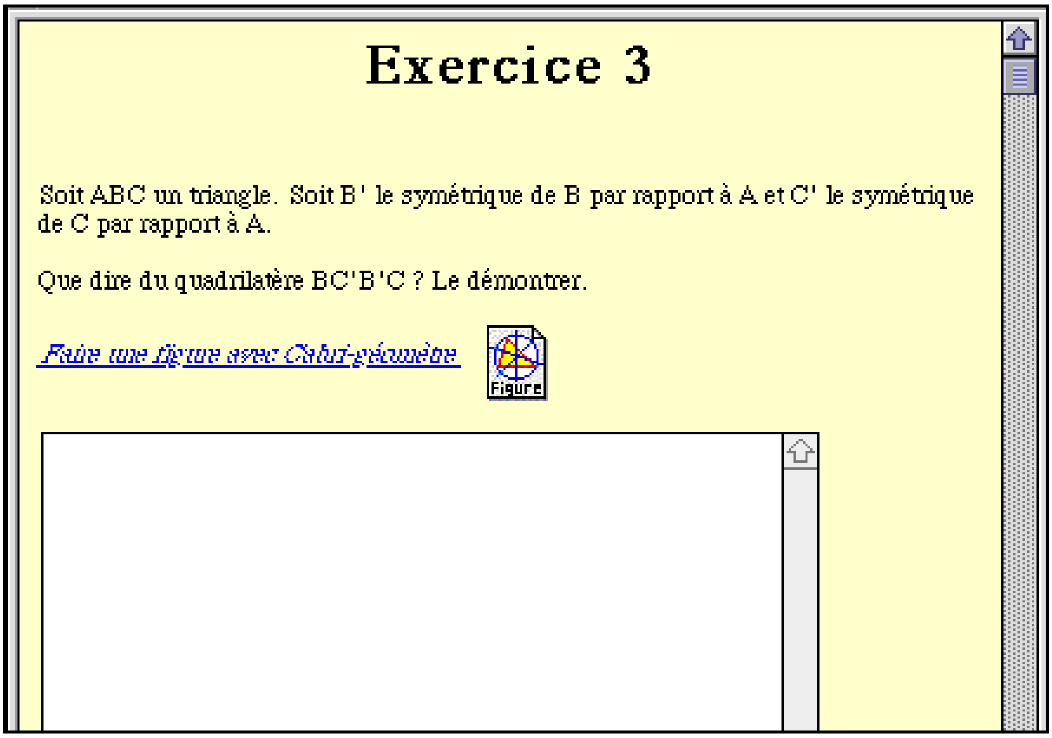
APPRENDRE A DEMONTRER

- Exercice 35
- Exercice 36
- Exercice 37
- Exercice 38
- Exercice 39
- Exercice 40

Un exercice pour en finir avec les quadrilatères !


Exercice 1
Soit ABC un triangle, I le milieu de [BC] et A' le symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ? Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure


Exercice 2
Les deux bases d'un trapèze ont la même longueur.
Que peut-on dire de ce trapèze ? Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure



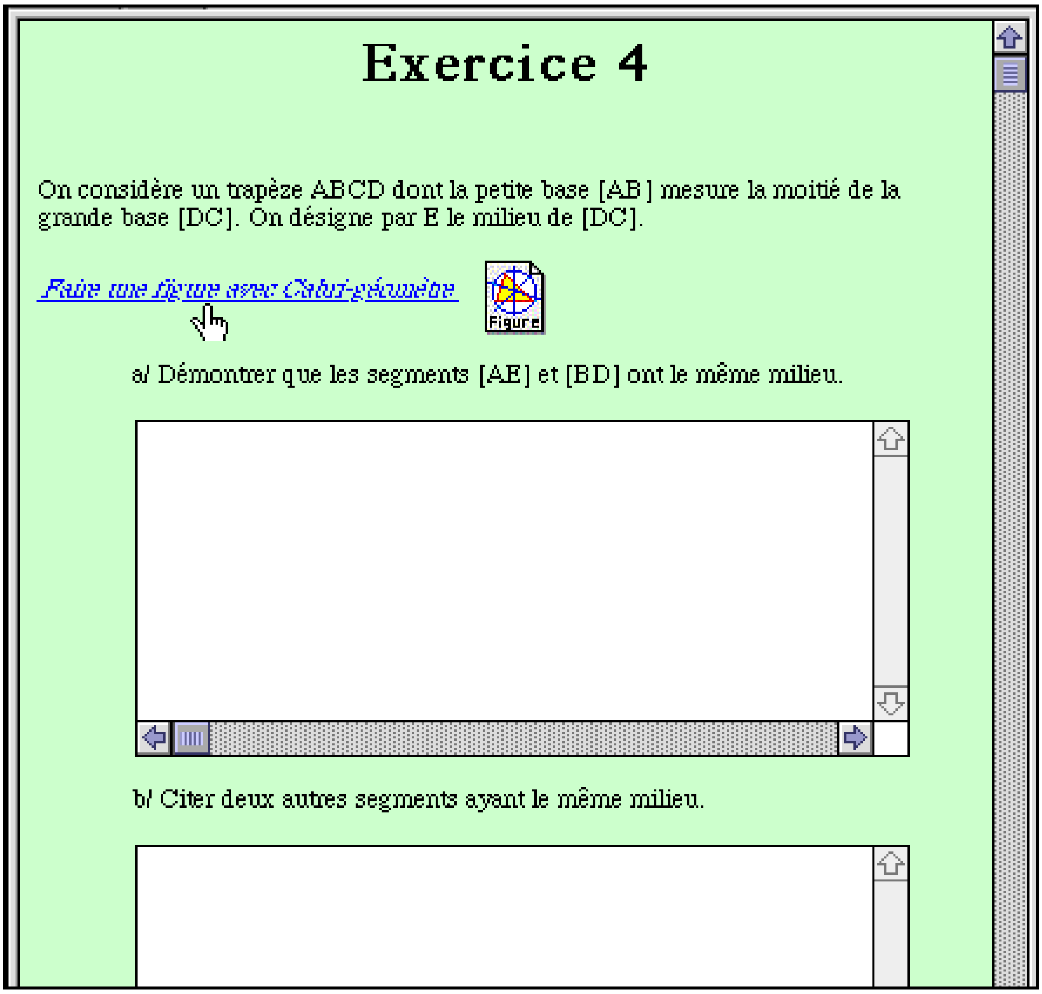
Exercice 3

Soit ABC un triangle. Soit B' le symétrique de B par rapport à A et C' le symétrique de C par rapport à A.

Que dire du quadrilatère BC'B'C ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure



Exercice 4

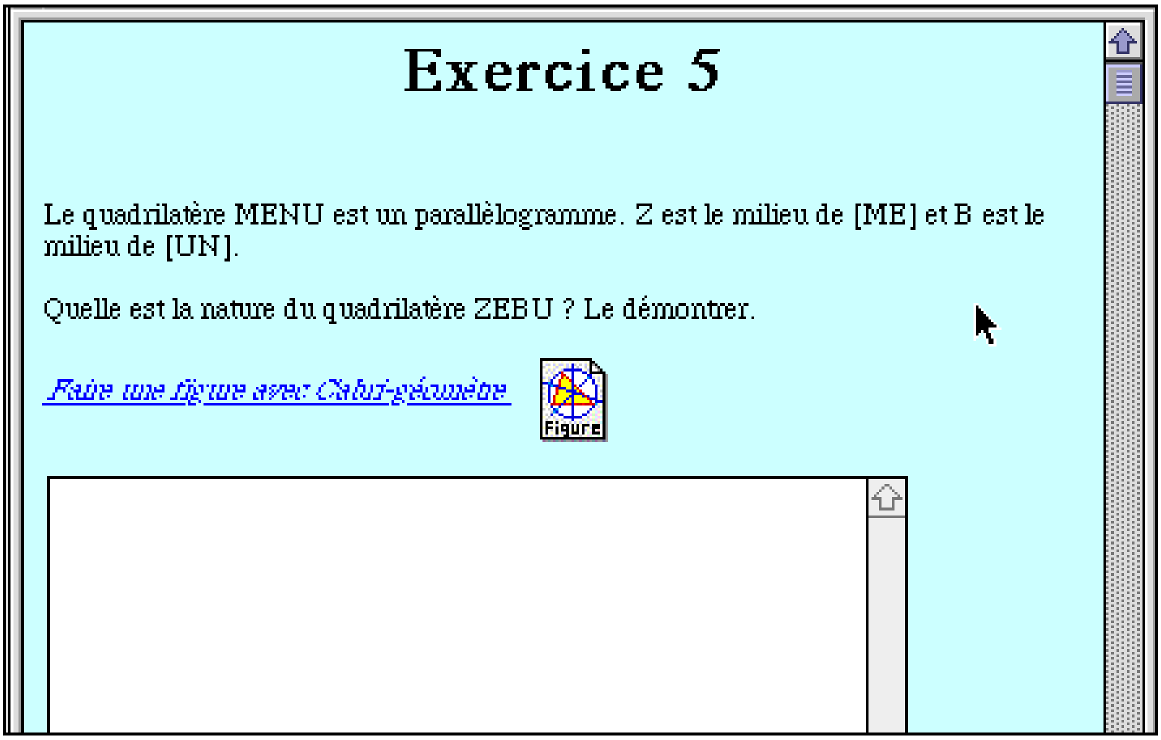
On considère un trapèze ABCD dont la petite base [AB] mesure la moitié de la grande base [DC]. On désigne par E le milieu de [DC].

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

a/ Démontrer que les segments [AE] et [BD] ont le même milieu.

b/ Citer deux autres segments ayant le même milieu.

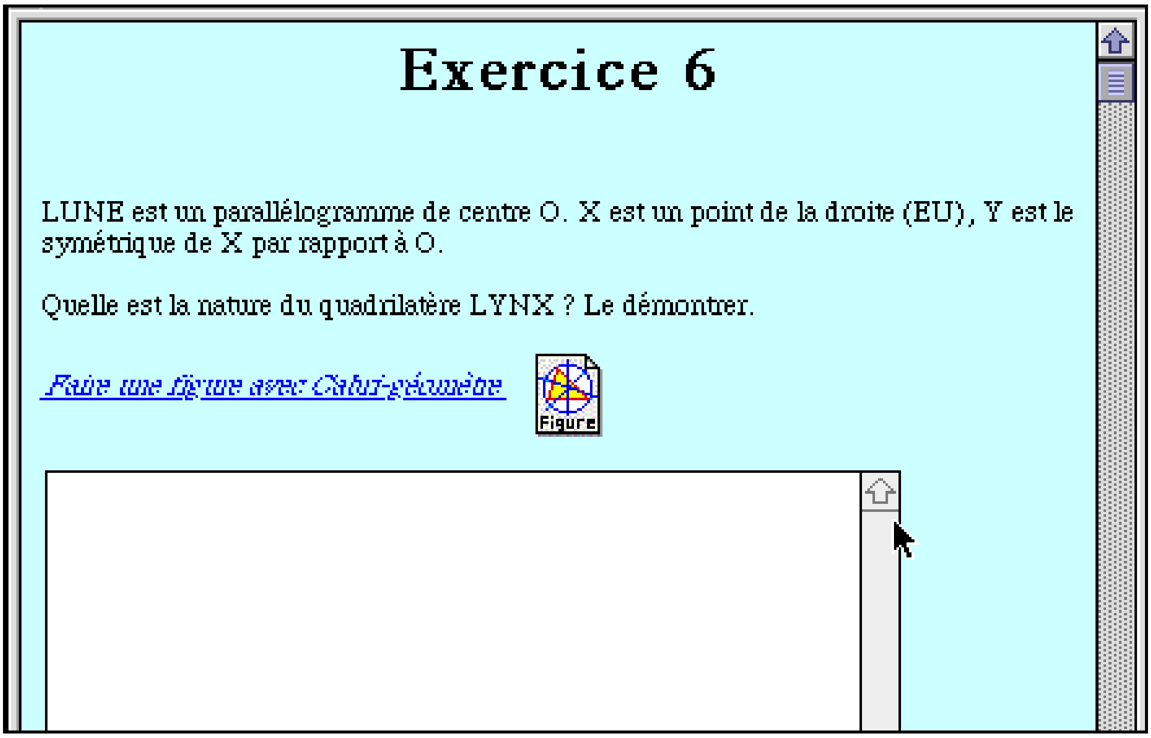


Exercice 5

Le quadrilatère MENU est un parallèlogramme. Z est le milieu de [ME] et B est le milieu de [UN].

Quelle est la nature du quadrilatère ZEBU ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre



Exercice 6

LUNE est un parallélogramme de centre O. X est un point de la droite (EU), Y est le symétrique de X par rapport à O.

Quelle est la nature du quadrilatère LYNX ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Exercice 7

Sur chaque côté d'un parallélogramme, marquer un point et tracer la perpendiculaire à ce côté passant par ce point.

Dans le cas où ces quatre perpendiculaires forment un quadrilatère, quelle est la nature de ce quadrilatère ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 8

A partir d'un triangle quelconque ABC, on trace :

- le cercle de centre A et de rayon BC,
- le cercle de centre B et de rayon CA,
- le cercle de centre C et de rayon AB.

Ces trois cercles se coupent en 6 points.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

a/ Parmi ces 6 points, indiquer sur la figure le point :

- D tel que ABCD est un parallélogramme
- E tel que ABEC est un parallélogramme
- F tel que AFBC est un parallélogramme

b/ Démontrer que ABCD est effectivement un parallélogramme.

Exercice 9

ABCD est un parallélogramme. La perpendiculaire à (BD) passant par A coupe (DC) en E et la perpendiculaire à (BD) passant par C coupe (AB) en F.

Démontrer que le quadrilatère FCEA est un parallélogramme.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 10

Distance de deux droites parallèles

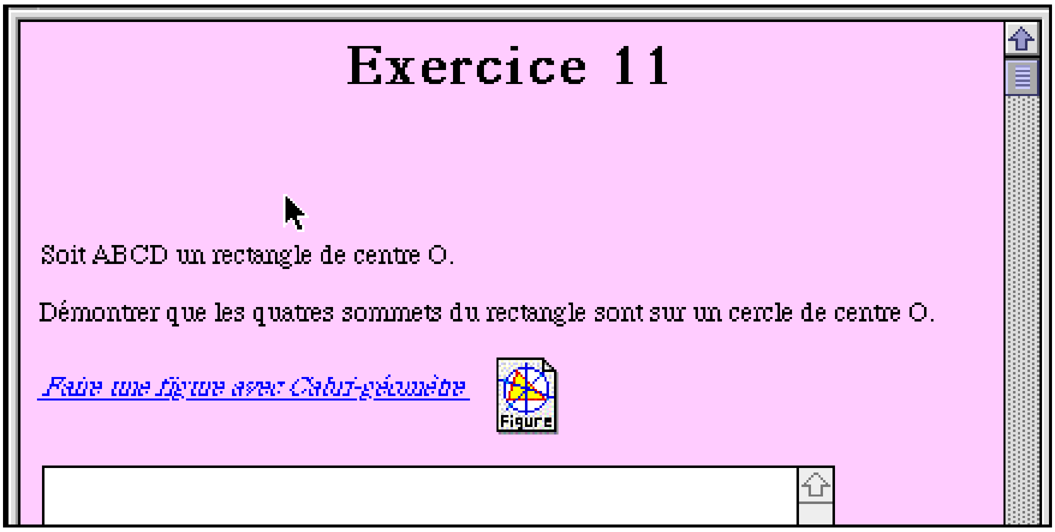
Soient deux droites parallèles, d et d'. L'une de leur perpendiculaires commune coupe d en A et d' en B. une autre coupe d en M et d' en N.

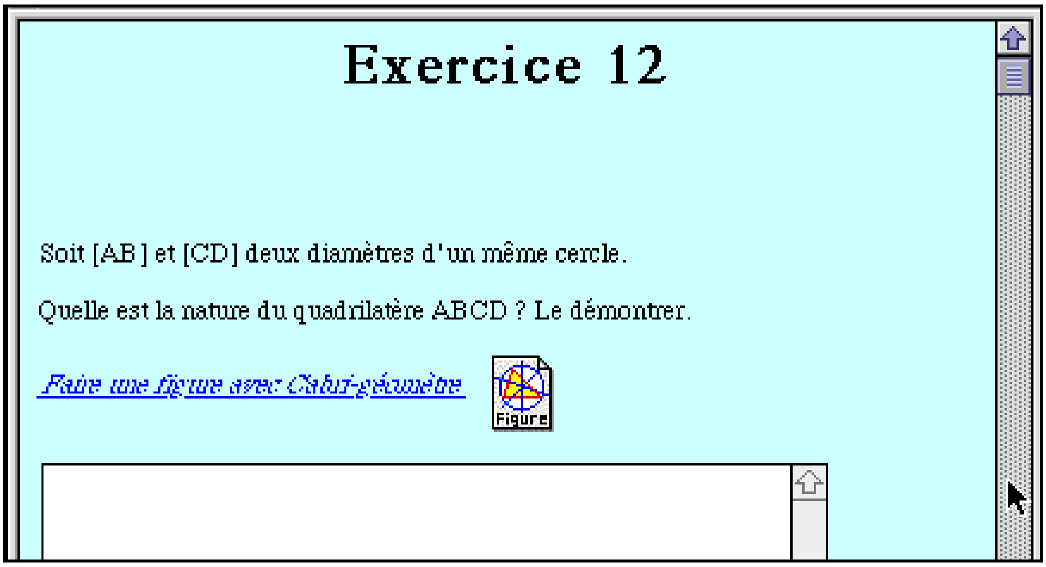
Démontrer que MN=AB.

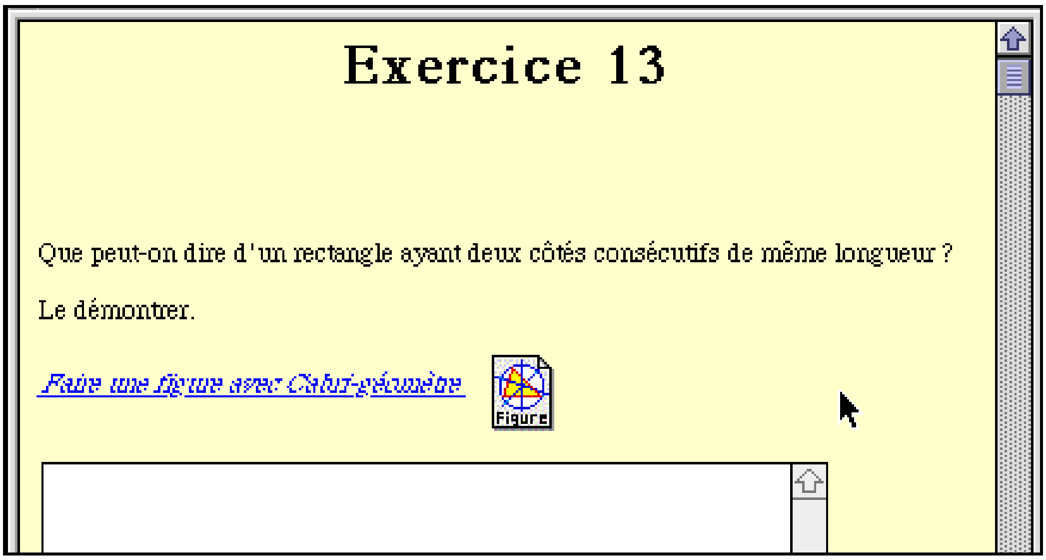
Cette distance constante est appellée "distance entre les deux parallèles d et d'".

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure


Exercice 11
Soit ABCD un rectangle de centre O.
Démontrer que les quatres sommets du rectangle sont sur un cercle de centre O.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure


Exercice 12
Soit [AB] et [CD] deux diamètres d'un même cercle.
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure


Exercice 13
Que peut-on dire d'un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur ?
Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure

Exercice 14

Soit ABCD un parallélogramme. Le cercle de diamètre [AC] coupe (BD) en I et J.

Que peut-on dire du quadrilatère AICJ ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 15

Deux cercles de centres A et E et de même rayon se coupent en L et N.

Que dire du quadrilatère ELAN ? Le démontrer.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

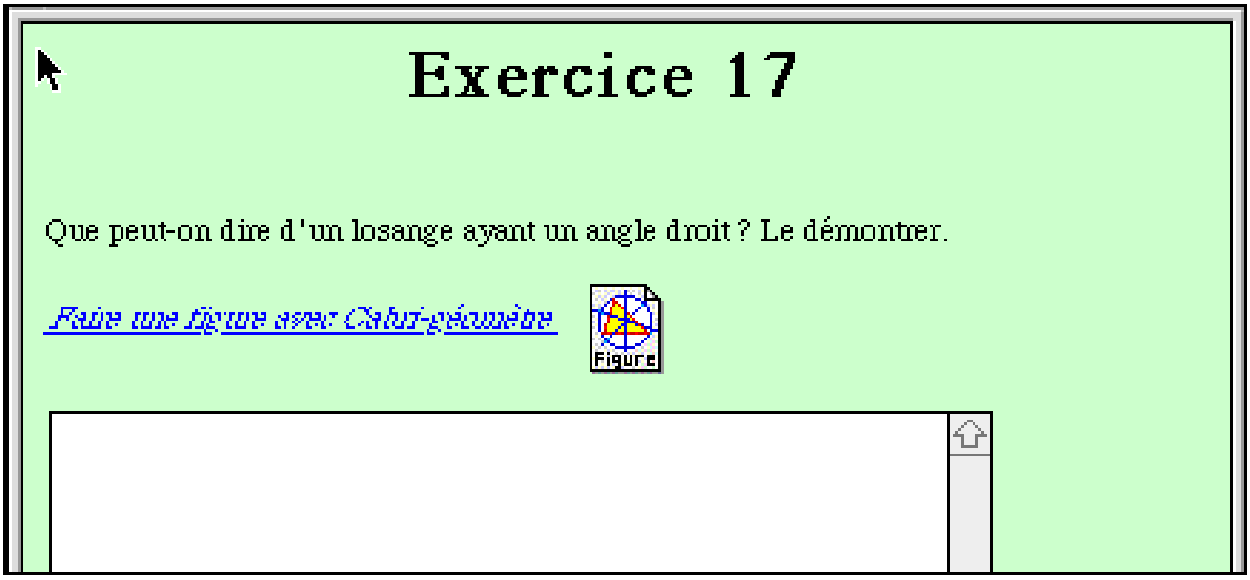
Exercice 16

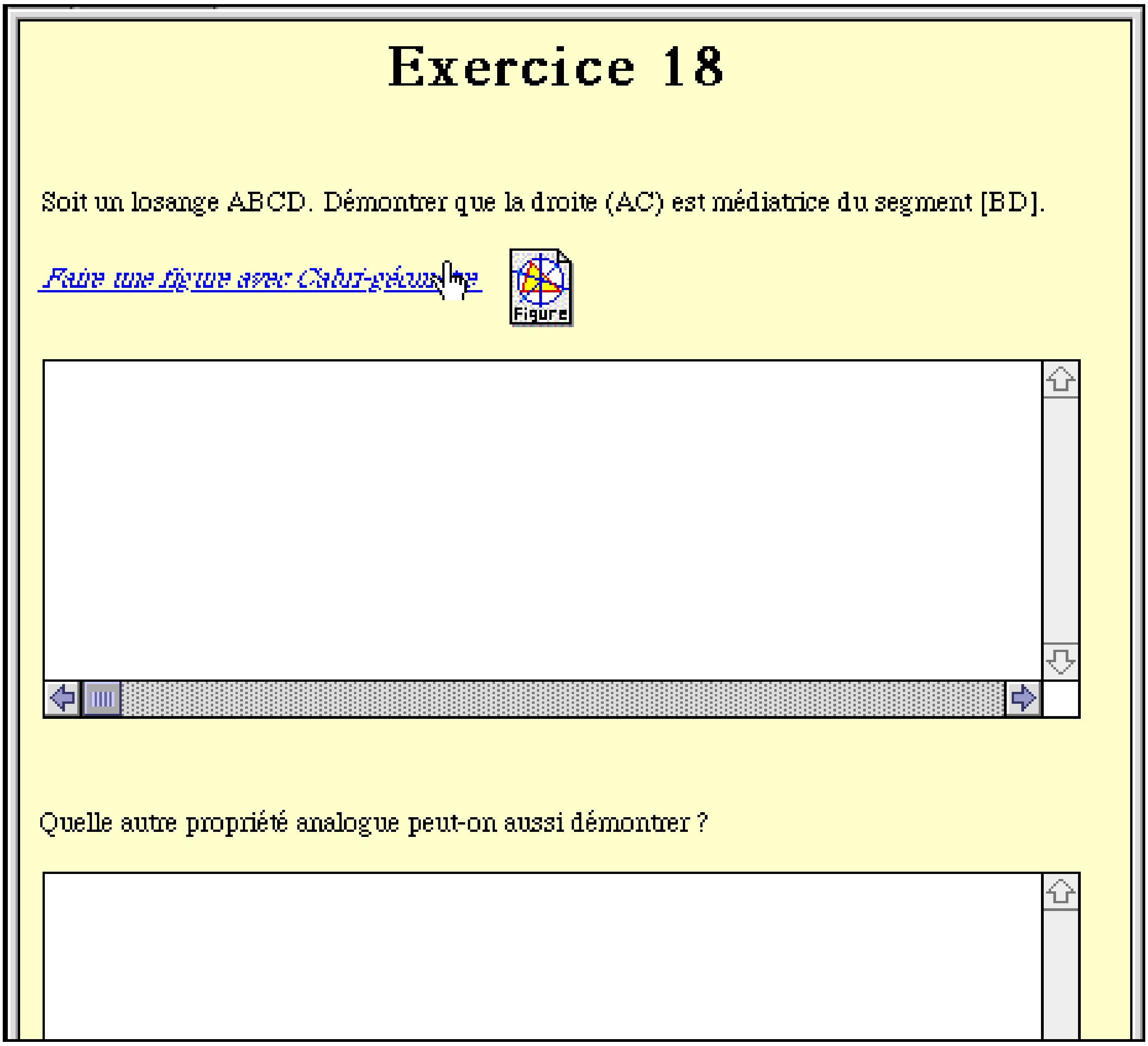
Soit A un point d'un disque de centre O. La médiatrice de [OA] coupe le cercle en I et en J.

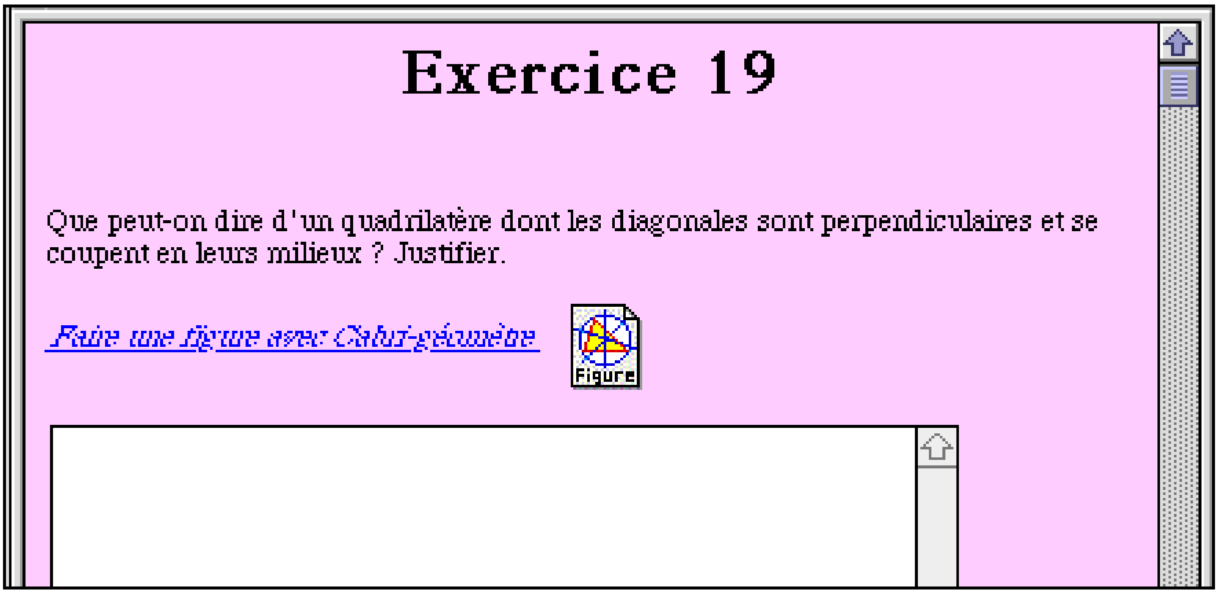
Faire une figure avec Cabri-géomètre

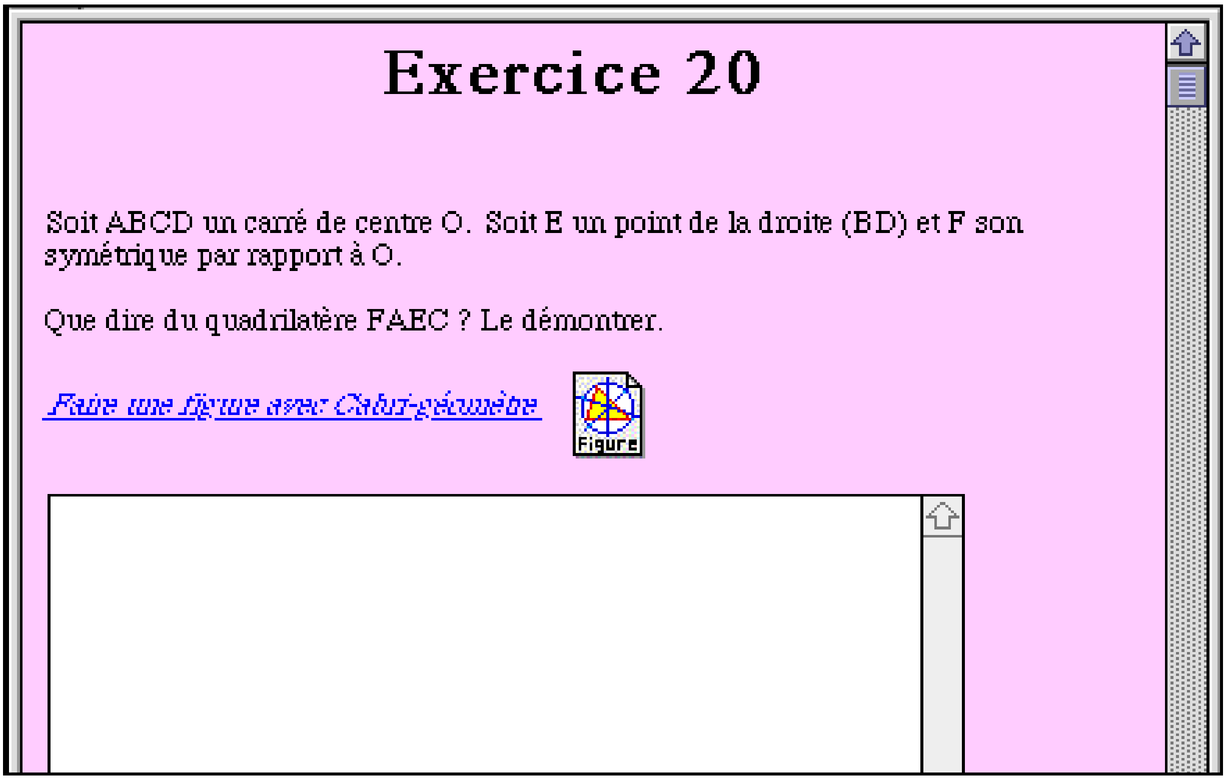
Figure

Quelle est la nature du quadrilatère IOJA ?


Exercice 17
Que peut-on dire d'un losange ayant un angle droit ? Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure


Exercice 18
Soit un losange ABCD. Démontrer que la droite (AC) est médiatrice du segment [BD].
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure
Quelle autre propriété analogue peut-on aussi démontrer ?

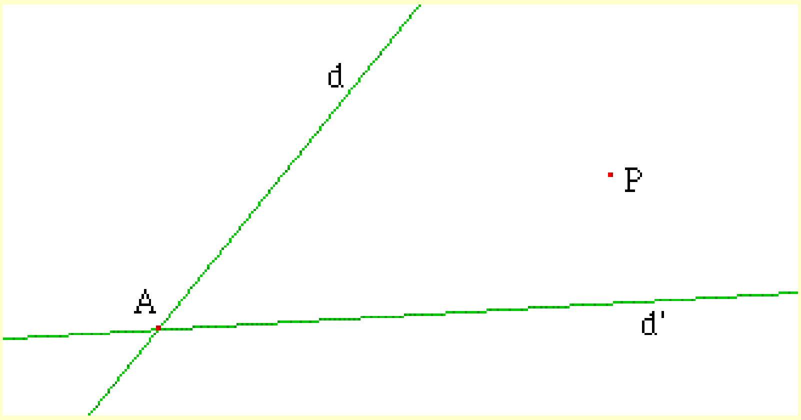

Exercice 19
Que peut-on dire d'un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leurs milieux ? Justifier.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure


Exercice 20
Soit ABCD un carré de centre O. Soit E un point de la droite (BD) et F son symétrique par rapport à O.
Que dire du quadrilatère FAEC ? Le démontrer.
Faire une figure avec Cabri-géomètre
Figure

Exercice 21

Construction d'un parallélogramme

On donne deux droites d et d' sécantes en A et un point P n'appartenant ni à d ni à d'.



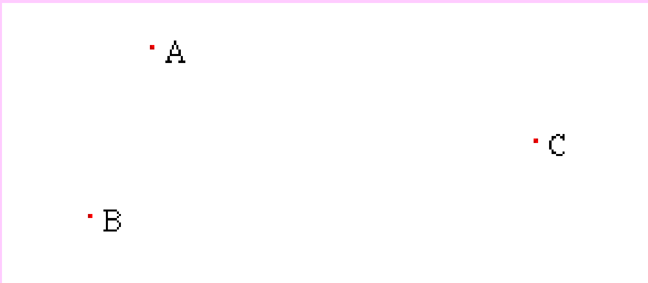
Construire le parallélogramme ABPC avec B sur d et C sur d'. *Cliquer sur la figure pour l'ouvrir dans Cabri-géomètre.*

Quelles propriétés caractéristiques du parallélogramme utilise-t-on ?

Exercice 22

Construction de parallélogrammes

On donne trois points A, B et C non alignés.



- Ouvrir cette figure dans Cabri-géomètre en cliquant dessus.
- Ouvrir le menu "exo22.men" : Menu.

a/ Construire le parallélogramme ABDC

Décrire la construction et la justifier.

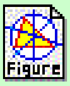
b/ Construire *avec Cabri-géomètre* et le menu Géomètre 22 le parallélogramme ACBD.

Décrire la construction et la justifier.

Exercice 23

Construire un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires et qui ne soit pas un losange.

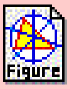
Faire une figure avec Cabri-géomètre



Exercice 24

Construire un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur et qui ne soit pas un rectangle.

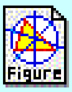
Faire une figure avec Cabri-géomètre

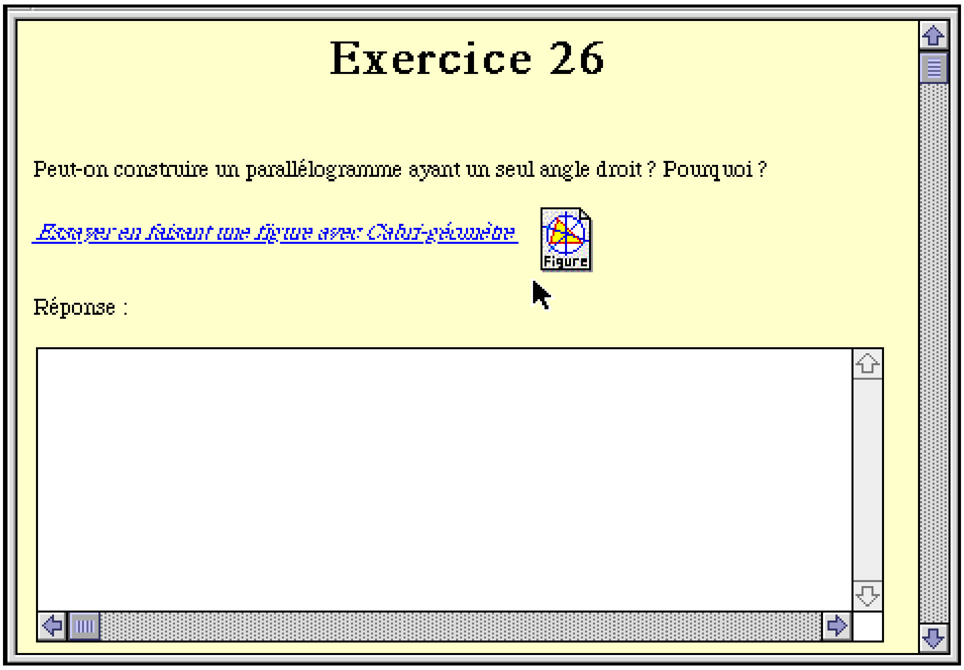


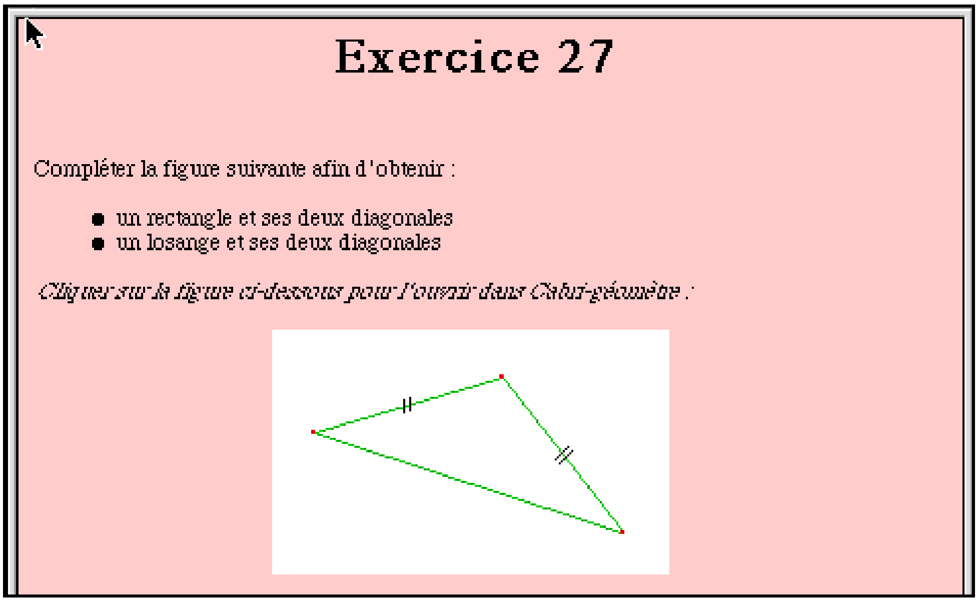
Exercice 25

Construire un trapèze ayant trois côtés de même longueur et qui ne soit pas un rectangle.

Faire une figure avec Cabri-géomètre



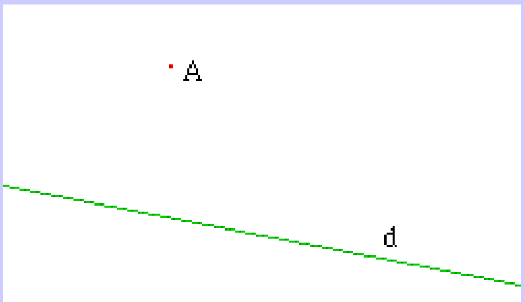

Exercice 26
Peut-on construire un parallélogramme ayant un seul angle droit ? Pourquoi ?
Essayer en faisant une figure avec Cabri-géomètre
Figure
Réponse :


Exercice 27
Compléter la figure suivante afin d'obtenir :
un rectangle et ses deux diagonales
un losange et ses deux diagonales
Cliquer sur la figure ci-dessous pour l'ouvrir dans Cabri-géomètre :

Exercice 28

Construction d'une parallèle

On donne une droite d et un point A n'appartenant pas à d.



Pour ouvrir la figure dans Cabri géomètre, cliquer dessus.

Voici un programme de construction de la parallèle à d passant par A :

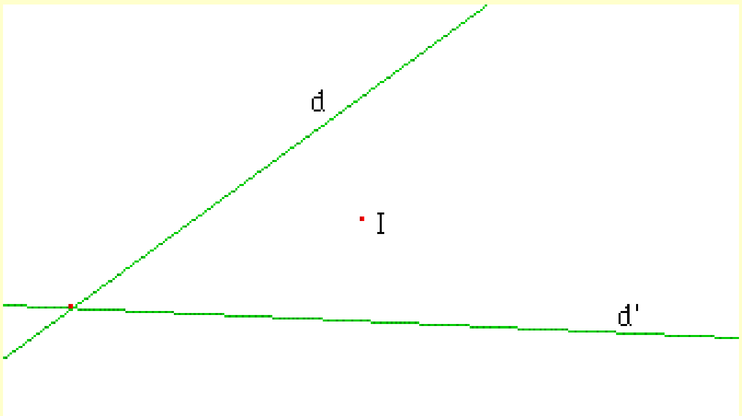
- Construire deux points B et C sur d.
- Construire O le milieu de [AC].
- Construire D le symétrique de B par rapport à O.
- Tracer (AD).

Vous pouvez ensuite demander à Cabri-géomètre de vérifier que d et (AD) sont bien parallèles.

Exercice 29

Construction d'un parallélogramme

Construire le parallélogramme ayant deux côtés portés par d et d', et dont les diagonales se coupent en I. *Cliquer sur la figure ci-dessous pour l'ouvrir dans Cabri-géomètre.*



Justifier votre construction :

Exercice 30

Construire un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur, et qui ne soit pas un trapèze.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 31

Construire un trapèze dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur, et qui ne soit pas un parallélogramme.

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 32

Construire un quadrilatère ayant :

- 2 paires de côtés de même longueur
- 2 paires de côtés perpendiculaires
- les diagonales perpendiculaires

et qui ne soit pas un parallélogramme !

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 33

Construire un quadrilatère ayant :

- 2 côtés consécutifs perpendiculaires
- 2 paires de côtés de même longueur
- les diagonales perpendiculaires et de même longueur

et qui ne soit pas un parallélogramme !

Faire une figure avec Cabri-géomètre

Figure

Exercice 34

Construire un trapèze ayant :

- 3 côtés de même longueur
- 2 côtés perpendiculaires
- les diagonales de même longueur

et qui ne soit pas un parallélogramme !

Faire une figure avec Cabri-géomètre Figure

Exercice 35

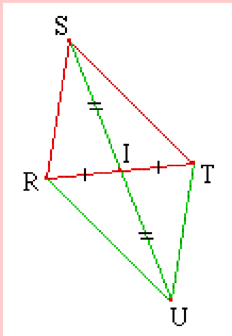
Retrouver le texte

Sur le cahier d'un élève, on trouve la démonstration suivante, bien rédigée, avec la figure s'y rapportant.

"U est le symétrique de S par rapport à I, donc I est le milieu de [SU].

D'autre part, I est le milieu de [RT]. Or, un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc RSTU est un parallélogramme."



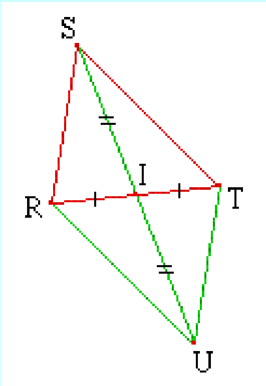
a/ Quelles sont les hypothèses ? Quelle est la conclusion ?

b/ Retrouver et rédiger l'énoncé de ce petit problème.

Exercice 36

Retrouver le texte

Refaire la figure suivante avec l'hypothèse supplémentaire : **RST est un triangle isocèle en S**.



Que dire alors du quadrilatère RUTS ?

b/ Justifier cette réponse en complétant la démonstration suivante :

"U est le symétrique de S par rapport à I, donc I est le milieu de [SU].

D'autre part, I est le milieu de [RT]. Or, un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc RSTU est un parallélogramme."

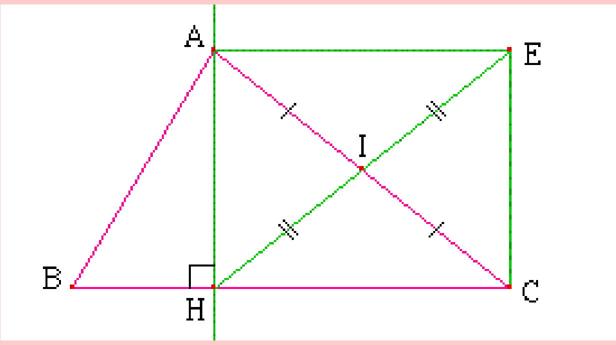
Exercice 37

La démonstration-puzzle

Voici un texte

Soit ABC un triangle quelconque. La hauteur issue de A coupe (BC) en H. On appelle E le symétrique de H par rapport au milieu I de [AC]. Démontrer que AHCE est un rectangle.

Voici une figure



Voici 10 phrases

(1) Donc AHCE est un rectangle.
(2) D'autre part, I est le milieu de [AC].
(3) Donc l'angle AHC est droit.
(4) D'une part, E est le symétrique de H par rapport à I.
(5) Or un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
(6) Donc [HE] et [AC] se coupent en leurs milieux.
(7) Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.
(8) Donc I est le milieu de [HE].
(9) De plus on sait que (AH) est une hauteur du triangle ABC.
(10) Donc AHCE est un parallélogramme.

Ordonner ces 10 phrases pour obtenir une démonstration correcte :

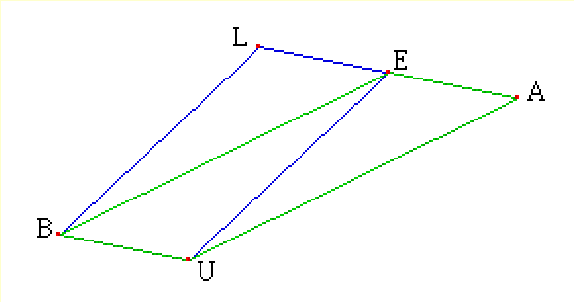
Exercice 38

La démonstration-puzzle

Voici un texte

Les quadrilatères BLEU et BEAU sont des parallélogrammes. Que peut-on dire des trois points L, E et A ?

Voici une figure



Voici un shéma de démonstration

Par hypothèse, BLEU est un parallélogramme. — (1) → (LE) // (BU)

Par hypothèse, BEAU est un parallélogramme. — (1) → (EA) // (BU)

(LE) // (BU) et (EA) // (BU) — (2) → L, E et A sont alignés

Par hypothèse, BLEU est un parallélogramme. — (3) → LE = BU

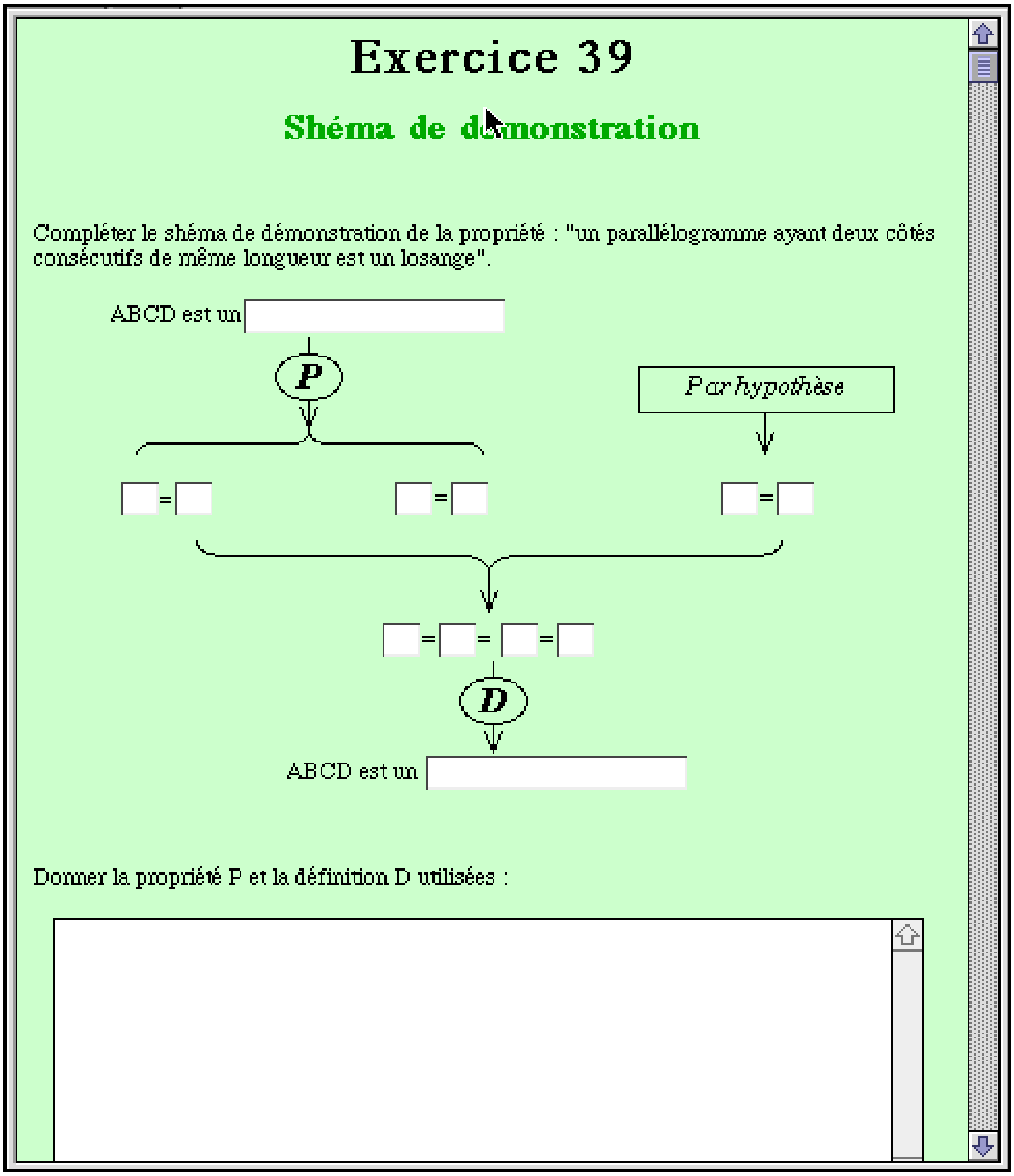
Par hypothèse, BEAU est un parallélogramme. — (3) → EA = BU

LE = BU et EA = BU → LE =EA

L, E et A sont alignés et LE =EA → E est le milieu de [LA]

a/ Enoncer les outils 1 , 2 et 3 qui interviennent dans cette démonstration.

b/ Rédiger cette démonstration.


Exercice 39
Shéma de démonstration
Compléter le shéma de démonstration de la propriété : "un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange".
ABCD est un
P
Par hypothèse
=
=
=
= = =
D
ABCD est un
Donner la propriété P et la définition D utilisées :

Exercice 40

Avec une mini-boîte à 5 outils

Voici un texte :

On considère un parallélogramme ABCD et l'on construit :

- le point E symétrique de A par rapport à B,
- le point F symétrique de B par rapport à C,
- le point G symétrique de C par rapport à D,
- le point H symétrique de D par rapport à A.

Démontrer que EFHG est un parallélogramme.

[Faire une figure avec Cabri-géomètre](#)

Voici une mini-boîte à outils :

Mini-boite à outils	**D**	Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
	P1	Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.
	P2	Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.
	P3	Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux.
	P4	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leurs milieux est un parallélogramme.

a/ Faire une figure avec Cabri-géomètre.

b/ Démontrer que BEDG est un parallélogramme. En déduire que [EG] et [BD] ont même milieu.

c/ Démontrer que AHCF est un parallélogramme. En déduire que [FH] et [BD] ont même milieu.

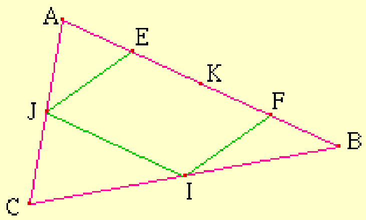
d/ Démontrer alors que EFGH est un parallélogramme.

Des quadrilatères dans un triangle

Construisez un triangle ABC quelconque.

I est le milieu de [BC], J le milieu de [AC] et K le milieu de [AB].

E est le milieu de [AK] et F le milieu de [KB].



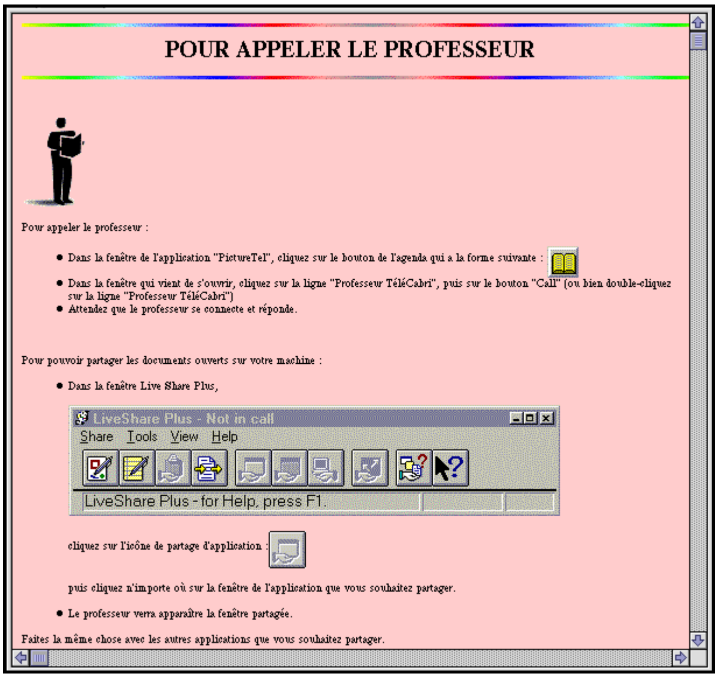
[Faire la figure avec Cabri-géomètre](#)

Déplacez A, B et C et observez le quadrilatère EJIF.

- A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un parallélogramme ? Justifier.

- A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un rectangle ? Justifier.

- A quelles conditions sur ABC ce quadrilatère est-il un carré ? Justifier.



POUR APPELER LE PROFESSEUR

Pour appeler le professeur :

- Dans la fenêtre de l'application "PictureTel", cliquez sur le bouton de l'agenda qui a la forme suivante :
- Dans la fenêtre qui vient de s'ouvrir, cliquez sur la ligne "Professeur TéléCabri", puis sur le bouton "Call" (ou bien double-cliquez sur la ligne "Professeur TéléCabri")
- Attendez que le professeur se connecte et réponde.

Pour pouvoir partager les documents ouverts sur votre machine :

- Dans la fenêtre Live Share Plus,

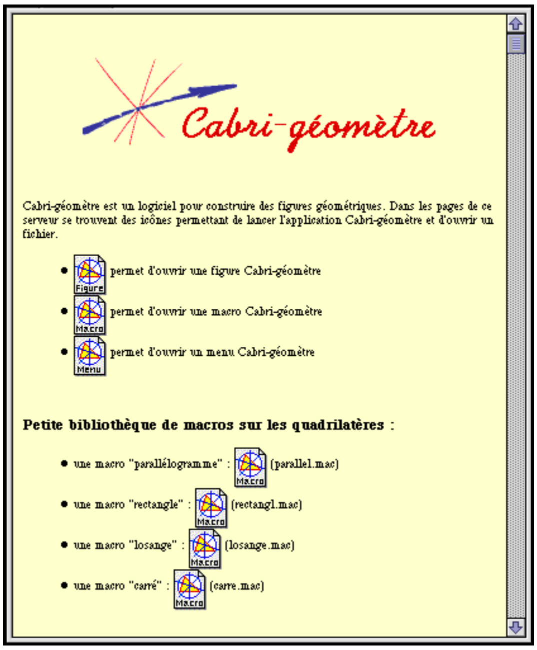
LiveShare Plus - Not in call
Share Tools View Help
LiveShare Plus - for Help, press F1.

cliquez sur l'icône de partage d'application :

puis cliquez n'importe où sur la fenêtre de l'application que vous souhaitez partager.

- Le professeur verra apparaître la fenêtre partagée.

Faites la même chose avec les autres applications que vous souhaitez partager.



Cabri-géomètre

Cabri-géomètre est un logiciel pour construire des figures géométriques. Dans les pages de ce serveur se trouvent des icônes permettant de lancer l'application Cabri-géomètre et d'ouvrir un fichier.

- Figure permet d'ouvrir une figure Cabri-géomètre
- Macro permet d'ouvrir une macro Cabri-géomètre
- Menu permet d'ouvrir un menu Cabri-géomètre

Petite bibliothèque de macros sur les quadrilatères :

- une macro "parallélogramme" : Macro (parallel.mac)
- une macro "rectangle" : Macro (rectangl.mac)
- une macro "losange" : Macro (losange.mac)
- une macro "carré" : Macro (carre.mac)

Une page de brouillon

Pour faire une figure avec Cabri-géomètre, cliquer ici : Figure

Annexe 3

Les 29 protocoles d'interaction précepteur-élève

Les protocoles ne sont pas reproduits intégralement dans ce volume.

Ils sont disponibles gratuitement sous forme de fichiers informatiques sur simple demande auprès de l'auteur. Utilisez le bon de commande ci-dessous en précisant par quel moyen vous souhaitez recevoir les documents (disquette par la poste ou document attaché par le mail). Adressez votre demande à :

Sophie Soury-Lavergne, Projet TéléCabri
Laboratoire Leibniz
46 avenue Félix Viallet
38000 Grenoble

Mail : Sophie.Soury-Lavergne@imag.fr

✄---

Demande d'un exemplaire des protocoles d'interaction précepteur-élève recueillis dans le cadre des expérimentations TéléCabri conduites par Sophie Soury-Lavergne
Votre nom :

❑ document sur disquette à l'adresse postale suivante :

❑ document attaché à l'adresse électronique suivante :

Résumé

La recherche en didactique des mathématiques que nous présentons a pour objet les interventions de l'enseignant dans l'activité mathématique de l'élève. Le cadre théorique est celui de la théorie des situations didactiques.

Nous commençons par proposer une élaboration théorique qui permet de rendre compte de certaines interventions de l'enseignant. D'une part, nous faisons appel au concept d'étayage pour caractériser les interventions de l'enseignant dans la relation élève-milieu qui ne dénaturent pas la signification de l'activité pour l'élève. Nous montrons comment l'étayage s'insère dans une négociation du sens mathématique de l'interaction élève-milieu, négociation pouvant déboucher sur l'effet Topaze. D'autre part, nous caractérisons l'action de l'enseignant sur la compréhension de l'élève, par un processus explicatif co-construit dans l'interaction entre l'enseignant et l'élève. Nous proposons alors d'analyser ces deux processus dans une situation d'interaction enseignant-élève originale : le préceptorat, c'est-à-dire l'interaction didactique qui a lieu entre un enseignant et un unique élève.

Nous avons mis en place un dispositif expérimental afin d'observer des interactions de préceptorat et de faire fonctionner nos outils d'analyse. Nos expérimentations ont été réalisées dans le cadre du projet TéléCabri qui a pour objet l'étude des usages et la spécification d'un environnement informatique d'enseignement à distance intégrant téléprésence et partage de l'espace d'apprentissage, notamment le micromonde Cabri-géomètre. L'analyse didactique des interactions de préceptorat passe par l'étude du rôle joué par ler micromonde Cabri-géomètre, composante du milieu pour l'apprentissage.

Les résultats obtenus concernent : la pratique habituelle des enseignants qui transparaît dans les interactions de préceptorat, en particulier leur gestion de l'espace de travail Cabri-géomètre, l'étayage et l'effet Topaze ainsi que la caractérisation didactique du processus explicatif.

Scaffolding and explanation in distance tutoring, the case of TeleCabri

The research in mathematics education we present here, deals with the teacher's interventions in the student's mathematical activity. The theoretical frame is given by the theory of didactical situations.

To begin with, we propose a theoretical elaboration allowing the modelization of certain teacher's interventions. On one hand, we used the concept of scaffolding to characterize the teacher's interventions in the student-milieu relationship which preserve the meaning of the student's activity. We show how scaffolding is a part of a negotiation about the mathematical meaning of the student-milieu interaction, negotiation which can lead to the Topaze effect. On the other hand, we characterize the teacher's action on the student's understanding by an explanation process co-constructed during the interaction between teacher and student. Then, we propose to analyze those two processes in an original teacher-student interaction: the tutorship, i.e. the didactical interaction occurring between a teacher and a single student.

We sat up an experimental procedure to observe tutoring interactions and to use our tools of analysis. Our experiments were realized in the context of the TeleCabri project. The TeleCabri project targets to the study of the uses and the specification of a computer distance-teaching environment, embedding telepresence and sharing of the learning space, notably the microworld Cabri Geometry. The didactical analysis of the tutoring interactions requires the study of the specific role of Cabri Geometry which is a part of the learning milieu.

The results of the work concern: the teacher's usual practice appearing in the tutoring interactions, especially their management of the Cabri Geometry working place, the scaffolding and the Topaze effect and the didactical characterization of the explanation process.

Mots-clefs : Didactique des mathématiques, Cabri-géomètre, Étayage, Effet Topaze, Explication, Préceptorat, Téléprésence, Environnement informatique d'apprentissage humain.